

PAA
Journal

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS,
15931 Quai des Grands-Augustins, 55.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME HUITIÈME. — ANNÉE 1889.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
40, RUE D'ULM, 40.

—

1889



JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LES TENSIONS DE VAPEUR DES DISSOLUTIONS;

PAR M. F.-M. RAOULT.

J'ai entrepris de rechercher comment varie la tension de vapeur des liquides volatils, quand on y dissout des substances fixes, de différentes natures. Les quantités qu'il faut déterminer dans ce genre de recherches sont la tension de vapeur f d'un dissolvant volatil pur et la tension de vapeur f' du même dissolvant, tenant en dissolution un poids connu de substance fixe, la température restant la même. Je les ai mesurées par la méthode statique ou par la méthode dynamique suivant les cas.

Méthode statique. — Cette méthode, dite aussi *méthode de Dalton,* est celle que j'ai toujours employée dans les recherches qui réclamaient le plus de précision. Elle est fondée sur la mesure de la dépression du mercure, produite dans des tubes barométriques par les liquides purs et par les dissolutions dont on compare les tensions de vapeur. Réduit à son plus grand état de simplicité, mon appareil se compose de trois tubes A, B, C, contenant du mercure et communiquant ensemble par leur partie inférieure, au moyen d'un canal en fer, sur lequel ils sont fixés par des bouchons de caoutchouc noyés dans du mercure. Le tube A, qui a un diamètre de 2^{cm} et une longueur de 1^{m}, communique avec une atmo-

sphère naturelle ou artificielle, dont la pression est exactement connue.

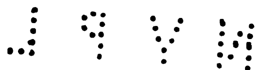
Les tubes B et C ont un diamètre de 1^{cm} et une longueur de 80^{cm}. Ils sont fermés dans le haut et vides d'air. Dans le tube B, se trouve une hauteur d'environ 3^{cm} d'un liquide volatil pur, qui surnage le mercure. Dans le tube C, se trouve une hauteur à peu près égale du même liquide volatil, tenant en dissolution un corps fixe. Le tout est dans un bain d'eau, fermé en avant par une glace mobile, constamment agité par un agitateur automatique et chauffé à volonté. La différence de hauteur du mercure dans les tubes B et C, relevée au cathétomètre et corrigée de la dépression due au liquide superposé et à la capillarité, mesure la différence $f - f'$ des tensions de vapeur du liquide pur et de la dissolution. La différence des hauteurs du mercure dans les tubes A et B, mesurée de la même manière et également corrigée, donne l'excès de la pression de l'atmosphère sur la tension de vapeur du dissolvant pur. On a ainsi tout ce qu'il faut pour calculer les tensions de vapeur du dissolvant pur et de la dissolution à la même température.

Un réservoir de mercure, qu'on peut descendre et monter à volonté, communique par un long tube de caoutchouc avec la partie inférieure des tubes A, B, C; de sorte que l'on peut, à son gré, faire monter ou descendre le mercure dans ces trois tubes par une manœuvre toute pareille à celle qui est usitée pour les pompes à mercure.

C'est toujours par la partie supérieure qu'on fait pénétrer, dans les tubes B et C, les liquides dont on veut mesurer les tensions de vapeur et ceux qui doivent simplement servir au nettoyage; et c'est par la même voie qu'on les en fait sortir.

A cet effet, les tubes B et C sont terminés, à leur partie supérieure, par un tube demi-capillaire rodé, de 1^{cm} de longueur, surmonté d'un entonnoir et bouché avec une tige d'ivoire conique, qu'on peut enlever à volonté. Du mercure placé dans l'entonnoir rend la fermeture tout à fait hermétique.

Pour faire pénétrer dans le tube C la dissolution dont on veut mesurer la tension de vapeur et pour en chasser toute trace de gaz, on opère comme il suit : on commence par laver le tube C avec une certaine quantité de cette dissolution, qu'on enlève ensuite et qu'on rejette. Après quoi, la tige d'ivoire étant enlevée et le mer-



cure étant amené à la base de l'entonnoir, on emplit celui-ci avec une nouvelle quantité de la même dissolution fraîche. En faisant baisser lentement le mercure dans le tube, on oblige cette dissolution à y descendre. Lorsqu'elle y occupe une hauteur de 3^{cm} environ, et avant que l'air y ait pénétré, on bouche le tube avec la tige d'ivoire et l'on assure la fermeture par un peu de mercure qu'on met dans l'entonnoir.

Il faut maintenant expulser du liquide les gaz qu'il peut renfermer. Pour cela, on fait baisser le mercure jusque vers le bas du tube C et, au moyen de deux fers chauds qu'on applique contre le tube, au niveau du liquide volatil, on porte celui-ci à l'ébullition. Au bout de quelques minutes, on fait remonter le mercure, avec le liquide surnageant, jusqu'en haut du tube. Si alors on aperçoit une bulle de gaz à l'entrée du tube capillaire, on la fait sortir en soulevant la tige d'ivoire avec précaution, et l'on referme aussitôt.

On opère exactement de la même manière pour introduire le dissolvant pur dans le tube B.

Le système des tubes A, B, C est logé dans une grande caisse en métal, fermée en avant par une glace et contenant environ 50^{lit} d'eau distillée. Cette eau peut être chauffée, au moyen de trois tubes verticaux en cuivre, qui traversent la caisse et dans chacun desquels est un brûleur de Bunsen. Un agitateur automatique, mû par une turbine et produisant trente oscillations par minute, agite le bain d'une manière énergique et continue. Un régulateur y maintient une température constante. Toute la surface extérieure de la caisse, à l'exception de la partie de la glace utilisée comme regard, est recouverte de plusieurs doubles de carton d'amiante, destinés à empêcher le refroidissement.

Grâce à ces dispositions, la température du bain, même au voisinage de 100°, peut rester uniforme et fixe, à $\frac{1}{10}$ de degré près, pendant des heures entières. La glace qui ferme la partie antérieure de la cuve est scellée avec du mastic au minium, dans un cadre en fer maintenu en place par des boulons et qu'on peut enlever à volonté.

Primitivement, je me bornai à serrer cette glace entre deux cadres en fer, après interposition de bandes de carton, comme faisait Regnault; mais j'ai dû y renoncer, parce que les glaces, ainsi

comprimées et inégalement chauffées au milieu et sur les bords, se cassaient toutes, dès que l'eau du bain approchait de 100°. Avec la nouvelle disposition, cet accident ne se produit plus.

Toutes les hauteurs sont observées au moyen du cathétomètre. Cet instrument est solidement installé sur une colonne en maçonnerie, recouverte d'une plaque de fonte. La caisse portant les tubes barométriques est elle-même solidement établie sur une colonne semblable, de sorte que ces deux instruments sont, l'un par rapport à l'autre, dans une position invariable.

Pour distinguer et viser exactement le sommet du ménisque dans les différents tubes, on suspend immédiatement derrière eux de petits miroirs qu'on dispose chaque fois à des hauteurs convenables. Lorsqu'on a atteint la température à laquelle on veut faire les observations et qu'on en a reconnu la parfaite fixité, on amène les liquides au sommet des tubes B et C, et on les fait descendre et remonter plusieurs fois de suite, en vue de les bien mélanger. Des fils de platine pliés en zigzag, qu'on a introduits dans la partie supérieure des tubes, rendent cette agitation plus complète. Les liquides ayant été ainsi bien mélangés, on les amène dans des positions telles que la vapeur formée y occupe une longueur de 20^{cm} au moins, et, cinq minutes après, on procède aux observations. Les mesures se font alternativement dans le tube B et dans le tube C plusieurs fois de suite et de minute en minute, jusqu'à ce que les hauteurs, successivement relevées dans un même tube, se confondent à $\frac{1}{10}$ de millimètre près. Les trois derniers résultats obtenus pour chaque tube sont seuls retenus et l'on en prend la moyenne. Immédiatement après, on observe la différence des niveaux du mercure dans les tubes B et A, et l'on mesure la pression de l'atmosphère naturelle ou artificielle, avec laquelle le tube A est en communication.

Quand toutes les observations sont terminées, on s'occupe de mesurer la valeur de la dépression, causée dans les tubes B et C par la capillarité et par le poids du liquide qui surnage le mercure. Pour cela, après avoir soutiré l'eau de la cuve en quantité suffisante pour faire émerger les entonnoirs des tubes B et C, on vide ces entonnoirs et on les sèche. D'autre part, on met l'ouverture du tube A en communication avec l'atmosphère. Cela fait, on enlève les tiges d'ivoire qui bouchent les tubes B et C et l'on amène les

liquides qui y surnagent le mercure à peu près dans les mêmes positions que tout à l'heure. Enfin, on détermine soigneusement les différences de hauteur du mercure dans le tube A et dans les tubes B et C. Comme le tube A est très large, l'effet capillaire y est nul. Les différences de niveau observées mesurent donc exactement la somme des effets dus à la capillarité et à la pression du liquide superposé, dans le tube B et dans le tube C. Soient

f la tension de vapeur du dissolvant pur, placé dans le tube B;
h la hauteur du mercure dans le tube B au-dessus du mercure dans le tube A, qui communique avec l'atmosphère;
d la hauteur mercurielle équivalente à la dissolution superposée au mercure dans le tube B et à la capillarité;
H la pression de l'atmosphère en communication avec A.

Soient aussi f', h', d' les quantités correspondantes relatives au tube C qui contient la dissolution. On a, pour la tension de vapeur du dissolvant pur,

$$f = \mathrm{H} - h - d,$$

et pour la tension de vapeur de la dissolution

$$f' = \mathrm{H} - h' - d'.$$

Les dissolutions sur lesquelles portent les expériences sont, nous l'avons dit, préparées d'avance et leur composition est établie par synthèse. Cette composition n'est plus rigoureusement la même, au moment où l'on détermine leurs tensions de vapeur, puisque alors une certaine quantité du dissolvant en est séparée sous forme de vapeur; mais il est toujours aisé de rétablir, par le calcul, leur degré de concentration véritable. Dans la plupart des cas, d'ailleurs, cette correction n'atteint pas un centième et l'on peut la négliger.

Quand on opère sur des dissolutions faites avec des liquides très volatils, tels que l'éther, il n'est plus indispensable de les chauffer. On peut alors opérer avec un appareil très simple, formé de deux tubes barométriques reposant sur la même cuve à mercure et ren-

fermant les liquides dont on veut comparer les tensions de vapeur. J'ai moi-même tiré un parti avantageux de cette disposition (¹).

Méthode dynamique. — On peut appliquer cette méthode dynamique d'une manière très simple, quand on connaît la loi suivant laquelle la tension du dissolvant pur varie avec la température. Il suffit alors de faire bouillir, successivement, le dissolvant et la dissolution dans un même appareil à reflux et de noter exactement leurs températures d'ébullition sous la pression atmosphérique.

Dans ces conditions, en effet, la tension de vapeur, pour la dissolution bouillante, est donnée par le baromètre, et celle du dissolvant pur, à la même température, est donnée par une table dressée d'avance. Toute la difficulté est d'obtenir une ébullition *régulière;* mais j'ai trouvé un moyen sûr d'y parvenir : il consiste à introduire dans les liquides un fil de PALLADIUM HYDROGÉNÉ, roulé en forme de ressort à boudin. L'appareil, fort peu compliqué, se compose d'un petit ballon de verre communiquant, par une tubulure latérale, avec un réfrigérant ascendant.

L'ouverture du ballon est munie d'un bouchon qui livre passage à la tige d'un thermomètre divisé en dixièmes de degré, dont le réservoir plonge tout entier dans le liquide où il est entouré d'un fil de palladium hydrogéné, roulé en hélice. Cette spirale se prépare avec un fil de palladium de 1^{mm} de diamètre et de 50^{cm} de long, et on la charge d'hydrogène en l'employant comme électrode négative dans un voltamètre à eau acidulée, jusqu'à ce que l'hydrogène se dégage abondamment à sa surface. Quand son action est épuisée, ce qui peut arriver après vingt minutes d'ébullition, on la recharge d'hydrogène par le même procédé. Elle ne s'use pas et peut servir indéfiniment (²).

La méthode dynamique, ainsi pratiquée, est surtout convenable pour étudier l'influence de la concentration sur la diminution de tension de vapeur des dissolutions. La méthode statique doit être

(¹) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* 6 décembre 1886 et 4 avril 1887; *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6ᵉ série, t. XV; 1888.

(²) Ce moyen, nouveau et très efficace, de régulariser l'ébullition pourrait être avantageusement appliqué aux distillations dans le vide.

préférée quand il s'agit d'étudier l'influence de la température. Il est parfois bon de les contrôler l'une par l'autre.

Influence de la température sur la tension de vapeur des dissolutions. — Il résulte des expériences de von Babo ([1]) et de Wüllner ([2]) que le rapport $\frac{f'}{f}$, qui existe entre la tension de vapeur f' d'une dissolution d'un sel dans l'eau et la tension de vapeur f de l'eau pure, est sensiblement indépendant de la température. Il résulte également des nombreuses expériences de M. Tammann ([3]) que, si le rapport $\frac{f'}{f}$ varie avec la température pour quelques dissolutions, il en est sensiblement indépendant pour la plupart des autres et, en particulier, pour les dissolutions de chlorure, de bromure, d'iodure, de sulfocyanure de potassium, de chlorure de sodium, d'azotate de soude, de sulfate de magnésie, de sulfate d'alumine, etc. Le même fait ressort des expériences de M. Emden ([4]). C'est évidemment là la règle générale pour les dissolutions aqueuses, et, s'il y a des exceptions, elles résultent vraisemblablement d'un commencement de dissociation des sels dissous.

La question n'ayant jamais été abordée pour les dissolutions faites dans d'autres dissolvants que l'eau, j'ai dû m'en occuper. J'ai d'abord cherché ce que devient le rapport $\frac{f'}{f}$, pour les dissolutions faites dans l'*éther*, quand on fait varier la température, et j'ai trouvé qu'il reste constant à $\frac{1}{200}$ près, de 0° à 21° ([5]). Les substances dissoutes dans l'éther étaient l'essence de térébenthine, l'aniline, le sesquichlorure de carbone et l'acide benzoïque. Plus tard, j'ai constaté que, pour la naphtaline et pour la diphénylamine en dissolution dans la *benzine*, et pour la diphénylamine en dissolution dans l'*alcool*, le rapport $\frac{f'}{f}$ reste le même, à $\frac{1}{100}$ près, entre 60° et 78°.

([1]) *Jahresber. f. Chem.*, Bd. I, 1847, et Bd. 10, 1857.

([2]) *Pogg. Ann.*, Bd. 103 et Bd. 110, 1860.

([3]) *Wied. Ann.*, t. XXIV, 1885; *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 489.

([4]) *Wied. Ann.*, t. XXXI, 1887; *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 574.

([5]) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 6 décembre 1886; *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. XV; 1888.

Il me paraît donc démontré, par l'ensemble des observations, que le rapport $\frac{f'}{f}$, entre la tension de vapeur d'une dissolution et celle du dissolvant est, en principe, indépendant de la température. S'il varie parfois, c'est que la constitution de la dissolution varie elle-même; mais ce cas est rare, surtout pour les dissolutions des matières organiques.

La même conclusion s'applique nécessairement au rapport $\frac{f-f'}{f}$, c'est-à-dire à la *différence relative de tension de vapeur* des dissolutions.

Influence du degré de concentration sur la tension de vapeur des dissolutions. — Il résulte des expériences de von Babo et de Wüllner (¹) que, lorsque dans 100^{gr} d'eau on dissout un certain poids de sel, la tension de vapeur subit une diminution qui, à une température déterminée, est proportionnelle au poids de sel dissous; c'est-à-dire que, si l'on désigne par N le nombre de molécules de substance fixe dissoutes dans 100 molécules de dissolvant, par K une constante dépendant de la nature du sel, on a

$$\frac{f-f'}{fN} = K. \tag{1}$$

D'après Wüllner, cette loi ne se vérifie d'une manière satisfaisante que pour les dissolutions étendues. Toutefois, on voit par les expériences de M. Tammann (²) qu'elle s'observe à peu près exactement pour la plupart des dissolutions salines, même quand elles renferment jusqu'à 100 molécules de sel pour 100 molécules d'eau. Passé cette limite, le rapport $\frac{f-f'}{fN}$ diminue à mesure que la concentration devient plus grande. La formule ci-dessus cesse donc d'être exacte à partir d'un certain degré de concentration; et il faut bien qu'il en soit ainsi, autrement le rapport $\frac{f'}{f}$ prendrait des valeurs négatives, dès que N serait plus grand que $\frac{1}{k}$: ce qui ne s'est jamais vu.

(¹) *Loc. cit.*
(²) *Loc. cit.*

J'ai exécuté sur des dissolutions faites dans des liquides autres que l'eau, et particulièrement dans l'éther et le sulfure de carbone, des expériences analogues, mais dans lesquelles j'ai pu pousser la concentration beaucoup plus loin; j'ai, en effet, plus d'une fois, dissous jusqu'à 600 molécules de substance fixe dans 100 molécules de liquide volatil. Il résulte de ces expériences que la formule de Wüllner (¹) est applicable à ces dissolutions, si elles sont très étendues, mais qu'elle cesse absolument de l'être dès que les dissolutions sont concentrées. Dans ce cas, la formule (1) doit être remplacée par la suivante

$$(2) \qquad \frac{f-f'}{fN'} = K,$$

dans laquelle N′ est le nombre de molécules de substance fixe contenues dans 100 molécules de *mélange* (¹).

La valeur de N′ est d'ailleurs donnée par la relation

$$N' = \frac{100\,N}{100+N}.$$

Le rapport $\frac{f-f'}{f}$ étant ce que l'on appelle la *diminution relative de tension* de vapeur de la dissolution considérée, la formule (2) peut se traduire ainsi, en langage ordinaire : *Pour toute les dissolutions de même nature, la diminution relative de tension de vapeur est proportionnelle au nombre de molécules de substance fixe dissoutes dans* 100 *molécules de mélange.*

Pour mettre ce fait en évidence, je citerai ceux de mes résultats qui se rapportent aux dissolutions de benzoate d'éthyle dans l'éther. Dans le Tableau ci-après, la première colonne donne la composition centésimale des mélanges; la deuxième donne les valeurs de $\frac{f'}{f}$ trouvées par l'expérience; la troisième renferme les valeurs de $\frac{f'}{f}$ déduites de la formule (2) en y faisant $k = 0,009$; la quatrième contient les valeurs de $\frac{f'}{f}$ déduites de la formule (1), en y faisant également $k = 0,009$.

(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6ᵉ série, t. XV; 1888.

Poids de benzoate d'éthyle dans 100gr de mélange.	Valeurs de $\frac{f}{f}$ observées.	calculées par la formule (2).	calculées par la formule (1).
9,4	94,9	95,6	95,4
17,7	90,9	91,4	90,4
43,0	75,2	75,6	66,6
69,6	52,9	52,3	− 1,4
86,2	30,0	32,1	− 177,0
97,1	12,4	15,0	−1517,0

Les résultats observés se rapprochent donc beaucoup des résultats calculés par la formule (1), si les dissolutions sont étendues; mais ils s'en écartent absolument et ils n'ont plus avec eux le moindre rapport, dès que les dissolutions sont concentrées. Par contre, ils s'accordent constamment avec les résultats déduits de la formule (2), quel que soit le degré de concentration. Cette dernière formule est donc la seule exacte; néanmoins, tant qu'il s'agit de dissolutions étendues, la formule (1) peut être employée sans inconvénient, et nous le ferons à l'avenir, parce qu'elle est plus commode pour certaines comparaisons.

Relation entre la diminution relative de tension de vapeur et l'abaissement du point de congélation des dissolutions. — Des considérations théoriques m'ayant fait supposer qu'il devait y avoir un rapport constant entre l'abaissement du point de congélation et la diminution relative de tension de vapeur d'une même dissolution, j'ai entrepris de vérifier cette conjecture par l'observation. J'ai d'abord expérimenté sur les dissolutions aqueuses de dix-neuf sels anhydres [1]. Plus tard, j'ai fait d'autres expériences sur des dissolutions de matières organiques fixes telles que l'acide tartrique, l'acide citrique, le glucose, le sucre de canne, l'urée [2] et de l'ensemble des résultats, j'ai tiré la conclusion suivante: *Pour les dissolutions aqueuses étendues de même nature et de même concentration, le nombre qui exprime la diminution re-*

---

(1) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXXXVII, p. 167; 1878.
(2) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XXIII; 1887.

lative de tension de vapeur est toujours à peu près la centième partie de celui qui exprime l'abaissement du point de congélation. Ce résultat remarquable a été vérifié par M. Tammann ([1]) qui a pris la peine de mesurer les diminutions relatives de tension d'une foule de dissolutions aqueuses et qui les a comparées aux abaissements du point de congélation trouvés par M. Rudorff, par M. de Coppet et par moi-même.

J'ai aussi comparé l'abaissement du point de congélation et la diminution relative des tensions de vapeur pour des dissolutions faites dans la *benzine*. Le Tableau suivant résume quelques-uns des résultats obtenus :

Corps dissous dans la benzine.	Poids de substance dans 100gr de benzine.	Rapport entre l'abaissement du point de congélation et la diminution relative de tension de vapeur.
Naphtaline	10,21	64
Nitrobenzine.........	11,82	62
Benzoate d'éthyle	9,55	63
Acide benzoïque	4,62	64

Il résulte évidemment de là qu'il y a entre ces deux valeurs un rapport sensiblement constant, et toujours voisin de 63, pour toutes les dissolutions faites dans la benzine.

Plus généralement, *il y a un rapport constant entre l'abaissement du point de congélation et la diminution relative de tension de vapeur, pour toutes les dissolutions faites dans un même dissolvant.*

Influence de la nature du corps dissous et du dissolvant sur la tension de vapeur des dissolutions. — La recherche des lois relatives à l'influence, que la nature du corps dissous et du dissolvant exerce sur la tension de vapeur des dissolutions, est fort simplifiée par l'observation qui précède. Tout se réduit, en effet, à vérifier que ces lois sont les mêmes que celles qui régissent le point de congélation et que j'ai fait connaître depuis plusieurs

([1]) *Loc. cit.*

années (¹). C'est ce que j'ai fait, en expérimentant sur des dissolutions faites dans treize dissolvants volatils différents, savoir l'eau, le chlorure phosphoreux, le sulfure de carbone, le bichlorure de carbone (CCl^4), le chloroforme, l'amylène, la benzine, l'iodure de méthyle, le bromure d'éthyle, l'éther ordinaire, l'acétone, l'alcool méthylique, l'alcool éthylique.

Dans l'eau, ainsi que je l'ai déjà dit, j'ai dissous des sels et des substances organiques fixes. Dans les dissolvants autres que l'eau, j'ai dissous des substances aussi peu volatiles que possible, et généralement choisies parmi les suivantes : essence de térébenthine, naphtaline, anthracène, sesquichlorure de carbone (C^2Cl^6), salicylate de méthyle, benzoate d'éthyle, chlorure antimonieux, mercure-éthyle; acides benzoïque, valérianique, trichloracétique; thymol, nitrobenzine, aniline, diphénylamine. L'erreur due à la tension de vapeur des composés dissous est inférieure au rapport qui existe entre les tensions de vapeur du dissolvant et du corps dissous, à la même température; et, comme je l'ai observé, il suffit qu'il y ait une différence de 140° entre les points d'ébullition des corps mélangés, pour que ce rapport soit inférieur à $\frac{1}{100}$ et, par conséquent, négligeable.

Nous avons vu que la relation (1) peut, sans inconvénient, être appliquée aux dissolutions étendues. Dans cette formule, le terme $\frac{f-f'}{fN}$ représente, d'après la loi de Wüllner, la diminution relative de tension produite par 1 molécule dans 100 molécules de dissolvant volatil. Pour abréger, nous dirons qu'il représente la *diminution moléculaire de tension* de vapeur de la substance dissoute. Cela dit, les résultats de mes expériences (²) peuvent s'énoncer de la manière suivante :

1° Tout corps fixe, qui se dissout dans un liquide volatil, diminue la tension de vapeur de ce liquide.

2° Dans tous les dissolvants volatils, les diminutions molécu-

---

(¹) *Comptes rendus des seances de l'Académie des Sciences*, t. XCIV à CI; *Ann. de Chim. et de Phys.*, 5ᵉ série, t. XXVIII, 1883; 6ᵉ série, t. II, 1884, et t. IV, 1885; *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. III, p. 16, 1884, et t. V, p. 64, 1886.

(²) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 6 décembre 1886, 23 mai 1887, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6ᵉ série, t. XV; 1888.

laires de tension de vapeur, dues aux différents composés dissous, se rapprochent de deux valeurs moyennes, variables suivant la nature du dissolvant et dont l'une, que j'appelle *normale,* est double de l'autre.

3° La diminution moléculaire normale de tension est celle qui se produit le plus souvent. Dans la benzine, le chloroforme, et généralement dans les hydrocarbures simples ou substitués, elle est déterminée par tous les composés qui ne renferment point d'hydroxyle. Dans l'éther, l'acétone, l'alcool méthylique, l'alcool éthylique, la diminution moléculaire normale est produite par presque tous les corps, tant de nature organique que de nature minérale.

Ces faits d'expérience peuvent s'expliquer en admettant que dans un volume constant de dissolution étendue toutes les molécules physiques, de quelque nature qu'elles soient, produisent la même diminution moléculaire de tension de vapeur. Cette diminution est *maxima* ou *normale,* si le corps dissous n'est point condensé et si chaque molécule physique ne renferme qu'une seule molécule chimique. C'est donc dans la comparaison des diminutions moléculaires normales de tension qu'il faut chercher la loi générale qui régit le phénomène. Pour permettre cette comparaison, nous rapporterons dans le Tableau ci-après celles de ces valeurs qui ont été trouvées pour des dissolutions étendues, renfermant de 3 à 5 molécules de substance fixe pour 100 molécules de dissolvant volatil, et à des températures voisines de leur point d'ébullition.

Dissolvant.	Poids moléculaire du dissolvant.	Diminution moléculaire normale de tension $\frac{f-f'}{fN} = K$.
Eau	18	0,0102
Chlorure phosphoreux	137,5	0,0108
Sulfure de carbone	76	0,0105
Bichlorure de carbone (CCl^4)	154	0,0105
Chloroforme	119,5	0,0109
Amylène	70	0,0106
Benzine	78	0,0106
Iodure de méthyle	142	0,0105
Bromure d'éthyle	109	0,0109
Éther	74	0,0096
Acétone	58	0,0101
Alcool méthylique	32	0,0103
Alcool éthylique	46	0,0101
	Moyenne	0,0104

Les valeurs de K, consignées dans la dernière colonne, varient fort peu, bien que la valeur des poids moléculaires des dissolvants varie dans le rapport de 1 à 9, et elles restent toujours voisines de la moyenne 0,0104. On peut donc dire :

1 *molécule de substance fixe, en se dissolvant dans* 100 *molécules d'un liquide volatil quelconque, diminue la tension de vapeur de ce liquide d'une fraction à peu près constante de sa valeur, et voisine de* 0,0104.

Cette loi est tout à fait analogue à celle que j'ai énoncée en 1882, relativement à l'abaissement du point de congélation des dissolvants. Les anomalies qu'elle présente sont les mêmes et s'expliquent de la même manière : dans certaines dissolutions, les molécules physiques peuvent être formées de deux molécules chimiques et alors la diminution moléculaire de tension est moitié de la valeur normale; dans d'autres, les molécules chimiques se dédoublent et, alors, la diminution moléculaire de tension est plus grande qu'il ne le faudrait d'après la loi. En fait, ces anomalies ne sont point absolues et elles peuvent toutes disparaître lorsque les corps qui les présentent sont placés dans des dissolvants convenables; c'est ainsi que l'anomalie si remarquable que

tous les sels présentent, lorsqu'ils sont dissous dans l'eau, disparaît complètement lorsqu'ils sont dissous dans l'alcool ([1]).

M. Van t'Hoff, dans un Mémoire magistral intitulé : *Die Rolle des osmotischen Druckes in der Analogie zwischen Lösungen und Gazen* ([2]), a montré que cette loi se déduit rigoureusement des principes de la Thermodynamique. MM. Planck et Duhem sont depuis lors arrivés, par d'autres moyens, à la même conclusion.

Détermination des poids moléculaires. — Nous venons de voir que, pour les dissolutions étendues, on a

$$\frac{f-f'}{fN} = 0,0104, \tag{3}$$

quelle que soit la nature du corps dissous et celle du dissolvant.

Cette relation peut être mise à profit pour déterminer les poids moléculaires des corps fixes ou volatils. Soient

P le poids d'une substance, relativement fixe, dissoute dans 100^{gr} d'un liquide volatil;
M' le poids moléculaire du dissolvant volatil;
M le poids moléculaire du corps dissous.

On a

$$N = \frac{PM'}{M}.$$

Introduisant cette valeur dans (3), il vient

$$\frac{M}{M'} = 0,0104 \times \frac{fP}{f-f'}. \tag{4}$$

Il est donc possible de calculer M quand on connaît M' et réciproquement.

Cette nouvelle méthode pour déterminer les poids moléculaires est assurément plus difficile à pratiquer et moins exacte que la méthode *cryoscopique,* qui repose sur la mesure des abaissements

---

([1]) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* 20 août 1888.
([2]) *Zeitschrift für Physik Chem.,* Bd. I, octobre 1887.

du point de congélation des dissolutions (¹); mais elle peut rendre de grands services, lorsque la substance sur laquelle on opère refuse de se dissoudre ou s'altère dans tous les dissolvants solidifiables. C'est ainsi, par exemple, qu'elle m'a permis de déterminer les poids moléculaires d'un certain nombre de sels, en employant l'alcool comme dissolvant; et, en particulier, de prouver que le poids moléculaire du calcium est réellement double de son équivalent.

SUR LE TRAVAIL INTERNE DANS LES GAZ;

PAR M. E. BOUTY.

1. MM. Thomson et Joule ont appliqué les résultats de leurs expériences classiques *Sur les effets thermiques des fluides en mouvement* (²) à l'*Établissement de l'équation approximative de l'élasticité des gaz* (³). Ils avaient trouvé que le refroidissement accompagnant la détente de l'acide carbonique à travers une paroi poreuse est sensiblement proportionnel à la chute de pression et en raison inverse du carré de la température absolue. Admettant ces lois comme rigoureusement établies, ils démontrent que l'on doit avoir

$$(1) \qquad pv = RT - \frac{1}{3} apEC\left(\frac{273}{T}\right)^2.$$

Dans cette formule, C représente la chaleur spécifique sous pression constante, a l'abaissement de température par unité de pression.

(¹) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 23 novembre 1885; *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6ᵉ série, t. VIII, juillet 1886.

(²) MM. Thomson et Joule ont exécuté leurs premières recherches en 1852. Ces savants sont revenus un grand nombre de fois à la charge dans une série de Mémoires publiés de 1852 à 1862 dans le *Philosophical Magazine*, les *Proceedings of the royal Society* et les *Philosophical Transactions*. Tous ces Mémoires ont été réunis dans la *Collection des Mémoires de Joule*, publiée par la Société de Physique de Londres, t. II, p. 216 à 362.

(³) *Mémoires de Joule*, t. II, p. 357.

La marche adoptée par MM. Thomson et Joule a l'inconvénient de s'appuyer sur la mesure de quantités très petites et fort difficiles à évaluer avec précision. C'était sans doute la meilleure quand on ne possédait d'autres données sérieuses sur la compressibilité des gaz que les expériences de Regnault entre 1^{atm} et 27^{atm}, puisque les écarts de la loi de Mariotte dans cet intervalle sont eux-mêmes fort petits ([1]). Mais il n'en est plus de même après les recherches expérimentales d'Andrews, de M. Cailletet et de M. Amagat et les calculs de M. van der Waals, de Clausius et de M. Sarrau. On possède aujourd'hui au moins une formule, celle de Clausius, qui représente la compressibilité et la dilatation des gaz communs avec toute l'exactitude désirable et dans un intervalle fort large. Il est donc plus logique de considérer cette formule comme établie par l'expérience et d'en tirer les lois du travail interne des gaz et les lois, certainement plus complexes, des abaissements de température correspondant aux expériences de MM. Thomson et Joule.

Nous examinerons sous ce rapport la formule de M. van der Waals et celle de Clausius.

2. L'application des principes de la Thermodynamique à un corps quelconque caractérisé par une relation

$$f(p, v, t) = 0 \tag{2}$$

fournit l'équation bien connue

$$l = \frac{T}{E}\frac{\partial p}{\partial t}. \tag{3}$$

Le travail interne ou, ce qui revient au même, l'accroissement de l'énergie interne correspondant à la dilatation dv opérée à température constante, est

$$dU = (El - p)\,dv = \left(T\frac{\partial p}{\partial t} - p\right)dv. \tag{4}$$

([1]) On doit noter cependant que MM. Thomson et Joule avaient tout d'abord constaté l'accord numérique de leurs expériences avec une formule proposée par Rankine pour représenter les expériences de Regnault sur la dilatation et la compressibilité de l'acide carbonique (*Mémoires de Joule*, t. II, p. 269 et 360).

En effectuant les opérations indiquées à l'aide de la formule (2), puis intégrant (4) pour une variation finie du volume $v_0 - v_1$, on trouvera l'expression du travail interne total

$$\delta U = \int_{v_1}^{v_0} dU. \tag{5}$$

3. Dans les expériences de MM. Thomson et Joule, une masse de gaz, que nous pouvons prendre égale à l'unité, passe de la pression quelconque p_1 à la pression extérieure p_0 et se refroidit d'un nombre de degrés δt. Nous pouvons supposer qu'on la ramène à sa température initiale sous la pression constante p_0, en lui fournissant une quantité de chaleur $C\,\delta t$. Dans cette double transformation : 1° elle a effectué un travail extérieur total $p_0 v_0 - p_1 v_1$; 2° elle a éprouvé l'accroissement d'énergie interne δU. D'après le principe de l'équivalence, on a

$$EC\,\delta t = p_0 v_0 - p_1 v_1 + \delta U. \tag{6}$$

4. *Application de la formule de van der Waals.* — On a, d'après M. van der Waals,

$$p = -\frac{b}{v^2} + \frac{RT}{v - \alpha}. \tag{7}$$

b, α sont des constantes très petites qui dépendent de la nature du gaz étudié.

On trouve sans peine

$$dU = \left(T\frac{\partial p}{\partial t} - p\right)dv = b\frac{dv}{v^2};$$

$$\delta U = b\int_{v_1}^{v_0} \frac{dv}{v^2} = b\frac{v_0 - v_1}{v_0 v_1}. \tag{8}$$

Cette formule (8) exprime les lois du travail interne d'après la formule de van der Waals.

Admettons que la détente du gaz a lieu à partir d'une pression quelconque p_1 jusqu'à la pression atmosphérique p_0, mais dans des limites où la loi de Mariotte ne s'écarte pas trop de l'exactitude. En négligeant des quantités du second ordre, on peut

écrire (8) sous la forme

(8 *bis*) $$\delta U = b\,\frac{p_1 - p_0}{RT}.$$

Pour un gaz donné, *le travail interne doit varier proportionnellement à la chute de pression, et en raison inverse de la température absolue.*

5. On tire encore de la formule (7)

(9) $$p_0 v_0 - p_1 v_1 = \frac{b(v_0 - v_1)}{v_0 v_1} - \alpha RT \frac{v_0 - v_1}{(v_0 - \alpha)(v_1 - \alpha)}.$$

L'équation (6) devient alors

(10) $$\begin{cases} EC\,\delta t = \dfrac{2b(v_0 - v_1)}{v_0 v_1} - \alpha RT \dfrac{v_0 - v_1}{(v_0 - \alpha)(v_1 - \alpha)} \\ \qquad = 2\,\delta U - \alpha RT \dfrac{v_0 - v_1}{(v_0 - \alpha)(v_1 - \alpha)}. \end{cases}$$

En négligeant les quantités du second ordre, on a, plus simplement,

(10 *bis*) $$\delta t = \frac{1}{EC}(p_1 - p_0)\left(\frac{2b}{RT} - \alpha\right).$$

L'abaissement de température δt *est proportionnel à la chute de pression,* ainsi que l'ont observé MM. Joule et Thomson. En ce qui concerne la variation avec la température, δt suit une loi plus compliquée.

6. M. van der Waals prend pour unité de pression la pression atmosphérique normale et pour unité de volume le volume du kilogramme de gaz sous cette pression. Les constantes de la formule (7) pour l'acide carbonique, évaluées soit en unités de van der Waals, soit en unités C.G.S., sont

	Unités de van der Waals.	Unités C.G.S.
R...........	0,003686	$1,8894.10^6$
α...........	0,0023	1,163
b...........	0,00874	$2,8527.10^9$

Les expériences de MM. Thomson et Joule sur l'acide carbonique se rapportent aux températures de 20° et de 91°,5.

D'après Regnault, la chaleur spécifique de l'acide carbonique à 20° doit être voisine de 0,19336 (¹). En adoptant ce nombre, on tire de la formule (10 *bis*) pour une détente de $p_1 = 2^{atm}$ à $p_0 = 1^{atm}$ à la température de 20°,

$$\delta t_{20} = 1°,149.$$

MM. Thomson et Joule ont trouvé

$$\delta t_{20} = 1°,151.$$

L'accord de la formule de van der Waals avec les expériences de MM. Thomson et Joule sur l'acide carbonique à 20° est parfait.

D'après Regnault, la chaleur spécifique de l'acide carbonique à 91°,5 est environ 0,21246 (²). Cela posé, la formule (10 *bis*) donne

$$\frac{\delta t_{20}}{\delta t_{91,5}} = 1,409.$$

MM. Thomson et Joule ont trouvé

$$\frac{\delta t_{20}}{\delta t_{91,5}} = 1,632.$$

Le désaccord est assez grave. *La formule de van der Waals indique une variation trop lente de δt, avec la température.* Cette formule était déjà insuffisante pour représenter la compressibilité de l'acide carbonique sous les plus hautes pressions employées par Andrews. Il semble donc qu'elle doit être définitivement écartée.

7. *Application de la formule de Clausius.* — La formule de Clausius est la suivante

$$p = -\frac{b}{T(v+\beta)^2} + \frac{RT}{v-\alpha}; \qquad (11)$$

(¹) Chaleur spécifique moyenne de — 30° à + 10°, 0,18427; de 0° à 100°, 0,20246; d'où, en admettant une variation linéaire, $C_{20} = 0,19336$.

(²) Chaleur spécifique moyenne de 0° à 100°, 0,20246; de + 10° à + 210°, 0,21692; d'où, en admettant une variation linéaire, $C_{91,5} = 0,21246$.

b, α, β sont des constantes très petites, dépendant de la nature du gaz.

La formule (4) donne

$$dU = \frac{2b}{T}\frac{dv}{(v+\beta)^2};$$

(12) $$\delta U = \frac{2b}{T}\int_{v_1}^{v_0}\frac{dv}{(v+\beta)^2} = \frac{2b}{T}\frac{v_0-v_1}{(v_0+\beta)(v_1+\beta)}.$$

Cette dernière formule exprime les lois du travail interne.

En négligeant les quantités du second ordre, (12) prend la forme

(12 *bis*) $$\delta U = 2b\frac{p_1-p_0}{RT^2}.$$

Le travail interne est proportionnel à la chute de pression et en raison inverse du carré de la température absolue. Ce sont les lois énoncées par MM. Joule et Thomson *non pour les travaux internes, mais pour les abaissements de température.*

8. La formule (11) donne

(13) $$p_0v_0 - p_1v_1 = \frac{b}{T}\left[\frac{v_1}{(v_1+\beta)^2} - \frac{v_0}{(v_0+\beta)^2}\right] - \alpha RT\frac{v_0-v_1}{(v_0-\alpha)(v_1-\alpha)}$$

et, par suite, d'après (6),

(14) $$\left\{\begin{aligned} EC\,\delta t = {} & \frac{2b}{T}\frac{v_0-v_1}{(v_0+\beta)(v_1+\beta)} \\ & + \frac{b}{T}\left[\frac{v_1}{(v_1+\beta)^2} - \frac{v_0}{(v_0+\beta)^2}\right] - \alpha RT\frac{v_0-v_1}{(v_0-\alpha)(v_1-\alpha)}.\end{aligned}\right.$$

Cette formule compliquée se simplifie beaucoup si l'on néglige les quantités du second ordre. Il vient alors

(14 *bis*) $$EC\,\delta t = \frac{3}{2}\delta U - \alpha(p_1-p_0) = (p_1-p_0)\left(\frac{3b}{RT^2} - \alpha\right).$$

L'abaissement de température est proportionnel à la chute de pression. En ce qui concerne la température, il obéit à des lois plus compliquées.

9. Voici quelles sont, d'après M. Sarrau ([1]), les valeurs des constantes de la formule de Clausius pour l'acide carbonique :

	Unités de van der Waals.	Unités C.G.S.
R...........	0,003663	$1,8780.10^6$
α...........	0,000866	0,4375
b...........	2,092	$5,424.10^{11}$
β...........	0,000949	0,4800

Admettant pour la chaleur spécifique de l'acide carbonique à 20° et à 91°,5 les nombres indiqués ci-dessus, on trouve

$$\delta t_{20} = 1°,216.$$

Ce nombre ne diffère que de $\frac{1}{20}$ du nombre observé par MM. Thomson et Joule. On trouve de même

$$\frac{\delta t_{20}}{\delta t_{91,5}} = 1,729.$$

Si l'on négligeait la variation de la chaleur spécifique de l'acide carbonique avec la température, le calcul donnerait seulement 1,575. Ces deux nombres comprennent entre eux le nombre 1,632 observé par MM. Joule et Thomson.

On peut donc affirmer que *les résultats de MM. Joule et Thomson sur l'acide carbonique à* 20° *et à* 91°,5 *sont représentés par la formule de Clausius à des quantités près qui ne dépassent pas la limite des erreurs d'expérience.*

10. Nous ferons l'application générale de la formule de Clausius à tous les gaz pour lesquels M. Sarrau ([2]) en a calculé les coefficients.

La valeur de δU peut s'écrire

$$(15) \quad \delta U = 2b\,\frac{p_1 - p_0}{RT^2} = 2\,\frac{p_1 - p_0}{p_0}\,\frac{273}{T^2}\,\frac{b}{v_0} = 2\,\frac{p_1 - p_0}{p_0}\,\frac{273}{T^2}\,\frac{1,293}{1000}\,bd_0.$$

([1]) SARRAU, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XCIV; 1882.
([2]) SARRAU, *Ibid.*, p. 639, 818 et 845; 1882.

Pour les divers gaz à une même température, et pour une même chute de pression, les valeurs du travail interne sont proportionnelles au produit du coefficient b de la formule de Clausius par la densité du gaz prise relativement à l'air.

Dans le Tableau suivant, on a calculé : 1° les valeurs du travail interne pour une chute de pression de 2atm à 1atm, à la température de 0° C.,

$$\delta U_0 = \frac{2.1,293}{1000.273} b d_0;$$

2° les abaissements de température $\delta_1 t$ équivalents au travail interne seul; 3° les abaissements de température δt correspondant à la fois au travail interne δU_0 et au travail externe $p_0 v_0 - p_1 v_1$, c'est-à-dire tels qu'on doit les observer en répétant les expériences de Thomson et Joule. Le signe — indique que la température du gaz s'abaisse, le signe + qu'elle s'élève.

Sauf pour l'acide carbonique, on a pris pour C la chaleur spécifique moyenne de 0° à 100°, qui est seule connue.

Gaz.	d_0.	$b.10^{-11}$.	$\delta U_0.10^{-4}$.	C.	$\delta_1 t$.	a.	δt.	$\frac{\delta_1 t}{\delta t}$.
[h]drogène........	0,0692	69,750	4,573	3,4090	—0°,032	9,914	+0°,022	—1,45
[az]ote............	0,972	2,864	2,637	0,2438	—0,255	1,081	—0,277	+0,920
[ox]ygène..........	1,1056	2,715	2,843	0,2175	—0,314	0,627	—0,411	+0,764
[fo]rmène..........	0,559	18,030	9,547	0,5929	—0,387	1,509	—0,518	+0,747
[éth]ylène..........	0,978	17,034	15,781	0,4040	—0,939	0,765	—1,361	+0,687
[Ac]ide carbonique..	1,529	5,424	7,856	0,1873	—1,006	0,437	—1,321	+0,761

Les travaux internes δU_0, rapportés à 1gr de gaz, sont tous du même ordre de grandeur. Sous ce rapport, l'hydrogène se place entre l'oxygène et l'acide carbonique. Mais, si l'on rapporte δU_0 à l'unité de volume, ou, ce qui revient au même, au poids atomique, le travail interne relatif à l'hydrogène devient de beaucoup le plus petit.

Les valeurs de $\delta_1 t$, toutes négatives, vont en croissant de l'hydrogène à l'azote, à l'oxygène, au formène, à l'éthylène et à l'acide carbonique. Pour l'hydrogène, l'oxygène et l'acide carbonique, elles sont à peu près dans le rapport des nombres 1, 10 et 30.

Le rapport $\frac{\delta_1 t}{\delta t}$ est très différent d'un gaz à un autre. On a,

en effet,

$$\frac{\delta_1 t}{\delta t} = \frac{\frac{2b}{RT^2}}{\frac{3b}{RT^2} - \alpha}.$$

Pour l'éthylène, α est petit par rapport à $\frac{b}{RT^2}$; $\frac{\delta_1 t}{\delta t}$ se rapproche de $\frac{2}{3}$; pour l'azote, α est presque égal à $\frac{b}{RT^2}$, $\frac{\delta_1 t}{\delta t}$ est voisin de l'unité, le refroidissement observé dans l'expérience de MM. Joule et Thomson est dû presque uniquement au travail interne. Enfin, pour l'hydrogène, α est plus grand que $\frac{3b}{RT^2}$, et l'on doit observer un réchauffement. C'est en effet ce qui a été annoncé en dernier lieu par MM. Thomson et Joule ([1]). On remarquera d'ailleurs que l'échauffement δt relatif à l'hydrogène n'est que la soixantième partie du refroidissement présenté par l'acide carbonique. Il est à la limite des quantités observables dans des expériences aussi délicates.

Si l'on admet la loi des mélanges ([2]), la valeur de δt pour l'air à 0° serait $-(\frac{4}{5}.0,277 + \frac{1}{5}.0,411) = -0°,304$. On trouve de même à 20°

$$\delta t_{20} = -0°,252.$$

D'après MM. Joule et Thomson, $\delta t_{20} = -0°,262$.

([1]) *Mémoires de Joule*, t. II, p. 362. Les auteurs avaient d'abord trouvé un refroidissement (p. 268 du même volume).

([2]) Pour des gaz s'écartant très différemment de la loi de Mariotte, les expériences tentées par MM. Thomson et Joule (*Mémoires de Joule*, t. II, p. 354) sont défavorables à la loi des mélanges, infirmée d'ailleurs par les expériences d'Andrews, etc.

ÉCOULEMENT DES GAZ, PAR UN LONG TUYAU;

PAR M. J.-B. BAILLE.

L'hydrodynamique des gaz présente des questions assez complexes et qui ont déjà tenté un grand nombre de mathématiciens et d'expérimentateurs (*voir*, en particulier, les travaux de MM. Haton de la Goupillière, Hugoniot, F. de Romilly, etc.). Ayant été amené à m'occuper de la viscosité des gaz et des effets de cette viscosité dans un long tube, j'ai voulu traiter une question restreinte et toute particulière de cette hydrodynamique, et c'est le résultat de ces expériences que je vais résumer ici.

Une masse d'air comprimé s'écoule dans l'atmosphère, par un ajutage assez court, ou par un long tube. Quelles sont les circonstances qui accompagnent ces écoulements différents? La question peut avoir des conséquences pratiques intéressantes, et il est facile de préciser, assez exactement, les conditions expérimentales.

L'écoulement d'un gaz comprimé, à travers un tube étroit, a été traité théoriquement un grand nombre de fois. Je ferai usage des formules données dans l'Ouvrage de MM. Jamin et Bouty.

L'appareil que j'employais m'avait déjà servi pour la recherche de la vitesse du son dans les tuyaux étroits ([1]).

Un réservoir de 54^{lit}, rempli d'air comprimé, muni d'un manomètre Bourdon et d'un thermomètre à mercure assez sensible, communiquait, par un robinet, avec un ajutage de $0^m,06$ de long et de $0^m,55$ de diamètre. Cet ajutage pouvait déboucher dans l'air libre, ou être réuni à un long tube de plomb de 100^m de long, du même diamètre, enroulé soigneusement sur un tonneau, et le gaz, sortant du réservoir, arrivait à l'air libre par un ajutage exactement pareil au premier, après avoir parcouru toute la longueur du tube. Au moment de l'ouverture, le robinet donnait un signal électrique; et l'observateur, par une clef de Morse, indiquait le passage de l'aiguille du manomètre devant les divisions. Tous ces signaux étaient inscrits et relevés comme à l'ordinaire.

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 493; 1887.

I. *Refroidissement.* — La détente du gaz dans le réservoir est toujours accompagnée d'une baisse de la température. Quelle que fût la durée de l'écoulement, cette chute du thermomètre a toujours été comprise entre $1°,4$ et $1°,6$C. La pression initiale était de $11^{atm},5$ et la pression finale de $1^{atm},5$; que le gaz s'écoulât en 27^s ou en 350^s, que le réservoir d'air comprimé fût plongé dans l'air ou dans l'eau, le thermomètre indiquait toujours le même refroidissement.

Si la masse du gaz s'était détendue librement avec cette chute de pression, le refroidissement aurait été de plus de 100°; en retardant la détente, on ne diminue pas le refroidissement total; mais la capacité calorifique de l'air et sa conductibilité pour la chaleur sont tellement faibles que les corps avoisinants cèdent à l'air restant dans l'appareil une quantité de chaleur à peu près constante, quelle que soit la durée de la détente.

On peut donc conclure de là que l'écoulement d'un gaz est presque complètement adiabatique, les corps avoisinants n'étant affectés que très lentement et très faiblement par les variations thermiques d'une masse gazeuse. Il faudrait répartir des corps très nombreux et disposés soigneusement dans toute la masse du gaz pour qu'on pût espérer compenser à chaque instant et par un apport extérieur la perte de chaleur de cette masse.

II. *Variation de la pression avec la longueur.* — La théorie indique que, lorsque la vitesse d'écoulement est uniforme, la pression varie en raison inverse de la longueur, de sorte que les sommets des colonnes manométriques, réparties le long du tube d'écoulement, soient sur une même ligne droite.

Dans le cas de mes expériences, l'écoulement n'a pas lieu uniformément, et il était intéressant de vérifier que la répartition des pressions restait encore la même. Aussi, sur le tube de plomb, avaient été pratiquées des ouvertures, sur lesquelles on pouvait établir un manomètre enregistreur (système Richard); et, en relevant comparativement les pressions indiquées, on a pu constater que la loi des pressions $2p = p_0\left(1 - \frac{l}{4}\right)$ (p étant l'excès de pression entre le réservoir et l'atmosphère) était conservée.

On ne peut pas chercher dans ces vérifications une trop grande

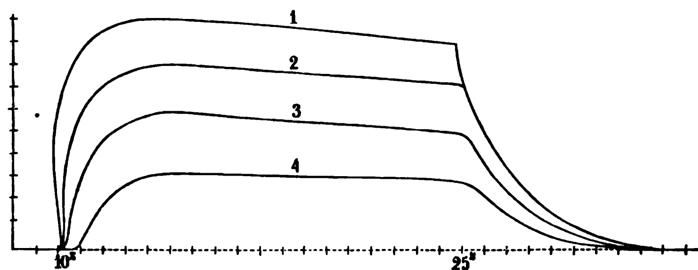
précision; car il est difficile d'admettre que, dans toute la masse du gaz dans le réservoir, la pression ou la température restent constantes et uniformes. Il n'en serait ainsi que si l'ouverture du robinet donnant passage au gaz était infiniment petite, et l'écoulement infiniment lent. Dans mes expériences, le manomètre du réservoir était placé près de la sortie, et il indiquait probablement la pression du gaz à l'entrée de l'ajutage. Mais le reste de la masse gazeuse, surtout au début de l'expérience, est certainement à une pression différente, de sorte que le terme *pression dans le réservoir* est seul défini.

III. *Retard de la pression.* — De même, les termes *pression au même instant, pression en un point* doivent être définis d'une manière plus précise; car la pression met un temps appréciable pour s'établir aux différents points du tube.

J'ai montré (novembre 1887) que la durée de propagation d'une compression est d'autant plus courte que la compression est plus énergique. L'établissement de la pression aux différents points du tube, pendant l'écoulement, éprouve un retard bien plus grand encore, et les courbes suivantes (*fig.* 1) donnent quelques indications sur la marche du phénomène.

Elles ont été obtenues en donnant au réservoir une pression

Fig. 1. — Établissement de la pression aux différents points du tube.



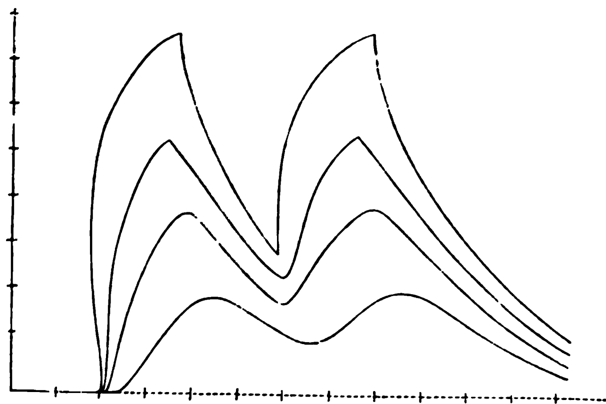
initiale constante de 3 atmosphères. Un manomètre Richard, indiquant la pression en centimètres de mercure, fut placé d'abord à 20ᵐ du robinet (courbe 1) le cylindre enregistreur mis en marche à la cinquième seconde, le robinet ouvert à la dixième et fermé à la vingt-cinquième. La même expérience fut recommencée à 40ᵐ du robinet (nº 2), puis à 60ᵐ (nº 3), et à 80ᵐ (nº 4) (à 100ᵐ du ro-

binet, la courbe, pour $p = 2^{atm}$, ne se distingue pas assez de l'horizontale). La vitesse de l'enregisteur était toujours la même, car on remontait à chaque fois le mouvement d'horlogerie. L'inspection de ces courbes montre que les variations de pression sont de moins en moins brusques à mesure que la longueur augmente.

Il en est de même quand, le robinet fermé, le manomètre commence à redescendre après un léger retard, qui, cette fois, paraît être le même pour toutes les courbes.

A la suite de ces courbes, ont été tracées d'autres courbes également intéressantes (*fig.* 2). Le robinet était ouvert et fermé deux fois de suite avec un rythme de deux secondes. On voit que

Fig. 2. — Retard des compressions brusques.



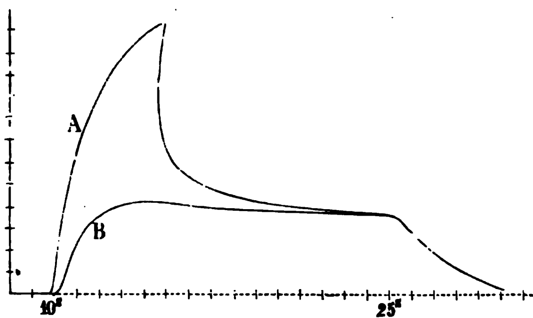
la deuxième compression se distingue de moins en moins de la première, et l'on comprend qu'elle finisse par se confondre avec elle (novembre 1887). Il est à remarquer que la deuxième compression atteint un maximum plus élevé que la première.

Le retard d'établissement de la pression, tel qu'il est indiqué par les courbes précédentes, n'est pas occasionné seulement par les deux causes auxquelles on pense tout d'abord, la propagation de la compression et l'inertie de l'appareil. Il est dû aussi à ce fait que, pendant l'écoulement, la pression de la gaine extérieure de la veine gazeuse est véritablement plus faible que la pression du filet central.

Les courbes suivantes (*fig.* 3) ont été obtenues en donnant 3^{atm}

au réservoiret en plaçant le manomètre à 80^m du robinet. La courbe A indique l'établissement de la pression statique, toutes les ouvertures étant fermées. Elle montre l'influence de la propagation de l'inertie de l'appareil. (On a été obligé d'ouvrir le tube avant l'arrivée au maximum, pour que la courbe reste dans les limites de la feuille.) La courbe B est obtenue comme les précédentes (pression dynamique). On voit que cette courbe B commence plus tard et que la tangente est toujours plus inclinée sur l'horizontale.

Fig. 3. — Courbe montrant l'inertie de l'appareil.



Il résulte de là que les différentes couches composant la veine gazeuse, telles que les a considérées Navier, ont véritablement des vitesses et des pressions différentes. Ces deux éléments vont en décroissant rapidement du centre au périmètre de la section transversale, et les courbes précédentes montrent que la dernière couche, celle qui frotte contre la paroi solide, et qui seule actionne le manomètre, est de plus en plus en retard sur les autres. C'est un des effets du frottement des gaz sur les solides intéressant à signaler.

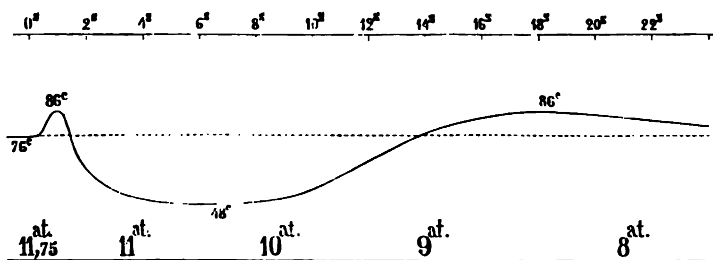
IV. *Pression sur la paroi.* — La couche d'air, placée sur la paroi du tube, éprouve, de la part des couches centrales, deux actions bien distinctes.

D'abord elle reçoit la pression de ces couches qui se détendent; puis elle est entraînée par elles, dans le sens du mouvement, avec une force oblique, proportionnelle à la vitesse de la veine et dépendant des frottements du gaz sur lui-même et sur le solide. Les composantes de ces deux actions, prises normalement à la paroi,

se retranchent, et il peut arriver, à mesure que la vitesse augmente, que la différence devienne nulle ou même négative. La courbe de la *fig.* 4 montre cet effet.

Elle a été tracée par le manomètre à centimètres, placé très près de l'ouverture, pendant l'écoulement du gaz sous la pression de $11^{atm},5$ et après un parcours de 20^{m}. Au début, la pression sur la paroi était $0^{m},76$; elle croît jusqu'à un premier maximum (1^{s}), puis elle décroît, et à mesure que la vitesse centrale augmente, la pression sur la paroi atteint lentement (6^{s}) un minimum de $0^{m},48$; et, à partir de là, elle croît peu à peu jusqu'au deuxième maximum $0^{m},86$ (19^{s}), d'où elle décroît régulièrement.

Fig. 4. — Variations de la pression près de l'ouverture.



Il est à remarquer que l'allure de cette courbe est modifiée par une foule de circonstances, qui paraissent d'abord indifférentes : ainsi la forme et la capacité du manomètre, l'ouverture de ce manomètre dans le tube d'écoulement, les corps avoisinant la sortie, et modifiant la vitesse moyenne de la veine et, par suite, la pression sur la paroi (1).

C'est ainsi qu'une pression de $4^{atm},25$ ou de 6 atmosphères dans le réservoir a produit ou non une aspiration dans le manomètre, suivant que le gaz s'écoulait à travers $1^{m},22$ ou $1^{m},20$ de tube; que l'aspiration ne s'est plus produite pour aucun cas dans le manomètre placé à $0^{m},04$ au lieu de $2^{cm},5$ de la section finale; que,

(1) On comprend que, si les actions ne sont pas rigoureusement identiques sur tout le périmètre de la section transversale, s'il s'est produit une petite dyssymétrie quelconque, la veine sera aussitôt animée d'un mouvement hélicoïdal (expérience de M. van der Mensbrugghe).

après 100^{m} de tube, j'ai encore obtenu une aspiration dans un manomètre à eau sous une pression de 5 atmosphères dans le réservoir, etc.

Il résulte donc de ces expériences que la pression sur la paroi peut être transformée en aspiration, pour les points très rapprochés de l'ouverture. C'est le phénomène utilisé dans les trompes et dans quelques appareils de mécanique (injecteurs, pulvérisateurs, etc.); et l'effet obtenu est d'autant meilleur que la vitesse est plus grande et, par suite, que l'aspiration est déterminée plus près du filet central (F. de Romilly).

Si l'on pouvait construire le tube d'écoulement avec une matière assez plastique pour épouser la forme de la veine sous l'action des pressions et dessiner la couche dont la pression reste égale à (0^{m},76) celle de l'air extérieur, on verrait le tube se gonfler fortement depuis le robinet jusqu'aux approches de l'embouchure; il se rapprocherait de plus en plus du tube réel, deviendrait parfois même plus petit et présenterait la section la plus contractée près de l'embouchure même. La forme de ce tube hypothétique varierait du reste rapidement avec le temps.

La vitesse aux différents points présente les mêmes variations en sens inverse; d'abord nulle ou à peine appréciable jusque très près de l'embouchure, elle augmente alors très rapidement et devient bientôt considérable. L'énergie potentielle du gaz se transforme en force vive, seulement près de la sortie.

La vitesse particulière du filet central, pour laquelle la pression sur la paroi est de 0^{m},76, n'est acquise qu'à des positions et dans des circonstances très particulières.

Pour calculer cette vitesse même dans le cas le plus simple, il faudrait connaître la pression ou la vitesse du filet central, c'est-à-dire faire des expériences différentes de celles que je m'étais proposées.

V. *Forme de la veine.* — La forme de la veine, au moment où elle sort du tube, s'obtient facilement en saupoudrant une feuille de papier de poudre fine, noire en avant du tube, rouge en arrière, et en faisant sortir le gaz au-dessus de cette feuille.

Quelques gouttes d'eau pulvérisée sur la feuille de papier tracent les trajectoires des molécules. On obtient ainsi une section

plane de la veine; et, lorsque la pression est très forte, les particules solides s'imprègnent dans la masse de papier, et le dessin se fixe lui-même, sinon il suffit de projeter de l'eau très fine sur le papier gommé d'avance.

Lorsque le gaz s'écoule par un court ajutage, la vitesse devient aussitôt très grande, et les effets se succèdent si rapidement qu'ils peuvent être simultanés; mais, en observant attentivement, on peut apercevoir deux effets distincts.

Fig. 5.



D'abord le jet sort cylindrique et commence à s'étaler très loin de l'orifice. La poudre noire est soulevée et chassée entièrement; les molécules suivent une trajectoire rectiligne, à l'intérieur de la trace blanche; quelques-unes de ces trajectoires sont même inclinées sur l'axe, indiquant que la contraction des filets n'est pas complètement terminée à la sortie du tube. La veine gazeuse, en quittant l'orifice pratiqué dans un tube de très mince épaisseur, ·ibre comme cette extrémité du tube et présente des alternatives

de dilatation et de compression. En même temps la poudre noire s'accumule sur les bords de la trace blanche comprimée par la détente du jet. Cette trace blanche cylindrique est le premier phénomène qui se produit, et que l'on retrouve toujours, quelque rapide que soit l'ouverture du robinet.

En second lieu, une aspiration violente s'établit en arrière du tube ; la poudre rouge, même celle qui est très éloignée, est aspirée d'abord à l'intérieur du jet, puis aussi à l'extérieur; et le mélange des deux poudres montre l'étalement du jet qui cesse d'être cylindrique, pour se transformer en cône et même en paraboloïde, à mesure que le frottement sur l'air extérieur, s'exerçant sur une section plus grande, diminue la vitesse de la veine (*fig.* 5).

Il faut observer que l'aspiration, soulevant la poudre hors du papier, ne se marque pas comme la compression, de sorte que la trajectoire des molécules aspirées n'est pas marquée, ni en arrière du jet, ni même sur tout le périmètre du cône comprimé.

Fig. 6.



Si la pression est moindre et si la vitesse ne devient jamais très grande, comme il arrive par un écoulement à travers les 100^{m}, les phénomènes précédents peuvent être observés plus nettement, car ils sont plus longtemps distincts. Le jet reste cylindrique pendant un instant très court, puis il s'étale en cône. L'aspiration est très faible et reste limitée à une sphère dont le centre est le milieu de l'orifice, et le rayon croît avec la vitesse. La poudre rouge aspirée pénètre encore dans l'intérieur du jet, mais elle reste à la partie in-

férieure de la figure, et se mélange peu avec la poudre noire qui est déjà fixée, quand l'aspiration commence à se reproduire (*fig.* 6).

VI. *Variation de la pression avec le temps.* — A mesure que le gaz s'écoule, la pression dans le réservoir décroît plus ou moins rapidement. La loi de variation est la loi ordinaire exprimée par la formule $dp = -\frac{\alpha p\,dt}{T}$, dans laquelle p désigne la pression à laquelle est dû l'écoulement (différence entre la pression lue sur le manomètre et la pression atmosphérique extérieure), t le temps et T la durée totale de l'écoulement. Le nombre α est une fonction assez complexe de la forme et du volume du réservoir, du robinet, etc. La pression initiale étant p_0, la pression du réservoir, au bout du temps t, est donnée par l'expression $p = p_0 e^{-\frac{\alpha t}{T}}$.

Cette formule se vérifie assez exactement, si l'on n'en exige pas une trop grande précision, à cause de la difficulté de mesurer p. Je prenais régulièrement

$$p_0 = 11^{\text{atm}},5 - 1 = 10^{\text{atm}},5 \qquad \text{et} \qquad p_T = p_0 e^{-\alpha} = 0^{\text{atm}},5.$$

Il en résulte $\alpha = 3,07$. En inscrivant les heures de passage du manomètre à ses divisions, on obtient la durée dt, pendant laquelle la pression du réservoir p baisse de dp. Si l'on fait $dp = 1$, et si l'on fait le produit $p\,dt$, on obtient, dans chaque expérience, une série de valeurs assez concordantes entre elles-mêmes, et avec les mêmes valeurs fournies par d'autres opérations. Les moyennes de ces valeurs $p\,dt$ ont été inscrites dans le Tableau suivant, ainsi que les valeurs de α qui en résultent d'après la formule différentielle $dp = -\frac{\alpha p\,dt}{T}$:

l.	T.	*p dt.*	α.
100^m	327^3	112,40	2,91
80	291	98,81	2,95
60	256	86,0	2,98
40	205	68,24	3,00
20	151	49,55	3,05
1,20	91^5	29,82	3,05
0,25	74	24,21	3,06
0,13	36	10,62	3,39
0,06	28	8,20	3,41

Le nombre α n'est pas tout à fait constant, il croît lentement à mesure que l diminue. C'est qu'en effet la pression qui détermine la sortie d'une certaine masse de gaz du réservoir ne reste pas constante; elle diminue pendant tout le temps que cette masse de gaz met à parcourir le tube; et lorsqu'elle sort dans l'atmosphère, la pression est plus faible que lorsqu'elle est sortie du réservoir. Dans l'expression $p\,dt$, il faudrait prendre p au moment non pas de la sortie du réservoir, mais bien de la sortie dans l'atmosphère où la pression qui s'oppose à la sortie est bien de 1^{atm}. Et la différence entre les deux pressions est d'autant plus grande que le tube l est plus long. Or, si l'on diminue p, le nombre $\alpha = \frac{T\,dp}{p\,dt}$ augmente sensiblement.

De plus, les derniers nombres α montrent que les filets gazeux, constituant la veine, n'ont pas eu le temps de se redresser complètement et d'arriver au parallélisme par un parcours de 13^{cm} au moins sous une pression de $10^{atm},5$, et, si l'on néglige ces dernières expériences, le nombre α est très sensiblement constant et rapproché du nombre théorique.

Comme ce facteur représente l'influence de la forme du réservoir, c'est-à-dire la facilité d'accès du gaz à l'orifice de sortie, on peut conclure que cette influence reste constante, quelles que soient la durée totale d'écoulement T et la longueur du tube. Ce fait est important, car il montre qu'il ne faut pas pousser trop loin l'analogie qui paraît devoir exister entre la résistance de l'air ambiant sur les bases d'un cylindre mobile et le frottement du gaz sur l'ouverture du tube par lequel il va s'écouler. On sait, en effet, que la résistance de l'air sur la base antérieure d'un cylindre mobile diminue lorsque la longueur de ce cylindre augmente derrière cette base, à cause de l'entraînement des couches d'air.

En étudiant le produit $p\,dt$ obtenu expérimentalement, en prenant constamment $dp = 0^{atm},5$, on remarque que ce produit est affecté de toutes les erreurs qui se rencontrent dans la mesure de p. Ce produit est d'abord très faible et va en croissant rapidement; puis il arrive à la constance indiquée dans le Tableau précédent; puis, lorsque p n'est plus que $1^{atm},5$ ou 1^{atm}, et que sa mesure est devenue plus incertaine, le produit $p\,dt$ diminue lentement jusqu'à o. L'écoulement continue en effet pendant un temps très

long; la pression est devenue insensible aux appareils les plus délicats, et cependant une flamme voisine du jet vacille longtemps encore.

On peut donc admettre que la pression du réservoir varie d'après la formule

$$p = p_0 e^{-\alpha \frac{t}{T}}.$$

VII. *Vitesse moyenne.* — Le poids du gaz écoulé pendant le temps T est donné par la formule ordinaire, établie en supposant p constant; en introduisant avant l'intégration l'expression précédente, on arrive à la formule de la dépense

$$Q = \frac{\pi}{\alpha} \delta \frac{T}{l} (p_0 - p_1) \left(\frac{R^4}{8\eta} + \frac{R^3}{2\varepsilon} \right),$$

δ la densité normale du gaz, p_0 et p_1 pressions extrêmes dans le réservoir, R rayon du tube, η frottement du gaz sur lui-même, ε frottement du gaz sur la paroi solide.

Dans mes expériences, toutes les quantités entrant dans cette formule restaient constantes, excepté T et l. Il en résulte que le rapport $\frac{l}{T}$, c'est-à-dire la vitesse moyenne d'écoulement du gaz doit rester constante quelle que soit la longueur l.

l.	T.	$\frac{l}{T}$.	λ_{10}.	T_5.	λ_5.	T_1.	λ_1.
100 m	327	0,306	5,6	256	0	101	0
80	291	275	13,9	226	8,4	88	8,7
60	256	234	22,6	201	18,6	80	19,0
40	201	195	26,2	163	23,7	66	25,3
20	151	132	28,7	120	26,9	45	24,6
1,20	91	13	28,2	73	27,3	19	17,6
0,25	74	3	23,5	50	19,3	11	10,5

Le Tableau précédent, dans lequel les valeurs $\frac{l}{T}$ sont rapportées (mètres, seconde), montre que cette vitesse moyenne va en décroissant avec l. C'est qu'en effet, en établissant la formule de la dépense, on suppose que le gaz, après avoir parcouru la longueur matérielle l, et au moment où il débouche dans l'atmosphère, est à la pression ambiante. Ceci est complètement inexact, car on perçoit le mouvement du gaz bien loin encore après l'ouverture; et il

arrive même souvent que l'écoulement a lieu avec le sifflement particulier indiquant un notable excès de pression. Il faut donc ajouter à la longueur matérielle l une longueur fictive λ parcourue dans l'air. Cette longueur λ n'a du reste aucune réalité, car la veine ne reste pas cylindrique, elle s'étale rapidement, et le gaz lancé dans l'air perd assez vite à la fois sa pression et sa vitesse. On l'a calculé par la condition $\alpha = 3,07$ et $\frac{l}{T} = 3,306 \times \frac{3,07}{2,91} = 0,323$.

Cette longueur λ n'est obtenue que pour une différence des pressions extrêmes ($p_0 - p_1 = 10^{atm}$). Si l'on prenait d'autres différences, on aurait pour λ d'autres nombres. Sur le Tableau précédent, on a marqué les longueurs λ obtenues en prenant les différences 5 atmosphères et 1 atmosphère; et, en supposant la longueur 100^m exacte, ce qui est vrai pour ces faibles excès de pression.

Il est remarquable que ces diverses valeurs de λ passent par un maximum pour chaque excès de pression particulier, et que ces maxima sont très voisins les uns des autres. On pourrait en conclure que la vitesse avec laquelle le gaz est lancé à la sortie du tube d'écoulement reste longtemps à peu près constante, malgré les variations de l'excès de pression ou de la longueur totale du tube. On comprend, en effet, qu'une certaine masse de gaz sortie du réservoir d'air comprimé s'avance lentement en se détendant en avant à l'intérieur du tube; sa vitesse devient appréciable seulement lorsqu'elle n'a plus à parcourir qu'une certaine distance, et qu'elle est arrivée à une détente déterminée. Les circonstances extérieures (pression atmosphérique, forme de l'embouchure, etc.) restant constantes, tous ces éléments précédant la sortie ne peuvent pas varier beaucoup.

Il importe de ne pas oublier que les vitesses moyennes peuvent être constantes et les vitesses extrêmes très différentes dans chaque cas particulier.

APPAREIL DESTINÉ A REMPLACER LES ROBINETS DANS LES EXPÉRIENCES A VIDE;

PAR M. F. DE ROMILLY.

Lorsque, dans les appareils à faire le vide, on a à manier fréquemment des robinets, on s'aperçoit bien vite qu'après un nombre très limité d'ouvertures et de fermetures successives, ces robinets laissent filtrer des quantités notables d'air. S'ils sont en verre, la cause devient visible par les petites stries qui dessinent le cheminement de l'air à travers le graissage. Le nettoyage retarde l'expérience et devient souvent très difficile quand la graisse s'introduit dans les tubes où ces robinets sont fixés. Le graissage lui-même est un obstacle au vide parfait.

On peut, avec l'appareil suivant, indéfiniment ouvrir et fermer hermétiquement le passage de l'air dans un ou plusieurs récipients, soit alternativement, soit simultanément, sans avoir jamais de nettoyage à opérer et sans avoir jamais à intervenir dans le jeu de l'appareil une fois monté.

Pour fixer les idées, voici la figure schématique et l'explication d'un appareil remplaçant un robinet à trois voies.

Trois tubes verticaux (*fig.* 1, 1, 2, 3), bouchés par le haut, d'une hauteur dépassant celle du baromètre et placés à côté l'un de l'autre, plongent par le bas dans une cuve à mercure C. Le premier communique par la partie supérieure à la pompe à vide; le deuxième, central, est isolé; le troisième communique au récipient. Du haut du tube central (*fig.* 2) descend un tube parallèle, capillaire seulement par sa moitié supérieure et plongeant par le bas dans une cuvette séparée C′. Les deux cuves ont le même niveau.

Dans ces trois tubes pénètrent deux tubes en Y dont les branches supérieures ainsi que l'inférieure sont plus hautes que la hauteur barométrique (YY′). Le grand tube (2) central renferme une branche de chaque Y. La branche basse de chaque Y munie d'un purgeur se prolonge en un tube TT′ de caoutchouc terminé par une petite bouteille BB′ contenant du mercure. Quand ces bouteilles sont à un niveau assez bas NN′ et que l'on fait le vide, le mercure monte dans tous les tubes jusqu'à la hauteur barométrique. Si alors on fait descendre la petite cuvette C′ au-

dessous du tube annexé au tube central, l'air entrera, et par les Y la communication aura lieu partout. Mais, si l'on monte jusqu'au dessus de l'embranchement d'un des Y (en H) la petite bouteille correspondante, le passage est interrompu de ce côté. L'air pourra pénétrer par le tube en Y dont la bouteille est restée basse et non plus par l'autre qui forme baromètre avec la bouteille élevée.

Fig. 1.

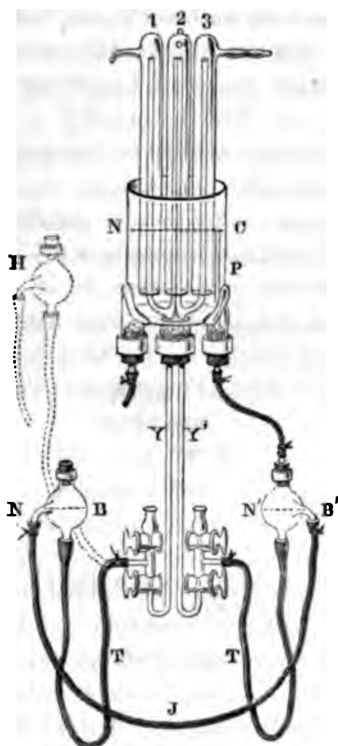
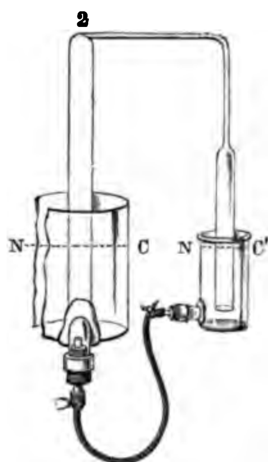


Fig. 2.



Après chaque opération, l'appareil revient à son état primitif et le mercure reprend partout son niveau initial. A cet effet, un tube de trop-plein (P) pénètre par le bas dans la cuve à mercure dont le niveau est ainsi limité. Ce tube se rend par un caoutchouc dans une des deux bouteilles du bas. Celles-ci communiquent à leur centre par un tube en caoutchouc J, de manière à égaliser leurs niveaux.

Quant aux cuves du haut, elles communiquent par un caoutchouc étroit qui rétablit les niveaux, mais assez lentement pour laisser le temps de maintenir la cuvette mobile au-dessous du tube pendant la chute du mercure et la rentrée de l'air.

Les tubes en Y doivent être assez larges pour échapper aux inconvénients de la capillarité. Cependant l'extrémité supérieure des branches des Y qui ne se trouvent pas dans le tube central doit être terminée par un orifice étroit, et tournée vers le bas.

On conçoit aisément qu'autant on mettra d'Y ayant une branche dans le tube central et l'autre dans un autre tube, autant on aura de voies à cette espèce de robinet. Tout l'appareil est fixé à une planche soutenue par un pied.

On peut faire encore un autre appareil analogue avec un seul Y à plusieurs branches supérieures, entrant chacune dans un tube séparé, organisé comme le tube central avec son annexe et sa cuvette. Ces appareils, comme les robinets, peuvent servir au passage des gaz.

On voit que la manœuvre de l'appareil consiste simplement à monter ou descendre la petite bouteille du bas et à descendre la petite cuvette du haut. Après chaque manœuvre tout reprend spontanément l'état d'origine.

SUR L'ÉQUILIBRE OSMOTIQUE ET LA CONCENTRATION DES DISSOLUTIONS PAR LA PESANTEUR;

PAR MM. GOUY ET G. CHAPERON.

Dans un récent Mémoire sur cette question ([1]), M. P. Duhem, ayant obtenu des formules qui lui paraissent un peu différentes des nôtres ([2]), croit pouvoir l'attribuer à un vice inhérent à la méthode que nous avons employée.

Nous devons faire remarquer d'abord que les formules de M. Du-

---

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 391; 1888.

([2]) *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XII, p. 384, et t. XIII, p. 120.

hem s'identifient avec les nôtres, si l'on ne se méprend pas sur le sens de la fonction $\varphi(F', F)$, que nous avons définie « le travail produit par le transport de l'unité de poids de vapeur, à température et à niveau constants, d'un réservoir où la pression est F' à un autre où elle est F, par exemple, au moyen d'un corps de pompe qui s'appliquerait sur ces réservoirs ». On aurait donc sous forme développée

$$\varphi(F', F) = F'V' + \int_{V'}^{V} F\,dV - FV.$$

D'après cela, notre équation (2), dans le cas où les points considérés sont infiniment voisins, s'écrit, avec les notations de M. Duhem,

$$V \frac{d\varpi}{ds} \frac{ds}{dz} dz = -dz - \left[v - s(1+s)\frac{dv}{ds}\right]\left[-\frac{dz}{v} - \frac{d\varpi}{ds}\frac{ds}{dz}dz\right]$$
$$-(p-\varpi)\frac{d}{ds}\left[v - s(1+s)\frac{dv}{ds}\right]\frac{ds}{dz}dz,$$

et l'on voit assez aisément qu'elle est identique à l'équation (49) de M. Duhem. Il en est de même des autres formules.

Nous ne serions peut-être pas revenus sur cette question, si l'objection faite à notre méthode par M. Duhem n'avait un caractère général. Elle consiste en ce que la diffusion, qui intervient pour fermer nos cycles, ne serait pas une opération réversible. La même erreur aurait été commise, d'après M. Duhem, par Kirchhoff, Helmholtz, et presque tous les auteurs qui ont appliqué le principe de Carnot aux dissolutions.

Pour apprécier cette objection, il convient de rappeler comment s'introduit la condition de réversibilité quand on applique le principe de Carnot aux cycles fermés. Pour les cycles isothermes en particulier, la question est très simple.

Considérons deux cycles fermés isothermes, d'ailleurs quelconques; soient respectivement θ_1 et θ_2 les travaux *extérieurs* produits dans ces deux cycles. Si nous pouvons démontrer la relation

$$(1) \qquad \theta_2 = -\theta_1,$$

il en résulte $\theta_2 = \theta_1 = 0$; car, d'après le principe de Carnot, le travail extérieur produit ne peut être positif pour aucun cycle fermé isotherme.

Ce théorème, comme on le voit, n'implique directement aucune condition de réversibilité. Celle-ci intervient d'ordinaire pour fournir les moyens d'établir la relation (1): on considère alors le même cycle parcouru dans les deux sens, et il faut que les travaux *extérieurs* soient réversibles, c'est-à-dire qu'ils changent de signe en conservant la même valeur absolue. Si cette condition est remplie, et que d'ailleurs les cycles soient fermés, il n'y a pas à s'occuper d'autre chose.

Cette condition est évidemment réalisée, aux infiniment petits du deuxième ordre près, dans les cycles isothermes dont il est ici question.

C.-L. WEBER. — Ueber die Widerstandsänderungen welche Metallegirungen beim Schmelzen zeigen (Changements de résistance des alliages au moment de la fusion); *Wied. Ann.*, t. XXXIV, p. 576; 1888.

Après avoir étudié la conductibilité d'alliages facilement fusibles (¹), l'auteur s'est occupé des alliages étain-plomb et étain-bismuth en proportions variables.

Les nombres indiqués correspondent à des expériences faites pendant l'échauffement des alliages, car on remarque pendant le refroidissement des différences qu'on peut attribuer à la surfusion.

L'un des alliages étain-plomb, $Pb^2 Sn^7$ présente, comme un métal simple, une augmentation brusque de résistance au moment de la fusion. Pour les autres, la fusion se fait en deux temps, le premier brusque, à une température fixe de 180°; l'autre comprend un intervalle de température plus ou moins grand. Au premier point correspond une augmentation brusque de résistance, suivie d'une variation lente jusqu'à fusion complète. Cette dernière variation est d'autant moins grande, par rapport à la première, que la composition de l'alliage est plus simple. On peut aussi remarquer, mais moins nettement, un point particulier vers 150° signalé par Mazzotto comme correspondant à un changement moléculaire.

(¹) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VI, p. 552.

Pour les alliages étain-bismuth, les conditions sont moins simples, puisque la fusion augmente la résistance de l'étain et diminue celle du bismuth. Lorsque la proportion de bismuth est faible 9,5-12,5, l'alliage se comporte sensiblement comme l'étain pur; lorsque cette proportion varie entre 25 pour 100 et 50 pour 100, la résistance diminue brusquement vers 140°, puis augmente jusqu'à la fusion complète. Les alliages les plus riches, 60-90 pour 100, présentent une diminution de résistance depuis 140° jusqu'à la fusion. La variation la plus faible correspond à la formule Bi^3Sn^4.

Il semble aussi qu'il y ait des variations au-dessous du point de fusion : aussi ces changements moléculaires rendent-ils difficile la détermination des coefficients de température qui varient entre 0,002 et 0,004 pour les alliages solides et 0,0005 et 0,0008 pour les alliages liquides.

A cette occasion, M. Weber a étudié la résistance du bismuth pur, il a trouvé d'abord qu'au point de fusion la résistance diminue brusquement de 2,9 à 1,35; à l'état solide, elle diminue jusqu'à 100° avec un coefficient —0,0006, puis elle augmente jusqu'au point de fusion; le minimum est compris entre 80° et 120°. Ces résultats confirment l'opinion de Matthiessen, que la conductibilité dépend de la structure cristalline du métal; mais il semble, au contraire, que la variation brusque correspondant à la fusion est une propriété spécifique du bismuth, puisqu'elle se retrouve dans les alliages dans lesquels la structure ne peut être celle du métal pur.

C. Daguenet.

W. KOHLRAUSCH. — Die Accumulatoren mit Rücksicht auf ihre Verwendung als Gebrauchselemente in Laboratorium (Les accumulateurs et leur emploi dans les laboratoires); *Wied. Ann.*, t. XXXIV, p. 583; 1888.

Ce travail a surtout pour but de fournir des renseignements pratiques sur la manière d'appliquer les accumulateurs aux usages de laboratoire. Les accumulateurs employés par M. Kohlrausch sont formés de fortes grilles en plomb, dont les intervalles sont remplis d'une bouillie de litharge et d'acide sulfurique fortement comprimée.

On charge ces éléments avec un courant de $0^{amp},5$ à $0^{amp},7$ par décimètre carré et l'on remarque que la tension monte rapidement à $2^{volts},1$, puis elle croît lentement; elle s'élève ensuite brusquement à $2^{volts},35$ ou $2^{volts},45$, et à partir de cette limite toute l'électricité est perdue sous forme de gaz qui se dégagent; on arrête donc la charge. La décharge se fait sous des tensions variant de $1^{volts},95$ à $1^{volts},75$, il y a désavantage à la continuer sous une tension plus faible. La valeur moyenne est donc environ $2^{volts},15$ pour la charge et $1^{volts},9$ pour la décharge; le rendement en watts est à peu près de 80 pour 100, si l'intervalle entre la charge et la décharge ne dépasse pas un ou deux jours.

La résistance des accumulateurs est très faible; elle est augmentée par des dépôts formés sur les lames, surtout par la formation du sulfate de plomb après un long repos; il est donc bon de maintenir les éléments en charge ou de les recharger de temps en temps, même quand ils doivent rester longtemps inactifs. Il faut avoir soin, quand on remonte les éléments, de les charger de suite et surtout de ne pas les laisser vides de liquide, car la plaque négative ne tarderait pas à s'oxyder au contact de l'air.

On vérifie facilement l'état des éléments avec une petite lampe à incandescence d'environ 2 volts.

Les meilleures dynamos pour le chargement des accumulateurs sont les machines en dérivation (shunt-dynamo). Avec elles, on n'a pas à craindre l'inversion des pôles, même si la tension des accumulateurs devient plus forte que celle de la machine par suite de la diminution du nombre de tours. Les machines en série (série dynamo) ne peuvent être employées directement, mais les machines compound, à potentiel constant, qu'on trouve plus souvent dans les laboratoires présentent les mêmes avantages que les machines en dérivation si elles contiennent beaucoup de fer et peu de tours sur le circuit principal.

Si nous prenons comme exemple une batterie de 50 couples. résistance totale $0^{ohms},25$, on voit, d'après les nombres précédents, que la tension de la batterie monte peu à peu pendant la charge de 105 volts à 115 volts; celle de la machine doit donc monter en même temps de 110 volts à 120 volts, soit par une augmentation du nombre de tours, soit par une modification de résistance dans la dérivation. Mais avec une machine à tension

constante, il est préférable, lorsque la question d'économie est secondaire, d'intercaler dans le circuit une résistance auxiliaire qu'on fait varier peu à peu, de façon à maintenir l'intensité constante. Cette résistance présente aussi l'avantage de réduire dans la batterie les variations d'intensité qui peuvent survenir dans la machine.

L'auteur termine en donnant les dispositions pratiques qu'il emploie dans le montage d'une batterie de 60 couples.

C. Daguenet.

T.-H. BLAKESLEY. — On a new barometer, called « the Amphisbæma » (Nouveau baromètre, nommé *Amphisbœma*); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXVI, p. 458; 1888.

Ce baromètre consiste en un tube de verre étroit, fermé par un bout et contenant de l'air et un long index de mercure (25^{cm} à 50^{cm}). Une échelle fixée au tube permet d'évaluer le volume de l'air.

Pour mesurer la pression atmosphérique, on suspend le tube verticalement : 1° avec l'ouverture en haut; 2° avec l'ouverture en bas. Soient

v_1 et v_2 les volumes de l'air;
l la longueur de l'index de mercure;
H la pression cherchée, évaluée en colonne de mercure.

L'application de la loi de Mariotte donne la relation

$$v_1(H + l) = v_2(H - l);$$
$$H = \frac{v_1 + v_2}{v_2 - v_1} l.$$

Il n'y a d'autre correction de température à faire que celle qui se rapporte à la colonne de mercure de longueur l. On l'effectuera à l'aide d'une Table dressée une fois pour toutes.

Cet appareil, extrêmement léger, peut aisément être emporté en voyage.

E. Bouty.

W. MICHELSON. — Ueber das Electroareometer (Électro-aréomètre); *Wied. Ann.*, t. XXXIV, p. 1038; 1888.

L'appareil consiste en un aréomètre dont la surface interne argentée est portée au potentiel V, tandis que le liquide dans lequel il flotte est au potentiel V'; il constitue ainsi un condensateur de capacité variable.

L'attraction des armatures est, d'après la théorie des condensateurs cylindriques, proportionnelle à $(V - V')^2$; elle déplace l'aréomètre jusqu'à ce qu'elle soit équilibrée par la poussée hydrostatique. Il faut nécessairement que le liquide ne mouille pas les parois, car l'ascension du ménisque ferait varier la capacité.

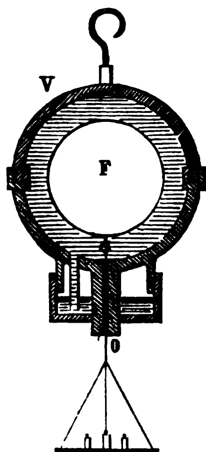
On peut utiliser cet appareil pour la démonstration de la théorie du condensateur, ou pour la mesure des tensions superficielles des liquides à divers potentiels; ses indications comme électromètre absolu seraient peu précises.

C. Daguenet.

J. JOLY. — On a hydrostatic balance (Balance hydrostatique); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXVI, p. 266; 1888.

Cette balance est une sorte d'aréomètre de Nicholson retourné. Un vase V que l'on accroche à un support fixe (*fig.* 1) présente

Fig. 1.



un orifice O étroit à sa partie inférieure et contient de l'eau. Un

flotteur creux F est muni d'un fil métallique qui passe par l'orifice O et c'est à ce fil que s'accroche un plateau. Il faut charger celui-ci d'une certaine tare, 1^{kg} par exemple, pour obliger le flotteur à abandonner la partie supérieure du vase V et le plateau à descendre. On opérera donc par double pesée, comme avec l'aréomètre de Nicholson; mais la manœuvre du nouvel appareil paraît infiniment plus commode. E. Bouty.

E. WILSON. — The law of dispersion (La loi de la dispersion); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXVI, p. 385; 1888.

L'auteur propose la formule exponentielle à quatre constantes

$$\frac{1}{n} = \left(a + b\lambda + \frac{c}{\lambda}\right)e^{-\frac{h}{\lambda^2}}$$

et établit qu'elle représente exactement les expériences de M. Langley depuis la raie H_1 jusqu'à $\lambda = 2^{\mu}, 356$. E. Bouty.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. XV; décembre 1888.

Th. Vautier. — *Application de la méthode graphique à l'étude de la vitesse d'écoulement des liquides visqueux*, p. 433.

J. Chappuis. — *Sur les chaleurs latentes de vaporisation de quelques substances très volatiles*, p. 498.

G. Foussereau. — *Sur la décomposition des hyposulfites par les acides*, p. 333.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXVI; décembre 1888.

S.-P. Thompson. — *Note sur les conditions d'auto-excitation d'une machine dynamo-électrique*, p. 469.

Ch. Tomlinson. — *Remarques sur la destruction lente des roches et sur certains phénomènes électriques, suggérées par quelques affirmations d'une nouvelle populaire*, p. 475.

O. HEAVISIDE. — *Sur les ondes électromagnétiques et les vibrations forcées des systèmes électromagnétiques*, p. 488.

SIR W. THOMPSON. — *Note à propos de son dernier Mémoire sur la réflexion et la réfraction de la lumière*, p. 500.

J. BROWN. — *Figures produites par l'action électrique sur des plaques photographiques sèches*, p. 502.

S.-P. LANGLEY. — *Partie invisible du spectre du Soleil et de la Lune*, p. 505.

R.-T. GLAZEBROOK. — *Application de la théorie de l'éther contractile de Sir W. Thomson à la double réfraction, à la dispersion, à la réflexion métallique et à d'autres problèmes*, p. 521.

Wiedemann's Annalen.

T. XXXV, n° 12; 1888.

G. QUINCKE. — *Propriétés physiques de lamelles solides minces*, p. 561.

G. QUINCKE. — *Extension périodique des surfaces liquides; apparences de mouvement qui en résultent*, p. 580.

W. VOIGT. — *Mesure des constantes électriques du spath fluor, de la pyrite, du sel gemme et de la sylvine*, p. 642.

E. KETTELER. — *Recherches expérimentales sur le pouvoir réfringent des liquides entre des limites de température éloignées*, p. 662.

F. KOHLRAUSCH. — *Sur la résistance électrique du mercure*, p. 700.

L. GRUNMACH. — *Recherches sur les changements de conductibilité électrique de divers corps résultant de changements de l'état d'agrégation*, p. 764.

A. HARTWIG. — *Électromètre à quadrants de sensibilité constante*, p. 772.

A. BERLINER. — *Action catalytique des métaux sur le gaz tonnant; occlusion de l'hydrogène*, p. 791.

C.-L. WEBER. — *Trois nouvelles méthodes pour la mesure de l'inclinaison magnétique*, p. 810.

A. ELSAS. — *Mesures de résistance au moyen de l'inducteur différentiel*, p. 828.

A. FŒPPL. — *Réponse aux remarques de M. Edlund sur mon Mémoire relatif à la conductibilité du vide*, p. 834.

W. v. ULJANIN. — *Réponse aux remarques de M. Kalischer relatives au pouvoir électromoteur du sélénium*, p. 836.

SUR LA DISPERSION ROTATOIRE MAGNÉTIQUE;

PAR M. P. JOUBIN.

Soit une vibration rectiligne polarisée faisant partie d'une onde plane tombant sur un milieu réfringent. Si ce milieu n'est soumis à aucune force extérieure agissant sur la distribution intérieure de l'éther, telle qu'une force magnétique, cette vibration va passer sans altération, sauf un changement dans sa vitesse de propagation, et à sa sortie restera polarisée dans le même plan. A la place de cette vibration rectiligne, nous pouvons, comme Fresnel, substituer dès l'entrée dans le corps transparent deux vibrations circulaires de sens contraire, de même période et d'amplitude moitié moindre, ayant la même vitesse de propagation que la vibration primitive.

Si maintenant l'une d'elles, par une cause quelconque, subit un changement de phase par rapport à l'autre, la vibration rectiligne résultante aura tourné à la sortie d'un certain angle en relation avec cette perte de phase par rapport à sa position primitive. L'expérience de Faraday a montré que l'influence d'un champ magnétique pouvait être la cause de ce changement de phase; il ne reste plus qu'à calculer sa grandeur.

Les forces magnétiques peuvent agir : 1° sur la vitesse de propagation; 2° sur la période de la vibration, c'est-à-dire sur tous les éléments qui la caractérisent. Et aucun fait ne peut *a priori* permettre de supposer que ce soit plutôt sur l'un que sur l'autre de ces éléments, puisque nous ne constatons qu'un effet résultant. Cependant, on a toujours admis jusqu'ici, par analogie avec ce qui se passe pour le quartz dans la théorie de Fresnel, que la vitesse de propagation était seule affectée, que la période de la vibration avant ou pendant l'aimantation n'avait pas changé. Cette analogie n'est pourtant rien moins qu'évidente; car un corps transparent, placé dans un champ magnétique, possède vraisemblablement, par ce fait même, un mouvement propre complètement différent de l'état vibratoire lumineux, mouvement de rotation dans les idées d'Ampère.

Peut-être est-ce à ce point de départ, qui semble inexact, qu'il

faut attribuer le désaccord constant des formules que l'on a données pour représenter la dispersion rotatoire magnétique, et des expériences pourtant fréquemment reprises par un grand nombre de savants. Il suffit de citer les beaux travaux de Wiedemann, de Verdet, qui ont porté sur les formules de Neumann et de Maxwell, et les recherches plus récentes de M. H. Becquerel et de M. van Schaik pour être convaincu que les formules théoriques ou empiriques sont à peu près aussi mal vérifiées par l'ensemble des phénomènes, ou du moins que les écarts sont bien plus grands que la précision que l'on peut atteindre dans ces mesures.

C'est ce qui m'a engagé à reprendre le même sujet, en changeant seulement l'hypothèse fondamentale, c'est-à-dire en admettant que la vitesse et la période de la vibration qui traverse le milieu aimanté changent à la fois. On peut en déduire alors une nouvelle formule démontrée par M. Mascart, dans son Cours du Collège de France.

Le calcul étant un peu long, j'en donnerai seulement le résultat.

En appelant

ρ la rotation pour la longueur d'onde λ_0 ;
X la force magnétique ;
e l'épaisseur du milieu ;
n son indice pour la même longueur d'onde ;
α et β les coefficients de variation de la vitesse et de la période,

c'est-à-dire des nombres tels que l'on ait

$$\frac{V}{V'} = 1 \pm \alpha X, \qquad \frac{T}{T'} = 1 \pm \beta X,$$

on trouve

$$\rho = 2\pi e X(2\alpha + \beta)\left(\frac{n}{\lambda_0} - \gamma \frac{dn}{d\lambda_0}\right), \tag{1}$$

en posant $\gamma = \frac{2(\alpha + \beta)}{2\alpha + \beta}$.

Si nous supposions que la période ne variait pas, il suffirait de faire $\beta = 0$, c'est-à-dire $\gamma = 1$, et l'on aurait

$$\rho = 2\pi e X 2\alpha\left(\frac{n}{\lambda_0} - \frac{dn}{d\lambda_0}\right). \tag{2}$$

J'ai, d'ailleurs, donné une autre démonstration de cette formule (1), qui consiste à la déduire des équations différentielles du mouvement vibratoire mises sous la forme

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = U^2 \frac{d^2\xi}{dr^2} - \frac{m}{\lambda}\frac{dn}{dt},$$

$$\frac{d^2 n}{dt^2} = U^2 \frac{d^2 n}{dr^2} + \frac{m}{\lambda}\frac{d\xi}{dt}.$$

Ce sont celles de Neumann, sauf que le coefficient m, au lieu d'être une constante, varie en sens inverse de la longueur d'onde.

Nous écrirons dorénavant la formule (1) de la façon suivante :

$$\rho = \frac{C}{\lambda}(n + \gamma m), \tag{2}$$

m désignant la quantité $-\lambda \frac{dn}{d\lambda}$, et C et γ étant les deux constantes qui caractériseront chaque corps. Il est remarquable tout d'abord que, si on l'applique aux expériences de Verdet, de M. H. Becquerel et de M. van Schaik, elle les représente à très peu près au degré d'approximation des mesures, sauf pour le verre, dans l'ultraviolet; mais on sait que ce corps absorbe fortement cette région du spectre et que les observations sont par là rendues difficiles. De plus, la constante γ est négative pour tous les corps qui ont une rotation négative, comme les sels de fer; positive pour ceux qui ont une rotation positive, résultat fort important. En somme, ces comparaisons donnent une probabilité à la théorie, mais ne permettent pas de trancher définitivement en sa faveur. Il était donc nécessaire d'instituer de nouvelles expériences en s'attachant à écarter le plus possible les nombreuses causes d'erreur, parmi lesquelles la principale est la variation du champ dans le courant d'une observation.

L'appareil magnétique dont je me suis servi est un gros électro-aimant vertical appartenant à l'École Polytechnique, que MM. Cornu et Potier avaient eu l'obligeance de mettre à ma disposition. Les pièces polaires de fer doux ont de larges surfaces (environ 200^{cmq}), entre lesquelles se produit le champ magnétique; par suite de cette étendue, on peut le regarder à certaine distance des bords comme absolument uniforme. Le courant lui était fourni par 30 accumulateurs Jullien, qui donnent un

courant très sensiblement constant tant qu'ils sont suffisamment chargés.

A la vérité, il n'était pas indispensable, comme on le verra, de connaître la valeur de ce champ, cette grandeur s'éliminant d'elle-même dans le cours des expériences. Cependant sa mesure offrait assez d'intérêt, en dehors de son utilité immédiate pour le but que je me proposais, pour être effectuée. J'ai donc entrepris de déterminer la valeur du champ de l'électro-aimant en fonction : 1° du courant excitateur, 2° de la distance des pôles. On mesurait la rotation du plan de polarisation de la lumière correspondant à la raie D, dans le sulfure de carbone que renfermaient de petites cuves fermées par des lames de verre non trempé et étudiées à l'avance. L'erreur commise est comprise entre $\frac{1}{50}$ pour les champs les plus faibles et $\frac{1}{150}$ pour les plus forts, ce qui fait à peu près 10 unités C.G.S. pour les premiers (500 C.G.S.) et 50 unités pour les derniers (7500 C.G.S.). Les résultats sont compris dans le Tableau suivant, qui permet d'avoir la valeur du champ pour une des valeurs du courant en ampères, et de la distance des pôles contenus dans la première colonne verticale et la première ligne horizontale :

$\frac{d}{\mathrm{I}}$.	19cm,6.	15cm,1.	9cm,8.	5cm,7.	2cm,7.	1cm,7.
amp 5..........	500	600	1000	1600	3000	3700
10..........	875	1150	1750	2675	4600	5400
15..........	1125	1450	2150	3200	5250	6250
20..........	1225	1600	2325	3500	5700	6700
25..........	1325	1725	2475	3750	6000	7000
30..........	1425	1825	2625	3900	6250	7150
35..........	1500	1900	2725	4000	6450	7325
40..........	1550	1950	2850	4100	6550	7500

Les courbes 1 et 2 résument ce Tableau; la *fig.* 1 donne les valeurs du champ en fonction du courant, la *fig.* 2 les mêmes quantités en fonction de la distance des pôles. Les premières se laissent bien traduire par la formule connue de Frölich

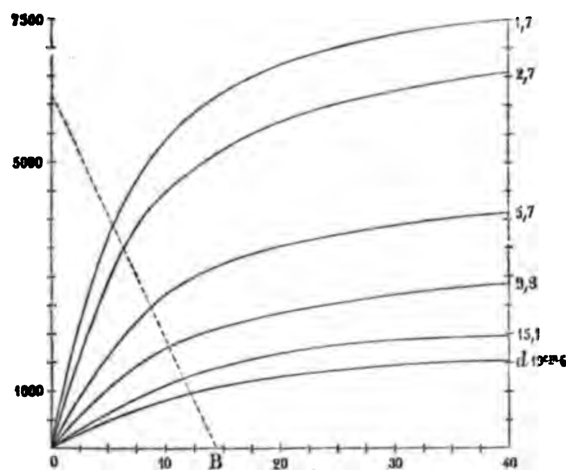
$$\mathrm{H} = \frac{\mathrm{I}}{a + b\mathrm{I}}.$$

Quant aux secondes, je n'ai pu trouver une formule simple satisfaisant à tous les cas. Tant que la distance des pôles est plus

grande que 5^{cm} et le courant plus petit que 15^{amp}, on a sensiblement

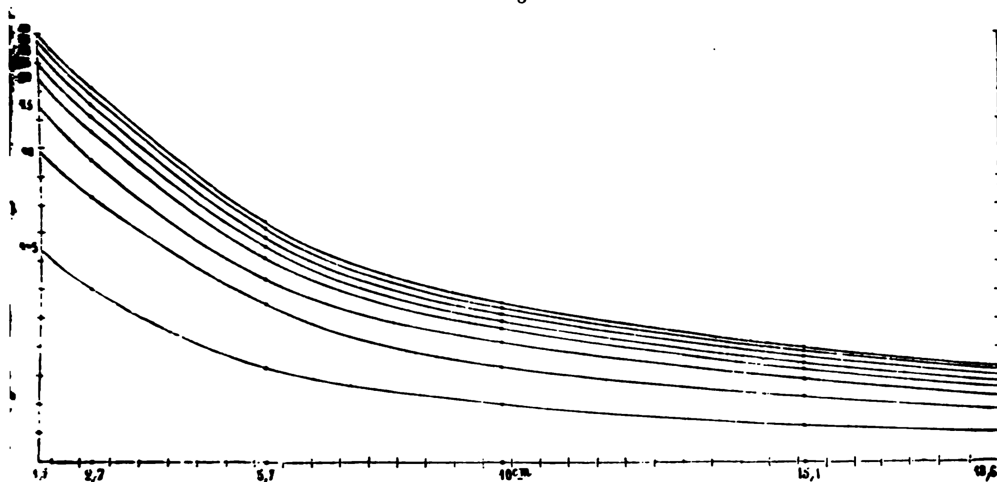
$$Hd = \text{const.}$$

Fig. 1.



En dehors de ces limites, le produit Hd croît beaucoup avec d.

Fig. 2.



Ainsi, à 40^{amp}, il est de 31000 pour $d = 20^{cm}$, et de 13000 pour $d = 1^{cm},7$. La saturation commence de plus en plus tôt quand les

pôles se rapprochent. Ainsi, dans les courbes de la *fig.* 1, les points où elles deviennent concaves sont sensiblement sur la droite AB : le courant de saturation est de 12^{amp} pour $d = 20$ et de 5^{amp} pour $d = 1^{cm},5$.

Mesure de la rotation.

Dans les travaux qui ont été faits jusqu'à ce jour, les expériences n'ont guère porté que sur le spectre visible, c'est-à-dire dans un intervalle si petit, par rapport au spectre total, que, la concordance entre l'observation et une formule fût-elle parfaite, il serait absolument impossible de l'appliquer au spectre ultra-violet. Seul, M. van Schaik a poussé jusqu'à la raie M, et encore les observations dans cette région n'offraient-elles plus guère de précision par suite de l'énorme absorption de ces rayons par les substances employées.

Je me suis proposé pour but d'étudier le phénomène non seulement dans la partie visible, mais encore jusqu'aux régions les plus reculées du spectre. C'est, en effet, pour les petites longueurs d'onde que les rotations sont le plus grandes et, par suite, que les écarts avec une formule déterminée doivent atteindre les plus grandes valeurs : c'est là pour ainsi dire la pierre de touche des théories ; il en est de même de la mesure des indices ultra-violets pour les théories de la dispersion.

Pour atteindre ce but, il a donc été nécessaire de varier les méthodes suivant que l'on opérait dans le spectre visible ou dans le spectre invisible.

1° *Spectre visible.* — C'est celui qui s'étend de la raie C à la raie G de la lumière solaire, ou de la raie 1 à la raie 7 du cadmium. On opérait, en effet, soit avec la lumière solaire, soit avec la lumière électrique, fournie par un grand régulateur de la marine absorbant 3 chevaux environ. Dans ce dernier cas, pour avoir des repères fixes dans le spectre, on faisait éclater devant l'appareil dispersif des étincelles d'induction entre deux pointes de cadmium.

Sans insister longuement sur l'appareil optique, dont il est facile d'imaginer la disposition, il se composait : 1° d'une lentille à long

foyer faisant converger sur la face antérieure de l'électro-aimant l'image fixe du soleil ou du charbon positif; 2° du polariseur; 3° de la matière en expérience; 4° de l'analyseur mobile dans un cercle gradué donnant la minute; 5° du spectroscope, dans lequel on avait remplacé la lunette ordinaire par une petite lunette grossissant cinq fois et munie dans le plan focal d'une fente très étroite (1^{mm}) limitant le champ; en avant du collimateur se trouvait une lentille cylindrique en verre, de 1^{cm} de foyer, faisant converger les rayons parallèles en une ligne brillante sur la fente élargie. La dispersion était obtenue par un seul prisme de flint blanc de 60°.

Les liquides mis en expérience sont renfermés dans des tubes de 1^{cm} de diamètre et de 6^{cm} environ de longueur, tels que les emploie M. Gernez dans ses études récentes de polarisation rotatoire.

Quand toutes les précautions sont bien prises et l'appareil bien réglé, ce qui exige des soins assez minutieux, on obtient dans la lunette un spectre d'un grand éclat, et la bande d'interférence produite par la rotation du plan de polarisation est assez nette pour qu'il soit inutile, dans le cas des liquides, d'ajouter à cette rotation la rotation naturelle d'une lame de quartz. Au contraire, pour les solides, la trempe inévitable des verres rend cette addition indispensable. Dans ce cas, on opérait par renversement du courant en substituant en même temps au quartz employé un quartz de sens contraire, de façon à augmenter toujours la rotation; la sensibilité est alors toujours la même, et il suffisait de retrancher de la rotation totale la somme des rotations des deux quartz pour avoir la rotation propre de la matière.

Bien entendu, on avait commencé par étudier le pouvoir rotatoire des plaques de verre qui fermaient les tubes où les liquides étaient contenus, et on le retranchait à chaque observation pour chaque valeur du courant et pour chaque longueur d'onde; dans les limites des erreurs d'expérience, il varie très sensiblement en raison inverse du carré de la longueur d'onde.

Voici donc la disposition et la marche d'une expérience. Deux tubes de même longueur contenant, l'un du sulfure de carbone, l'autre de la créosote, étaient situés côte à côte sur un même support pouvant glisser dans une coulisse et placés dans le champ magnétique. Le réticule de la lunette étant pointé sur une raie dé-

terminée et l'électro-aimant excité par un courant connu, on plaçait le premier tube, au moyen de la coulisse, bien normalement au faisceau lumineux; on amenait la bande d'extinction sur le réticule et on levait la position de l'analyseur. Aussitôt après, le deuxième tube était poussé à la place du premier et l'on faisait les mêmes lectures; cette manœuvre, répétée plusieurs fois, se faisait rapidement. En arrivant à la raie extrême, le courant n'avait jamais sa valeur initiale, tout en en différant peu; mais le rapport des rotations des deux substances était directement comparable pour chaque raie dans toute l'étendue du spectre. On élimine ainsi complètement l'influence de la variation du champ d'où provenaient les erreurs les plus considérables.

Pour les liquides, l'erreur relative a toujours été comprise entre $\frac{1}{150}$ et $\frac{1}{200}$. Pour les solides, l'influence de la trempe rend cette approximation presque impossible à atteindre; l'erreur ne dépasse cependant pas $\frac{1}{100}$. J'ai, d'ailleurs, dit plus haut quelle modification on avait apportée à la méthode pour la rendre plus précise.

Enfin, pour pouvoir comparer les résultats expérimentaux à la théorie, il fallait mesurer les indices des corps; cette opération se faisait au moyen d'un goniomètre de Brunner donnant les 5″. Très simple pour les solides, cette mesure devient très délicate pour les liquides, par suite des variations de la température. Au lieu de prendre, comme Verdet, la moyenne d'expériences faites à des températures à peu près équidistantes de la température moyenne, j'ai préféré calculer le coefficient de variation de l'indice pour chaque raie et ramener tous ces indices à la même température. A cet effet, le prisme de 60°, construit par Brunner, permettait l'introduction d'un thermomètre sur lequel on évaluait facilement le $\frac{1}{30}$ de degré; au commencement et à la fin de chaque pointé relatif à une raie, on lisait la température. On a pu ramener ainsi tous les indices à la température de 25° et les relier par une formule à trois termes de la forme

$$n = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4}.$$

Les différences n'ont jamais dépassé une unité du quatrième ordre décimal.

Les expériences ont porté sur deux liquides : le sulfure de car-

bone et la créosote, et sur quatre échantillons de verre que je désignerai par 1, 2, 3 et 4. Le n° 1 est en flint jaune; le n° 2 en crown blanc; le n° 3 est un parallélépipède de flint lourd jaunâtre donné par Faraday à M. Deville et intéressant à ce titre : c'est le plus réfringent et le plus lourd ($d = 5^{cm},325$); le n° 4 enfin est un flint lourd blanc.

Étude des résultats. — Il ne s'agit plus maintenant que de comparer les rotations trouvées à la formule théorique

$$\rho = \frac{C}{\lambda}(n + \gamma m).$$

D'après le principe même de la méthode, c'est le rapport des rotations de deux corps (de deux liquides, par exemple) qui est déterminé directement pour chaque raie, c'est-à-dire la quantité

$$\frac{\rho}{\rho'} = \omega = K\frac{n + \gamma m}{n' + \gamma' m'},$$

en posant $K = \frac{C}{C'}$, et les lettres accentuées se rapportant au deuxième corps. Il y entre trois constantes; il faudra donc trois observations pour les déterminer. On prendra les valeurs de ω relatives à trois raies; on en tirera les valeurs de K, γ et γ' et l'on calculera les rapports ω pour les autres raies. C'est ainsi qu'on trouve les nombres suivants :

1° Sulfure de carbone et créosote :

$\gamma = 15$, sulfure de carbone,
$\gamma' = 35,4$, créosote,
$K = 1,661$.

Comparaison des résultats :

Raies.	ω observé.	ω calculé.	Différence.
C............	1,558	1,553	+ 0,005
D............	1,532	1,533	— 0,001
E............	1,525	1,525	0
F............	1,516	1,515	+ 0,001
G............	1,512	1,516	— 0,004

2° Rapport des [illegible] dans les verres 1 et 2 :

$$\alpha = [illegible]$$
$$\beta = [illegible]$$
$$K = [illegible]$$

Raies du spectre.	n observé.	n calculé.	Différence.
1	[illegible]	[illegible]	— 0,005
2	[illegible]	[illegible]	— 0,006
3	[illegible]	[illegible]	— 0,005
4	[illegible]	[illegible]	— 0,008
5	[illegible]	[illegible]	0
6	[illegible]	[illegible]	— 0,005
7	[illegible]	[illegible]	0

3° Pour les matières 3 et 4 :

$$\alpha = 8,011.$$
$$\beta = 9,[illegible].$$
$$K = 1,6135.$$

Raies.	n observé.	n calculé.	Différence.
1	1,795	1,795	0
2	1,8[illegible]4	1,810	— 0,006
3	1,816	1,821	— 0,005
4	1,825	1,828	— 0,003
5	1,84	1,841	— 0,001
6	1,85	1,847	— 0,003
7	1,86	1,860	0

Je rappelle d'ailleurs que les longueurs d'onde des différentes raies sont :

	λ.	Cd.	λ.
C	65,67	1	64,370
D	58,93	2	53,771
E	52,71	3	53,363
F	48,62	4	50,844
G	43,04	5	47,986
		6	46,765
		7	44,145

On peut donc considérer l'accord comme absolu, surtout si

l'on tient compte des difficultés qui proviennent de la trempe. Quant à la façon dont varient ces coefficients γ avec les différentes matières, les expériences sont trop peu nombreuses pour qu'on puisse en rien tirer de général. Cependant, pour les solides, si l'on compare les valeurs de γ à leur densité, on voit que γ va en croissant à mesure que la densité diminue, et sensiblement en raison inverse du carré de la densité.

Échantillon.	Densité.	γ.	γd^2.	
2..........	2,552	28,90	187	Moyenne... 200
1..........	4,083	13,035	210	
4..........	4,390	9,197	178	
3..........	5,325	8,011	224	

Ils varient aussi en raison inverse de la dispersion $n_7 - n_1$ et de la quantité $\frac{n_7 - n_1}{n}$.

Spectre ultra-violet. — La coïncidence entre l'expérience et la théorie est jusqu'à présent complète dans toute l'étendue du spectre visible ; la seule critique que l'on puisse faire, et que nous avons faite à propos des autres théories, c'est que les deux limites extrêmes sont bien rapprochées et qu'il n'est pas étonnant qu'une formule qui contient trois constantes se trouve d'accord avec des expériences aussi peu étendues. Pour lever les derniers doutes, le seul moyen est de prolonger les observations au delà de la raie G.

La lumière solaire, de même que la lumière électrique, est limitée trop rapidement à la raie S ($\lambda = 31$) ; il faut donc avoir recours aux spectres discontinus de vapeurs incandescentes, telles que celle du cadmium ; la dernière radiation transmissible à travers le spath a pour longueur d'onde $\lambda = 21,421$. Mais il est alors nécessaire de changer totalement la méthode d'observation.

J'ai écarté tout d'abord l'emploi d'un oculaire fluorescent, à cause de son peu de sensibilité dans les régions très réfrangibles, et de son incommodité quand on opère sur des radiations séparées, qui, une fois éteintes, laissent l'œil sans points de repère. Seuls les procédés photographiques, avec la sensibilité extrême qu'ils ont atteinte, pouvaient être employés. Leur usage rend l'expérience plus sûre, mais bien plus pénible ; on ne peut, en effet, opérer que par tâtonnements successifs, et chaque tâtonnement

exige une manipulation complète. J'ai employé exclusivement le procédé au gélatinobromure d'argent, qui permet de réduire considérablement le temps de pose.

L'appareil magnétique n'a subi aucune modification ; quant au système optique, il a été entièrement transformé de la façon suivante : La source lumineuse était produite par des étincelles jaillissant entre deux fortes pointes de cadmium, reliées à une grosse bobine de Ruhmkorff, d'environ 1^{m} de long, alimentée par 10 accumulateurs donnant 15^{amp} environ. Quand les pointes sont suffisamment rapprochées, les étincelles deviennent continues et ont un éclat qui égale presque la lumière de l'arc électrique. Cette source était placée au foyer d'une lentille de quartz de 8^{cm} de distance focale ; les rayons en sortaient en faisceaux parallèles et tombaient sur le polariseur, formé d'un gros canon de spath dont on arrêtait l'image ordinaire ; le baume de Canada des nicols éteint en effet les radiations plus réfrangibles que la raie **12** du Cd ($\lambda = 32.47$) ; c'est ce polariseur qui était mobile dans un cercle gradué. Au delà de l'appareil magnétique et placé dans une chambre absolument noire se trouvait le goniomètre de Brünner ; le collimateur en était enlevé, le prisme de verre remplacé par un prisme de spath servant à disperser et à analyser la lumière ; enfin, la grande lunette était remplacée par une plus petite, analogue à celle dont il a été question plus haut, mais à lentille de quartz et à oculaire photographique : on mettait directement au point sur l'étincelle pour augmenter l'intensité des images qui apparaissaient sur la plaque comme de petites taches noires et rondes.

Après de longs tâtonnements, on avait choisi comme corps à étudier le sel gemme, dont le pouvoir rotatoire magnétique est très grand (les $\frac{3}{4}$ de celui du sulfure de carbone) et qui laisse également bien passer toutes les radiations. On plaçait dans le champ un gros canon de sel gemme très transparent, de 7^{cm} de long.

Il fallait donc :

1° Mesurer les rotations de ce corps dans le spectre visible ;
2° Mesurer les indices dans la même région.

On en déduisait le nombre [illegible] de la formule

[illegible]

3° Mesurer ses indices dans le spectre ultra-violet.

En supposant exacte la formule précédente et en l'appliquant à toutes les longueurs d'onde, on en déduit les rotations présumées.

4° Les comparer aux rotations véritables.

La mesure des rotations dans le spectre visible se fait comme pour les autres corps ; de même pour les indices. On trouve

$$n = 1,52627 + \frac{61,1678}{\lambda^2} + \frac{8215,5}{\lambda^4},$$

et les pôles étant écartés de 8^{cm} environ, le courant étant de 20^{amp} et le champ de 2700 C. G. S., on déduit de la formule précédente

$$\gamma = 26,393,$$
$$C = 16111.$$

Comparaison :

Raies.	Observé.	Calculé.	Différences.
	° ′	° ′	′
1..	9.40	9.53	+ 13
2.......	13.49	13.49	0
4.............	15.26	15.28	+ 2
5.............	17.35	17.27	— 8
6.............	18.30	18.27	— 3
7.............	21.3	21.3	0

Il s'agissait ensuite de déterminer les indices du sel gemme dans l'ultra-violet. Le goniomètre de Brunner, ayant déjà servi pour les recherches de M. Mascart, était tout disposé pour cet usage. Je n'insisterai pas sur cette partie des expériences, qui, tout en étant fort pénibles et fort longues, demandent surtout de la patience ; on trouvera le détail des précautions à prendre dans les Mémoires de M. Mascart et de M. Cornu. On place derrière la fente du collimateur un porte-étincelles à pointes de cadmium et l'on photographie sur de petites plaques de verre ou de papier chacune des raies successivement, jusqu'à la raie 26. En étudiant micrométriquement chacun des clichés au moyen d'une règle de Gambey, donnant le $\frac{1}{40}$ de millimètre, on peut calculer les déviations des différentes raies et ensuite leurs indices, qui sont inscrits dans le Tableau suivant, en face des longueurs d'onde correspondantes.

Raies.	λ.	n.	n calculé.	Différence.
1...........	64,370	1,54151	1,54151	0
2...........	53,771	1,54839	1,54851	+ 8,8
3...........	53,363	1,54875	1,54780	+ 9,5
4...........	50,844	1,55116	1,55016	+10,0
5...........	47,986	1,55436	1,55339	+ 9,7
6...........	46,765	1,55596	1,55499	+ 9,7
7...........	44,145	1,55982	1,55897	+ 8,5
8...........	36,090	1,56810	1,56777	+ 3,3
9...........	36,090	1,57877	1,57877	0
10...........	34,655	1.58391	1,58416	— 2,5
11...........	34,015	1,58641	1,58683	— 4,2
12...........	32,470	1',59330	1,59411	— 8,1
13...........	»	1,59954	»	
14...........	»	1,61226	»	
15...........	»	1,61465	»	
16...........	»	1,61683	»	
17...........	27,467	1,62790	1,62940	—15,0
18...........	25,713	1,64870	1,64870	0
22...........	»	1,68680	»	
23...........	23,125	1,68855	1,68943	— 8,8
24...........	22,645	1,69900	1,69932	— 3,2
25...........	26,935	»	»	
26...........	21,431	»	1,72910	»

La courbe suivante représente les indices en fonction de la longueur d'onde; on voit avec quelle rapidité ils croissent dans la région la plus réfrangible.

Mais il est surtout important de représenter les indices par une formule qui permette de calculer $\frac{dn}{d\lambda}$. Celle qui convient le mieux est celle de M. Wüllner,

$$n^2 - 1 = -P\lambda^2 + \frac{Q\lambda^4}{\lambda^2 - \lambda_m^2},$$

P, Q et λ_m^2 étant trois constantes à déterminer.

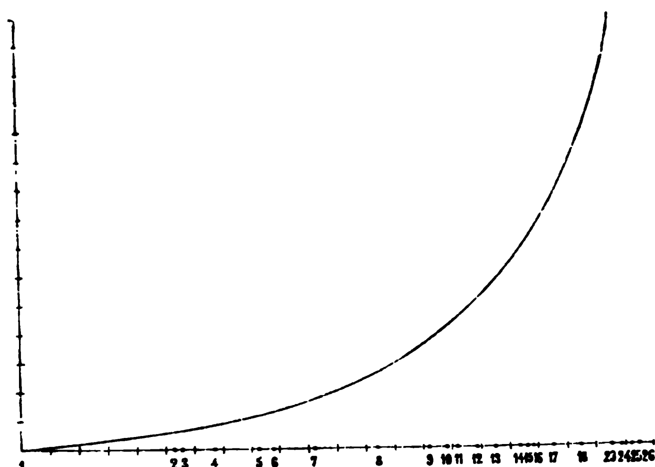
En prenant comme repères les raies 19 et 18, on obtient pour les constantes

λ_m^2...........	157,123	log P.........	$\bar{3}$,920113
log λ_m^2.......	2,196240	log Q.........	$\bar{3}$,920324

ce qui donne les nombres placés dans la quatrième colonne du Tableau précédent.

Mais il est plus simple encore, si l'on veut calculer simplement la quantité $\frac{dn}{d\lambda}$, de fractionner la courbe en quatre parties et de représenter chacune d'elles par une hyperbole, à condition de ne pas former la dérivée $\frac{dn}{d\lambda}$ aux points de raccord de ces courbes.

Fig. 3.



Ceci fait, on peut calculer les rotations du sel gemme et les comparer à l'expérience. A cet effet, l'appareil étant disposé comme il a été dit plus haut, le canon de sel gemme est placé dans le champ, et à sa suite une lame de quartz de $2^{mm},035$, destinée à resserrer la bande. Sa rotation propre est calculée d'après MM. Soret et Sarrazin. La lunette est tournée de façon qu'une raie connue vient au milieu de son champ, le prisme étant au minimum de déviation. On détermine la position présumée du polariseur qui doit éteindre la raie par le calcul suivant.

Supposons, par exemple, qu'il s'agisse de la raie 18 :

	° ′
Zéro de l'analyseur........................	192
Rotation du quartz (Soret)...............	291.30
Rotation calculée du sel gemme...........	104.30
Total..............	588.00
On retranche..................	360.00
Reste..............	228.00

La position du polariseur doit être 228°, le courant étant égal à 20^{amp}. Une première expérience donne 227°, une autre 226°30′. une troisième 228°, etc. La moyenne définitive est 227°, correspondant à

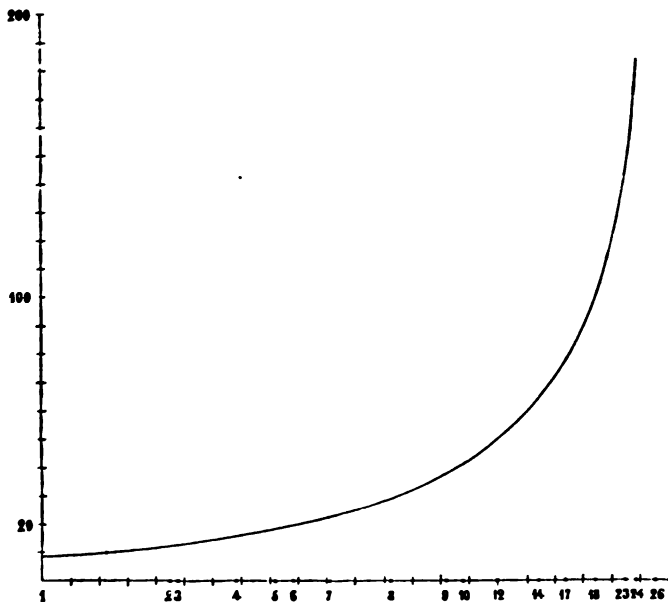
$$\rho = 103°30'.$$

La même vérification a été faite pour quelques autres raies.

Raies.	ρ calculé.	ρ observé.	Différence.
Cd	°	°	′
9.............	36	36	0
14......	71	71.30	— 0,30
18.............	104.30	103.30	— 1
β	171	173	— 2
24.....	182	187	+ 5

La raie β est une raie intermédiaire aux raies **23** et **24** qui m'avaient servi dans la mesure des indices.

Fig. 4.



La précision des mesures est variable ; elle passe par un maximum pour la raie 18 ; une rotation de 1° de part et d'autre de la

position d'extinction fait réapparaître l'image sur le cliché. L'erreur relative est donc de $\frac{1}{100}$ environ. Pour la raie 9, elle est de $\frac{1}{80}$; pour la raie 24, de $\frac{1}{50}$ environ. C'est, je crois, tout ce qu'on peut demander à la méthode.

Enfin, on peut construire une courbe en prenant pour abscisses les longueurs d'onde et pour ordonnées les rotations (*fig.* 4). Cette courbe, presque droite d'abord, monte brusquement à partir de la raie 12, bien plus vite que celle qui représente le pouvoir rotatoire du quartz.

En résumé, je crois avoir montré d'une façon très nette :

1° Que les théories jusqu'ici proposées conduisent à des formules représentant d'une façon inexacte les résultats expérimentaux ;

2° Qu'une nouvelle formule s'accorde relativement bien avec les recherches faites jusqu'à présent ;

3° Qu'elle semble rigoureusement vérifiée par des expériences plus précises et plus étendues, au cours desquelles j'ai été conduit à étudier la dispersion du sel gemme jusqu'à l'extrémité du spectre ultra-violet du cadmium, et à mesurer la rotation électro-magnétique du même corps jusque dans ces régions très réfrangibles du spectre.

SUR LE LIGAMENT LUMINEUX DES PASSAGES DES SATELLITES DE JUPITER ;

PAR M. CH. ANDRÉ.

En 1882 [1], j'ai montré que le phénomène du *ligament noir*, que l'on observe dans les passages de Vénus ou de Mercure, n'était point un fait isolé ; qu'en particulier on le retrouvait dans les éclipses de Soleil par la Lune, et qu'on l'observait, sur le fond lumineux du Soleil, aux environs du contact du bord obscur de la Lune et du bord relativement obscur des taches solaires.

L'effet de la diffraction dans les instruments d'Optique n'est évi-

[1] CH. ANDRÉ, *Sur un nouveau cas de ligament noir* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCIV, p. 1401).

demment point limité à la production de ces phénomènes singuliers. Dans la pratique, un objectif ou un miroir d'ouverture déterminé peut être remplacé par le *solide de diffraction* qui lui correspond, et c'est ce solide qu'il faut faire intervenir toutes les fois que l'on veut se rendre un compte exact des apparences optiques observées dans le plan focal d'une lunette ou d'un télescope, dans des circonstances quelconques d'observation.

Le fait suivant en est une preuve bien convaincante : les différents observateurs qui se sont adonnés à l'observation des passages des satellites de Jupiter sur le disque de la planète avec des instruments de médiocre ouverture ont toujours éprouvé une très grande difficulté à apprécier le moment exact du contact du bord occidental du satellite avec le bord oriental de la planète à l'entrée, tout aussi bien que celui du bord oriental du satellite avec le bord occidental de la planète à la sortie. A l'observatoire de Toulouse, M. Baillaud et ses collaborateurs, se servant de télescopes de $0^m,80$ et $0^m,33$ d'ouverture, et de lunettes de $0^m,11$, $0^m,15$, $0^m,20$ et $0^m,25$ de diamètre, ont constaté des différences de trois et quatre minutes entre les instants des contacts notés séparément par chacun d'eux. A l'observatoire de Lyon, les contacts observés par M. Le Cadet à l'équatorial coudé ($0^m,38$), M. André à l'équatorial Brunner ($0^m,18$) et M. Marchand à la lunette de Biette ($0^m,12$), ont entre eux des différences de même ordre 3^m et même 3^m30^s.

Or, là comme dans les observations de passages de Vénus et de Mercure, comme dans les observations de contact d'une tache solaire et du bord obscur de la Lune, la principale cause de l'incertitude est la nature même des images formées au plan focal de la lunette par l'instrument, supposé parfait ; en un mot, c'est encore un phénomène de diffraction.

En effet, il m'a toujours paru dans ces observations qu'aux environs du point de tangence des deux images il y avait une augmentation notable de lumière entre la planète et son satellite; qu'il se formait entre les deux astres une sorte de liaison lumineuse, un ligament lumineux analogue au ligament obscur des passages de Vénus et empêchant, comme lui, de reconnaître à quel moment avait lieu le contact des deux astres. Il était donc bon de soumettre ces phénomènes au contrôle de l'expérience en les iso-

lant de toutes les circonstances qui en rendent parfois bien difficile l'observation directe. Dans ce but et en attendant d'avoir à ma disposition un appareil les reproduisant d'une façon continue, j'ai fait tailler dans une lame de bronze une ouverture circulaire de 4^{cm} de diamètre, et le long de sa circonférence deux groupes de quatre cercles plus petits (l'un de $0^{mm},4$, l'autre de $0^{mm},8$), diamétralement opposés deux à deux et dont les bords étaient séparés du bord voisin de la grande ouverture par des intervalles de 1^{mm}, $0^{mm},5$, $0^{mm},3$ et $0^{mm},1$. Cette lame, placée à l'extrémité nord de la grande chambre noire (130^{m}) de l'observatoire de Lyon, en avant d'une lame de verre dépoli éclairée par de la lumière oxyhydrique et observée avec notre lunette de $0^{m},12$, installée à l'extrémité sud de la chambre noire, à 120^{m} de distance, représentait quatre positions successives d'une planète Jupiter artificielle qui aurait $1'5''$ de diamètre apparent et de deux groupes de satellites, de $6'',5$ et $13'',0$ de diamètre apparent, placés à des distances angulaires des bords de la planète successivement égales à $1'',5$, $0'',8$, $0'',5$ et $0'',15$.

Or, dans ces conditions, une liaison lumineuse très sensible, un véritable *ligament* ou *pont lumineux* apparaît nettement dès la distance $0'',8$, plus fort avec le satellite à grand diamètre qu'avec le second, augmentant dans chaque cas graduellement de largeur et d'intensité à mesure que la distance relative des deux bords diminue, si bien qu'à la distance $0'',15$ ce pont lumineux est devenu d'éclat très peu inférieur à celui du disque lui-même, qui représente la planète Jupiter.

Le phénomène est donc bien réel, et son influence sur les observations doit être considérable. En effet, pour le premier satellite, dont la vitesse relative est la plus grande, les quatre positions de nos deux groupes de satellites correspondent à $4^{m}9^{s}$, $2^{m}13^{s}$, $1^{m}23^{s}$ et 25^{s} de distance au moment du contact géométrique. Avec l'intensité lumineuse précédente et une lunette de $0^{m},12$ d'ouverture, l'incertitude sur le moment où l'on peut déclarer le contact durerait donc au moins deux minutes.

En diminuant graduellement l'intensité de l'éclairement, on a constaté que, pour une intensité lumineuse à peu près égale à celle de Jupiter, le ligament lumineux, qui commence à apparaître à la distance de $0'',8$, est fort net à la position suivante, c'est-

à-dire à $1^m 23^s$ du contact géométrique : en continuant à diminuer progressivement l'éclairement, on voit le ligament persister encore nettement à la position suivante, soit à 25^s du contact géométrique, lorsque l'éclat de la planète artificielle est devenu de beaucoup inférieur (le sixième environ) à l'éclat actuel de Jupiter.

D'ailleurs, si l'on diaphragme l'objectif de la lunette d'observation, on voit les phénomènes constatés plus haut s'accentuer progressivement. Avec une ouverture réduite à $0^m,06$, par exemple, le ligament lumineux paraît relativement plus intense et il a presque doublé d'étendue. On en soupçonne alors des traces à la position la plus éloignée, tandis qu'avec l'ouverture de $0^m,12$ l'intervalle entre le satellite et la planète était complètement noir.

La même expérience a été répétée dans des conditions bien différentes des précédentes ; à la plaque représentative placée à l'extrémité nord de notre grande chambre noire, j'ai substitué :

1° Un ensemble de deux sphères moulées en albâtre, l'une fixe, de $0^m,04$ de diamètre, l'autre mobile, de $0^m,003$ de diamètre ; sur cet ensemble, on projetait soit la lumière d'une lampe Drummond, soit celle d'un régulateur électrique Foucault. Or, dès que la distance des deux sphères devient inférieure à $0^{mm},5$, soit, en temps, deux minutes environ du contact, on reconnaît que, dans les deux cas, mais beaucoup plus fortement dans le second, on voit se former un *ligament lumineux* croissant de dimensions angulaires et d'intensité à mesure que la distance angulaire des deux boules diminue.

2° Un ensemble de deux disques de même substance, taillés en biseau, l'un fixe, de $0^m,04$ de diamètre, l'autre mobile, de $0^m,003$ ou $0,002$ de diamètre, qu'on observait aux mêmes distances que les sphères en les éclairant de la même manière. Le *ligament lumineux* était plus visible encore que précédemment, et ses dimensions angulaires croissaient également lorsque la distance des deux disques diminuait.

Qu'on emploie des sphères ou des disques, le ligament augmente d'ailleurs d'intensité relative et d'étendue dès qu'on réduit par un diaphragme l'ouverture de la lunette d'observation.

Le phénomène suit donc absolument les mêmes lois, soit avec des sphères ou des disques éclairés par réflexion, soit avec une

ouverture en verre dépoli éclairée par transparence; et comme, avec ce dernier mode expérimental, la constance de l'éclairement est beaucoup plus facile à obtenir, c'est lui que j'ai adopté pour l'étude photographique du phénomène, étude dans laquelle j'ai été aidé par M. Le Cadet.

En laissant constante l'intensité lumineuse de la source, on a fait varier, d'une part, la durée de pose et, d'autre part, l'ouverture de l'instrument employé; on a reconnu ainsi que l'intensité et les dimensions angulaires du *ligament lumineux* augmentaient avec la durée de pose, et aussi bien, toutes choses égales d'ailleurs, quand on diminuaït l'ouverture de l'objectif photographique.

Ces résultats sont, comme on le voit, tout à fait analogues à ceux que M. Angot et moi avons obtenus autrefois dans l'étude des passages de Vénus et de Mercure sur le disque du Soleil : ils comportent, d'ailleurs, le même genre d'explication; et les règles générales qui donnent l'éclairement aux différents points des images formées dans le plan focal de la lunette rendent aisément compte de ces apparences. En effet, si, en un point de l'intervalle qui sépare les images géométriques des deux disques lumineux voisins, on place l'axe du *solide de diffraction* qui correspond à l'ouverture de l'instrument employé, les cylindres normaux à ces images géométriques empiéteront sur le solide dès que la distance angulaire de leurs bases deviendra comparable aux dimensions angulaires du solide lui-même.

L'intensité lumineuse de la bande de diffraction qui forme le bord ordinaire de Jupiter se trouvera donc accrue en ces points de tout ce qui correspond à la portion du solide de diffraction comprise dans l'image géométrique du satellite; il en résulte alors, entre Jupiter et le satellite, une liaison lumineuse, un véritable *ligament lumineux*, dont l'intensité et les dimensions croîtront au fur et à mesure qu'on s'approchera du contact géométrique, et aussi à mesure que, l'ouverture de l'instrument diminuant, les dimensions angulaires du *solide de diffraction* iront en augmentant.

Mais il y a plus, ces expériences photographiques nous ont encore permis de rendre visibles les moyens que la théorie des phénomènes de diffraction suggère pour éviter la cause d'erreur

que nous étudions ici. Ils consistent à placer en avant de l'objectif des écrans de forme déterminée, destinés à changer la figure et les dimensions du *solide de diffraction* correspondant à la lunette employée.

Un écran composé d'un nombre convenable d'anneaux concentriques, d'égale épaisseur et alternativement pleins et vides, diminue encore ici considérablement le ligament de diffraction : mais on obtient des résultats plus nets avec certaines toiles métalliques serrées. Celle que nous avons employée est faite de fils de $0^{mm},1$ d'épaisseur moyenne, fixés perpendiculairement les uns aux autres à $0^{mm},2$ de distance environ, et laisse, en conséquence, passer les deux tiers de la lumière qu'elle reçoit. Placé contre l'objectif de notre lunette de Biette, un pareil écran ne laisse plus subsister, pour l'œil et dans l'image principale, que des traces très faibles de ligament.

La démonstration photographique de cette propriété est facile : si l'on prend des épreuves de notre lame représentative, d'une part avec l'objectif de la lunette photographique réduit à $0^{m},065$ d'ouverture et une durée de pose de quarante-cinq secondes, d'autre part, avec la même ouverture et une durée de pose de neuf minutes; mais, en plaçant en avant de l'objectif un écran formé par ladite toile métallique, on trouve que les dimensions angulaires et les intensités relatives du *ligament* sont sensiblement les mêmes dans les deux cas et toujours faibles, même à la plus petite distance ($0^{mm},1$) du contact. Or, si la toile métallique n'avait agi qu'en diminuant l'étendue de la surface qui reçoit la lumière, le même résultat eût été obtenu avec une durée de pose d'environ une minute dix secondes, c'est-à-dire huit fois moindre.

NOUVEL HYGROMÈTRE A CONDENSATION;

Par M. Henri DUFOUR.

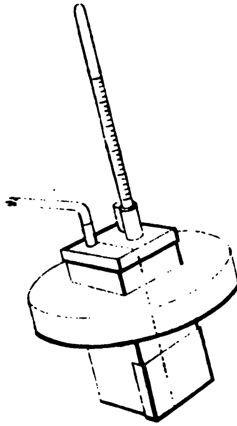
L'hygromètre à condensation est l'un des appareils qui mesurent de la manière la plus exacte et la plus rapide l'humidité absolue ou relative; aussi comprend-on facilement qu'il ait fait l'objet de nombreuses études et qu'il ait subi bien des perfectionnements.

Les appareils si bien étudiés de Regnault et de M. Alluard ([1]) sont les meilleurs types d'appareils à condensation à l'air libre; l'appareil plus récent de M. Crova ([2]), qui le nomme *hygromètre à condensation intérieure*, réalise un nouveau et important progrès, en permettant à l'observateur d'étudier l'état hygrométrique de l'air dans un lieu où l'instrument ne pourrait être placé, et en rendant la mesure indépendante du degré d'agitation de l'air. Jusqu'ici, dans tous les hygromètres à condensation, on s'est attaché à perfectionner les procédés d'observation du dépôt de rosée par l'emploi du contraste entre l'aspect brillant d'une surface polie sèche et l'aspect mat ou fuligineux de cette même surface lorsque la rosée commence à la couvrir; on s'est moins préoccupé d'augmenter l'exactitude de la détermination de la température vraie de la surface sur laquelle se dépose la rosée. Dans tous les appareils, en effet, on prend pour température de cette surface celle que donne un thermomètre plongé dans le liquide réfrigérant; ce liquide, en général, est en contact avec une lame mince très conductrice, cuivre argenté ou argent, et le thermomètre est séparé de cette lame par une couche plus ou moins épaisse de liquide dont il indique la température; ce liquide est agité, il est vrai, mais a en général une conductibilité thermique très faible, puisqu'on emploie ordinairement l'éther, le sulfure de carbone, parfois l'alcool. Il en résulte, comme tous ceux qui ont observé un hygromètre à condensation l'ont remarqué, que la température du liquide est variable d'un point à l'autre et d'une seconde à l'autre; la température de la lame suit, nécessairement avec un retard, ces variations. En nous basant sur ces observations, nous avons été conduit à construire un instrument dans lequel le thermomètre indique plus exactement la température du métal sur lequel se fait le dépôt de rosée et non celle du liquide qui sert seulement de moyen réfrigérant. L'appareil présente la forme et la disposition suivantes; il sert, à volonté, comme hygromètre à condensation intérieure, comme celui de M. Crova, ou comme hygromètre à air libre, comme l'appareil de M. Alluard.

([1]) *Journal de Physique*, 1re série, t. VII, p. 328; 1878.
([2]) *Ibid.*, 2e série, t. II, p. 166; 1883.

'appareil se compose d'un prisme rectangulaire, de 0^{cm},2.. é sur 9^{cm} de hauteur; trois des faces de ce prisme sont en laiton; quatrième, celle sur laquelle se fait le dépôt de rosée, est rmée d'une plaque épaisse de cuivre rouge argentée sur sa face xtérieure. Cette plaque a 0^{cm},12 d'épaisseur; elle est percée, suivant son grand axe, d'un trou de 8^{cm} de profondeur et de 0^{cm},8 de diamètre : c'est dans ce trou que se place le thermomètre à réservoir cylindrique qui doit indiquer la température du dépôt

Fig. 1.



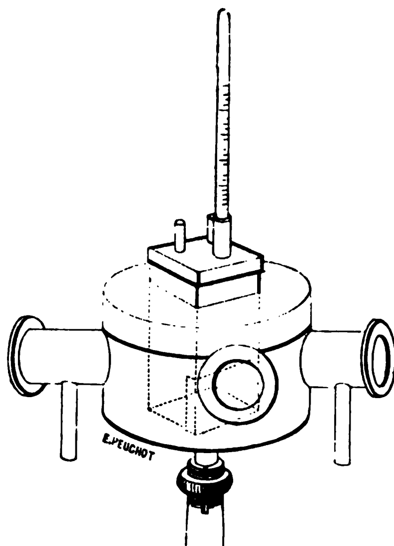
de rosée. Le liquide volatil (éther) occupe l'espace libre restant entre la face postérieure de la plaque de cuivre et les autres faces du prisme, c'est-à-dire une chambre de 0^{cm},28 de large sur 9^{cm} de hauteur et 0^{cm},16 d'épaisseur. Le réservoir du thermomètre est entouré de limaille de cuivre rouge très fine et fortement tassée. Un couvercle, muni de trois tubulures, ferme le prisme; l'un des trous sert au passage de la tige du thermomètre et les deux autres servent à l'arrivée et à la sortie du courant d'air amené dans le liquide par un tube en plomb courbé, en forme d'U, dont l'une de branches est fermée, tandis que la surface du plomb est perc[é] d'un certain nombre de petits trous par lesquels l'air traverse liquide.

Pour observer le dépôt de rosée, on profite, comme dans [l]... du contraste entre l'aspect de l'argent poli, lors

est sec et lorsqu'il est couvert de buée. Pour cela, une plaque de cuivre argenté très mince, de 3^{cm} de hauteur et dont les bords repliés forment ressort, se glisse sur le bloc de cuivre rouge contre la face argentée duquel elle s'applique.

Étant données ces dimensions, cette plaque ne recouvre qu'une partie de la face polie du cuivre, dont elle est séparée par une petite feuille de papier mince; nous appellerons cette plaque *plaque de contraste*. Lorsque la température du cuivre s'abaisse,

Fig. 2.



celle de la plaque de contraste suit, mais avec un retard, celle du cuivre; il en résulte que le dépôt de rosée a lieu d'abord sur la face argentée du cuivre, tandis que la plaque de contraste reste brillante. En refroidissant davantage, la rosée couvre tout l'appareil; mais, pendant le réchauffement, le phénomène inverse se passe et la plaque de contraste reste terne quand la surface argentée du cuivre devient brillante.

Cette partie de l'appareil, employée seule, sert d'hygromètre à condensation à air libre, comme celui de M. Alluard; mais nous l'avons complété par les pièces suivantes, de façon qu'il serve d'appareil à condensation intérieure, comme celui de M. Crova.

Pour cela, le prisme que nous venons de décrire est soudé dans le couvercle d'une boite cylindrique en laiton de 6cm de diamètre sur 6cm de hauteur. Le plan de la surface argentée du cuivre étant sur un diamètre du cylindre, le prisme pénètre de 6cm environ dans la boite, tandis que 3cm s'élèvent au-dessus du couvercle. La boite cylindrique est munie de trois tubes, dont deux sur un même diamètre et l'axe du troisième perpendiculaire à celui des deux autres ; ce dernier tube est fermé par une loupe à long foyer, comme dans l'appareil de M. Crova, tandis que les ouvertures des deux autres sont fermées par des glaces polies ou dépolies à volonté. En tournant le couvercle d'un certain angle, la lumière arrivant par l'axe d'un des tubes est réfléchie par la surface argentée dans l'axe du tube muni d'une loupe, et l'observateur voit nettement la surface brillante de l'argent et de la plaque de contraste. Deux tubulures verticales permettent de faire circuler l'air dans la boite cylindrique ; une poire en caoutchouc sert dans ce but. Les observations se font avec cet appareil comme avec l'hygromètre de M. Crova. Les *fig.* 1 et 2 donnent une vue d'ensemble de l'appareil complet et du prisme intérieur, seul employé comme hygromètre à condensation à l'air libre.

L'avantage principal que présente cet hygromètre est que la température du thermomètre varie d'une façon beaucoup plus régulière et graduelle que ce n'est le cas lorsqu'il plonge dans le liquide volatil ; en outre et surtout, la température qu'il donne se rapproche beaucoup plus de celle de la surface polie du métal que ne peut le faire un thermomètre plongé simplement dans le liquide. A titre d'exemple, voici les températures données simultanément par deux thermomètres, l'un plongeant dans le liquide, l'autre dans le bloc de cuivre :

Température	
dans le liquide.	dans le cuivre.
°	°
11,5	12,7
9,7	11,8
10,1	1[illegible],8
10,9	1[illegible],4
10,4	10,9
10,6	[illegible] 1
11,3	11,8

Jusqu'à quel point la température du thermomètre dans le cuivre est-elle celle de la face située à 4^{mm} du point qu'il occupe? C'est ce qu'il n'est pas possible de dire. Si le thermomètre était un corps aussi conducteur que le cuivre et faisant corps avec lui, nous pourrions admettre que la différence des températures entre deux points d'une plaque de cuivre, telle que celle que nous employons, distants de 4^{mm} à 5^{mm}, est absolument négligeable pour le cas qui nous occupe. Les expériences de M. H.-F. Weber, publiées dans son beau Mémoire sur la conductibilité calorifique des liquides ([1]), sont là pour le démontrer. En réalité, il n'en est pas ainsi à cause de la non-homogénéité de la masse thermométrique, bloc de cuivre et thermomètre; mais, en tout cas, cette différence est inférieure à celle qui existe entre la température d'un point de la masse liquide et celui de la face argentée. A l'emploi, l'instrument nous a toujours donné des résultats très satisfaisants et concordants, soit en faisant les déterminations avec l'appareil à l'air libre, soit avec l'appareil complet.

Nous avons apporté récemment une nouvelle simplification à l'instrument précédent en remplaçant la boîte cylindrique de laiton, munie des trois tubulures portant les plaques de verre dépoli et la coupe, par un simple verre cylindrique en cristal dont l'ouverture est fermée par le couvercle de laiton portant le prisme de condensation. Les tubes d'arrivée et de départ de l'air dont on veut mesurer l'état hygrométrique partent alors du couvercle de laiton. Cette disposition donne un excellent éclairage de la surface argentée et permet à l'œil de se placer dans la position la plus favorable pour bien voir le dépôt de rosée. Cette modification simplifie aussi beaucoup la construction de l'appareil, le rend moins volumineux, et diminue son prix de revient.

([1]) Résumé par M. Bouty dans le *Journal de Physique*, 1re série, t. IX, 169; 1880.

SUR UN ÉLECTROMÈTRE ASTATIQUE POUVANT SERVIR COMME WATTMÈTRE;

PAR MM. R. BLONDLOT ET P. CURIE.

Cet instrument est une transformation de l'électromètre à quadrants de Sir W. Thomson. L'aiguille, au lieu d'être en forme de 8, est constituée par deux demi-cercles A_1 et A_2 soutenus par une petite pièce d'ébonite ; ces deux demi-cercles, solidaires dans leur mouvement, sont indépendants au point de vue électrique. Les secteurs sont remplacés par des plateaux fixes P_1 et P_2 ayant également la forme de demi-cercles.

En désignant par V_1, V_2, V_3, V_4 les potentiels respectifs de A_1, A_2, P_1, P_2, par α l'angle de déviation de l'aiguille sous l'action des forces électriques équilibrées par la torsion du fil de suspension, on a

$$\alpha = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_4),$$

à la seule condition que l'angle des deux fentes diamétrales ne soit pas très petit. K est une constante caractéristique, égale à deux



fois le quotient de la capacité de l'aiguille pour l'unité d'angle par le couple de torsion du fil de suspension pour l'unité d'angle.

L'avantage de cet instrument réside, non dans la substitution de demi-cercles aux secteurs de l'électromètre à quadrants, mais dans le fait que l'aiguille mobile est formée d'un système de deux conducteurs à des potentiels distincts, en tous points semblable au système des conducteurs fixes : l'appareil est ainsi rendu plus symétrique, et cette symétrie se retrouve dans la formule qui donne les déviations de l'instrument.

M. Gouy a montré récemment (¹) que, dans l'électromètre à quadrants ordinaire, il y avait lieu de tenir compte d'un couple directeur électrique qui, indépendamment du fil de torsion, tend à ramener l'aiguille dans la position d'équilibre symétrique ; aussi, dans certains cas, la formule ordinairement employée pour l'électromètre n'est plus applicable.

Dans notre instrument, il n'y a pas de couple directeur électrique et la formule donnée plus haut est rigoureusement vraie.

L'appareil a été construit par M. Ducretet. L'aiguille, très légère, est découpée dans une feuille d'aluminium extrêmement mince ($\frac{1}{40}$ de millimètre) qui reçoit une rigidité assez forte d'un gaufrage préalable, donnant une surface ondulée analogue à celle des tambours des baromètres anéroïdes.

La position d'équilibre de l'aiguille est déterminée par deux fils de platine très fins, tendus en dessus et en dessous de l'aiguille (comme dans le galvanomètre Deprez-d'Arsonval) ; ces deux fils servent à la fois à équilibrer par leur torsion les actions électriques et à établir les communications électriques respectivement avec les deux demi-cercles métalliques A_1 et A_2.

Les plateaux fixes sont au nombre de quatre, deux en dessus et deux en dessous de l'aiguille. Ceux qui sont situés l'un en dessus de l'autre sont généralement rendus solidaires au point de vue électrique. Ces plateaux sont des aimants, et les oscillations de l'aiguille se trouvent amorties par les courants d'induction qui naissent dans sa masse sous les influences magnétiques.

Enfin les plateaux, soutenus par les parois de la cage qui enveloppe l'instrument, sont pourvus de tous les mouvements de réglage.

Les usages de cet instrument sont les suivants :

1° Il peut fonctionner comme un *électromètre ordinaire* muni d'une pile de charge. Il suffit, par exemple, de mettre les pôles de la pile de charge respectivement en communication avec chacun des demi-cercles de l'aiguille ; les déviations sont alors *rigoureusement* proportionnelles aux différences de potentiel que l'on établit entre les plateaux.

(¹) Gouy, *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VII, p. 97 ; 1888.

2° Il peut servir par la méthode idiostatique, en unissant respectivement les deux paires de plateaux aux deux demi-cercles de l'aiguille ; on a alors nécessairement

$$V_1 = V_3, \qquad V_2 = V_4 \qquad \text{et} \qquad \alpha = k(V_1 - V_2)^2.$$

3° Il peut servir comme *wattmètre*.

L'instrument donne, en effet, le produit de deux différences de potentiel. On peut prendre pour l'une d'elles la force électromotrice F aux bornes entre lesquelles on veut évaluer le travail dépensé par un courant électrique. On prendra ensuite, pour l'autre différence de potentiel, celle qui existe aux extrémités d'un fil de résistance connue, placé dans le circuit général; cette différence de potentiel est proportionnelle à l'intensité du courant.

Les déviations sont alors proportionnelles aux produits EI et permettent d'évaluer à chaque instant le travail dépensé pendant l'unité de temps.

Lorsqu'il s'agit de courants alternatifs, cet instrument est le *seul* qui permette d'évaluer rigoureusement le travail dépensé. On sait en effet que l'on ne peut pas mesurer séparément, dans ce cas, la force électromotrice et l'intensité du courant pour calculer le travail. Les wattmètres basés sur les actions des courants sur les courants ne donnent pas non plus rigoureusement le travail. Enfin la méthode électrométrique de M. Potier ([1]), de beaucoup la meilleure parmi celles que l'on a indiquées jusqu'ici, peut être faussée par l'insuffisance de la formule ordinairement employée pour l'électromètre ([2]).

4° Enfin l'instrument peut être employé comme électromètre différentiel, en utilisant la faculté de séparer, au point de vue électrique, les plateaux supérieurs et les plateaux inférieurs. Cette disposition permet de comparer les résistances par une méthode plus rapide que celle du pont de Thomson, en éliminant l'influence des contacts.

([1]) Potier, *Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 445; 1881.
([2]) Ledeboer, *Lumière électrique*; 1888.

REMARQUES SUR LA THÉORIE CAPILLAIRE DE LAPLACE;

PAR G. VAN DER MENSBRUGGHE.

Dans un article intitulé *Tension superficielle*, et inséré au *Journal de Physique* [1], je lis les lignes suivantes, qui servent d'entrée en matière : « Pour expliquer les phénomènes capillaires, on admet que chaque molécule est attirée par toute molécule située à une distance plus petite que le rayon d'activité moléculaire; on démontre alors que la surface libre supporte en chaque point une pression normale dont la valeur est donnée par la formule de Laplace

$$p = K + H\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right),$$

dans laquelle R et R′ désignent les rayons de courbure principaux au point considéré; ces rayons sont comptés positivement quand la surface est convexe. Le terme K a pour effet d'augmenter la pression hydrostatique exercée par le milieu ambiant en chaque point de la surface du liquide; on peut donc raisonner comme si la pression moléculaire ne comportait qu'un seul terme

$$H\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right). »$$

En rappelant ainsi la célèbre théorie de Laplace, l'auteur de l'article, M. Chervet, semble croire qu'elle est de tout point conforme à l'observation directe; or il n'en est rien, comme je l'ai fait voir dans une Note présentée en 1886 au Congrès de l'Association française pour l'avancement des Sciences (Congrès de Nancy). Qu'il me soit permis de rappeler brièvement quelques-unes des considérations que j'ai fait valoir à cette époque.

Et tout d'abord, le terme K représente-t-il une pression susceptible d'être transmise partout au sein de la masse liquide? Pour le savoir, il suffit de se rappeler que, d'après Laplace même, K doit diminuer en général quand la température du liquide s'élève, et de faire l'expérience suivante : dans un vase cylindrique de $0^m,30$

---

(1) *Voir* t. VII, p. 485; octobre 1888.

à $0^{m},40$ de diamètre, on verse de l'eau pure à 15°C., jusqu'à ce qu'elle déborde; quand la masse est en repos, on approche d'un point quelconque *a* de la surface libre une tige métallique chauffée au rouge; la chaleur rayonnée vers la portion liquide sous-jacente élève la température de celle-ci, et dès lors la pression moléculaire qui correspond à la température croissante doit aller en diminuant; on s'attend donc à voir le niveau du liquide s'élever en *a*; mais c'est précisément l'inverse qui a lieu : l'eau qui environne *a* fuit de toutes parts, comme si elle obéissait à une force centrifuge émanée de ce même point, et la surface liquide y devient légèrement creuse. Conclusion : le terme K n'exprime pas une pression susceptible d'être accusée par l'expérience.

Quant au terme $H\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$, il représente réellement une pression dont l'existence a été démontrée par des preuves innombrables. Mais il faut remarquer que Laplace obtient le terme en question en calculant l'effet d'un ménisque compris entre la surface libre, le plan tangent au point considéré et un hémisphère ayant pour diamètre le double rayon *r* d'activité de l'attraction moléculaire; or on sait aujourd'hui que le rayon *r* est inférieur à $\frac{1}{20000}$ de millimètre; d'autre part, on peut concevoir R et R' suffisamment grands pour que le ménisque ci-dessus s'évanouisse : dès lors

$$H\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$$

s'annulerait et la théorie de Laplace conduirait à la conséquence que la pression due à une surface sphérique, par exemple, peut parfois être nulle, ce qui serait en contradiction formelle avec l'expérience directe; car, on le sait, une bulle de savon de $0^{m},20$ de diamètre, attachée au bord d'un entonnoir dont le bec est ouvert, chasse l'air qui a servi à la gonfler, ce qui n'arriverait pas si les deux pressions normales, dues aux deux faces de la lame, étaient nulles. Et pourtant comment concevoir encore le ménisque en question dans le cas où R et R' valent $0^{m},10$, c'est-à-dire deux millions de fois le rayon *r* de l'attraction moléculaire? Cette objection a été présentée pour la première fois en 1880 par M. Marangoni, de Florence.

On le voit, la théorie de Laplace conduit à des conséquences

absolument contraires aux résultats de l'observation; j'ajouterai qu'il est impossible de concilier l'existence d'une pression normale K (très considérable d'après l'illustre auteur lui-même), dirigée vers l'intérieur du liquide, avec l'évaporation qui a lieu continuellement à la surface. Il ne faut pas s'étonner d'un pareil désaccord, car Laplace a raisonné sur un liquide incompressible et soumis exclusivement à des forces attractives, par conséquent sur un liquide *idéal* dont les propriétés sont tout à fait différentes de celles des liquides naturels; ceux-ci sont *compressibles,* et leurs molécules sont sollicitées non seulement par des forces attractives, mais encore par des forces répulsives dont l'intensité croît ou décroît, suivant la distance, plus rapidement que les premières forces; c'est grâce à ces forces répulsives que, contrairement à ce qu'on a enseigné depuis si longtemps, la couche superficielle d'un liquide n'est jamais en équilibre dans les conditions ordinairement supposées; c'est encore grâce à elles, combinées avec les forces attractives, qu'il se produit précisément une force contractive dans cette couche, ainsi que je me suis efforcé de l'établir dans mes études *Sur l'instabilité de l'équilibre de la couche superficielle d'un liquide* ([1]).

Je ne puis donc nullement me rallier à l'opinion de M. Chervet, d'après laquelle il conviendrait de présenter la tension superficielle comme une conséquence de la pression moléculaire; selon moi, c'est précisément l'inverse qu'il convient de faire : la dernière méthode présente l'avantage précieux de ne conduire qu'à des conséquences toujours conformes à l'expérience; c'est là, il faut bien l'avouer, un avantage que les calculs les plus profonds, appliqués à l'hypothèse de substances purement idéales, ne sauraient remplacer. A cet égard, la théorie capillaire de Laplace devra toujours exciter l'admiration de tous les analystes, mais les physiciens ne pourront en tirer aucun parti, précisément parce qu'elle n'est applicable qu'à des substances hypothétiques et essentiellement différentes des liquides naturels.

([1]) *Bulletin de l'Acad. roy. de Belgique,* t. XI, p. 341, et t. XII, p. 623; 1886.

J. KERR. — Experiments on the birefringent action of strained glass (Expériences sur l'action biréfringente du verre comprimé); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXVI, p. 321; 1888.

On sait, depuis les expériences classiques de Brewster, que le verre comprimé ou tendu se comporte comme un cristal biréfringent à un axe, négatif dans le cas de la compression, positif dans le cas de la tension, et que la direction de l'axe optique coïncide avec celle de la compression ou de la tension. On sait de plus que, dans les limites de l'observation, le degré de biréfringence est proportionnel à la compression.

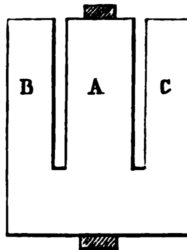
M. Kerr se propose de déterminer comment se déforme la surface de l'onde sphérique du verre non comprimé pour donner naissance à l'onde du verre comprimé ou dilaté. A cet effet, il observe le retard relatif d'une onde plane polarisée dans le plan de la section principale ou dans le plan perpendiculaire, par rapport à la même onde plane traversant le verre non comprimé. Les mesures sont effectuées au moyen d'un réfractomètre interférentiel de Jamin. On sait que cet appareil se compose : 1° d'un prisme de Foucault à 45°; 2° d'un spath épais à section principale horizontale qui dédouble le faisceau incident en deux faisceaux égaux, polarisés à angle droit et largement séparés l'un de l'autre; 3° d'une lame demi-onde placée de façon à intervertir la polarisation de ces faisceaux; 4° d'un deuxième spath épais qui ramène les faisceaux à la coïncidence; 5° d'un nicol à travers lequel on observe les franges produites par l'interférence des deux faisceaux. Le verre sur lequel on expérimente est placé avec un compensateur entre la lame demi-onde et le deuxième spath.

Grâce à l'écartement des deux faisceaux, on peut faire passer l'un d'eux à travers le verre comprimé, l'autre à travers un verre témoin de même nature et de même épaisseur, mais non soumis à la compression. Par exemple, on prépare une lame de verre à faces bien parallèles comme le représente la *fig.* 1 : on la dispose verticalement et l'on fait porter la compression sur le pilier central; seulement l'un des faisceaux traverse A normalement, l'autre traverse l'une des ailes B ou C.

Cela posé, M. Kerr démontre : 1° que la compression retarde

les deux faisceaux, que la tension les avance : l'effet d'une compression donnée est égal et de signe contraire à celui d'une tension égale ; 2° que dans le verre d'indice 1,53, le rayon qui vibre dans le sens de la compression ou de la traction est exactement deux fois plus affecté que l'autre.

Fig. 1.



Soient

e et m l'épaisseur et l'indice du verre non comprimé ;
δe, δm les accroissements correspondants dus à la compression,
m' l'indice du milieu extérieur.

Désignons par V le faisceau qui vibre suivant la direction de la compression, H celui qui vibre perpendiculairement. Les retards qu'ils prennent à travers le verre comprimé sont respectivement

$$\text{V.....}\quad (m+\delta m)(e+\delta e)-(me+m'\delta e)=e\,\delta m+(m-m')\,\delta e=2a,$$
$$\text{H.....}\quad e\,\delta' m+(m-m')\,\delta e=a.$$

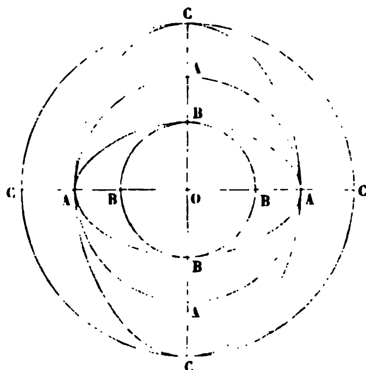
Ces équations sont encore insuffisantes pour déterminer les trois inconnues δm, $\delta' m$ et δe. Mais, si l'on renouvelle l'une des mesures précédentes en immergeant le verre dans un liquide, l'eau par exemple, on obtiendra une nouvelle équation d'où l'on tirera la troisième inconnue.

On trouve ainsi $\delta' m = 0$. *Le retard du rayon qui vibre perpendiculairement à la direction de compression est dû exclusivement à la variation d'épaisseur du milieu traversé.* Quant au rayon qui vibre parallèlement à la direction de compression, la moitié de son retard provient de la variation d'épaisseur, l'autre

moitié de la variation de l'indice, c'est-à-dire de la variation de la vitesse de propagation.

La *fig.* 2 représente, d'après ces observations : 1° la surface de

Fig. 2.



l'onde sphérique A du verre non comprimé; 2° la surface de l'onde ABB du verre comprimé dans la direction AA : elle est formée d'une sphère de rayon OB et d'un ellipsoïde aplati AOB; 3° enfin, la surface de l'onde ACC du verre tendu suivant AA', formée de la sphère de rayon OC et de l'ellipsoïde allongé CAC, intérieur à la sphère. E. Bouty.

O. WIENER. — Gemeinsame Wirkung von Circularpolarisation und Doppelbrechung (Action simultanée du pouvoir rotatoire et de la double réfraction): *Wied. Ann.*, t. XXXV, p. 1; 1888.

W. WEDDING. — Die magnetische Drehung der Polarisationsebene bei wachsender Doppelbrechung in dilatirtem Glass (Rotation magnétique du plan de polarisation avec une double réfraction croissante, dans le verre soumis à une traction); *Wied. Ann.*, t. XXXV, p. 25; 1888.

Ces recherches ont pour objet la vérification de la théorie des effets simultanés du pouvoir rotatoire et de la double réfraction, que j'ai donnée précédemment (1). Pour ce qui va suivre, il est

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 149; 1885.

nécessaire de rappeler que cette théorie cinématique montre que, en pareil cas, il y a deux rayons elliptiques, dits *privilégiés*, qui se propagent sans altération; les éléments de ces rayons s'expriment en fonction des paramètres qui définissent la double réfraction et le pouvoir rotatoire du milieu. Un rayon incident quelconque peut être décomposé en deux rayons privilégiés, qu'on recompose à la sortie de la lame, pour obtenir l'expression du rayon émergent. La marche du calcul est la même que lorsqu'on étudie, au moyen des rayons elliptiques d'Airy, les effets d'une lame de quartz oblique à l'axe.

M. O. Wiener, en partant des mêmes principes, retrouve des résultats identiques par une méthode géométrique. Il s'occupe ensuite des formules pratiques qui conviennent pour la discussion des expériences. Le cas le plus simple et le plus facile à réaliser est celui où la vibration incidente est rectiligne, et parallèle ou perpendiculaire à la section principale de la lame. La vibration émergente est en général elliptique; l'angle α que fait son grand axe avec la direction de la vibration incidente est donné par la formule

$$\tang 2\alpha = \frac{\pi\omega\delta \sin 2\pi\delta}{\pi^2\varphi^2 + \omega^2 \cos 2\pi\delta},$$

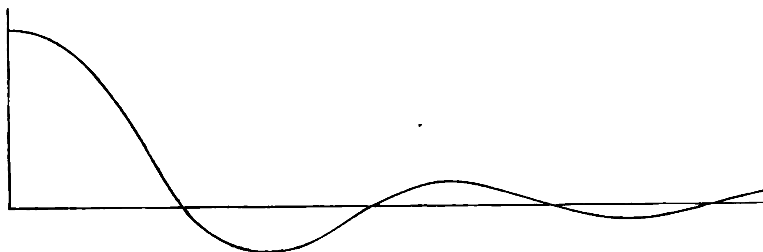
où φ désigne la différence de marche, comptée en vibration, que produirait la double réfraction seule entre les vibrations rectilignes, et ω l'angle dont le pouvoir rotatoire seul ferait tourner le plan de polarisation; δ est la différence de marche des vibrations privilégiées, égale à $\sqrt{\varphi^2 + \frac{\omega^2}{\pi^2}}$. Ces quantités φ, ω et δ sont relatives à l'épaisseur totale de la lame [1].

Si la vibration émergente est presque rectiligne, l'angle α est simplement, au point de vue expérimental, l'angle dont la lame fait tourner le plan de polarisation et peut être mesuré par les méthodes ordinaires. Cet angle s'annule avec le pouvoir rotatoire, et exprime donc l'effet produit par le pouvoir rotatoire associé à la double réfraction.

[1] Les notations données ici sont celles de mon Mémoire; elles étaient alors relatives à l'unité d'épaisseur, ce qui ne produit aucun changement dans les formules, puisqu'on peut prendre pour unité l'épaisseur de la lame considérée.

Supposons que ω soit inférieur à $\frac{\pi}{4}$ et reste invariable, tandis qu'on fait varier φ en produisant une double réfraction croissante. Les valeurs de $\tang 2\alpha$ sont représentées par une courbe analogue à celle-ci, où φ est porté en abscisses, et $\tang 2\alpha$ en ordonnées. On

Fig. 1.



voit que la rotation α diminue quand φ augmente, s'annule pour certaines valeurs de φ, qui sont celles qui donnent à δ les valeurs $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{3}{2}$, ..., et *change de sens* en passant par ces valeurs. Quand φ devient très grand, les maxima de $\tang 2\alpha$ (en valeur absolue) finissent par être égaux à $\frac{\omega}{\pi\varphi}$, et tendent vers zéro.

Ces conséquences de la théorie ont été vérifiées expérimentalement par M. W. Wedding. Ce physicien a choisi avec raison un cas où les quantités ω et φ peuvent être mesurées séparément, en sorte que les formules ne contiennent aucune constante arbitraire: c'est le cas d'une lame de verre placée dans un champ magnétique, et soumise à une traction uniforme. On mesure φ en supprimant le champ, et ω en supprimant la traction.

Les expériences ont été faites avec deux pièces de crown et de flint, parfaitement recuites, et d'une épaisseur de 5^{cm}. Les doubles rotations observées ont varié entre 0° et 26°. Les mesures sont bien concordantes, et tout à fait d'accord avec la théorie: elles montrent de la manière la plus nette l'annulation de α pour $\delta = \frac{1}{2}$ ou $\delta = 1$, et le renversement du sens de α en passant par ces valeurs.

L'expérience, d'accord avec la théorie, montre donc ce fait remarquable, qu'un pouvoir rotatoire invariable produit des rotations α de sens différent, suivant l'intensité de la double réfraction qui lui est associée.

L'auteur a fait aussi des mesures du rapport des axes de l'ellipse émergente, et des expériences avec deux pièces de verre comprimé, dans des sens parallèles ou croisés. Les mesures ont été d'accord avec la théorie, que cet ensemble d'expériences paraît vérifier d'une manière complète, dans le cas de la double réfraction accidentelle associée au pouvoir rotatoire magnétique.

Il y aurait lieu d'étendre ces recherches à d'autres cas, tels que les cristaux à deux axes dont les dissolutions sont actives, les effets d'un champ magnétique sur les lames cristallisées, et les propriétés du quartz. GOUY.

A. WINKELMANN. — Ueber die Verdampfung von den einzelnen Theilen einer kreisförmigen freien Oberfläche (Sur l'évaporation des diverses parties d'une surface libre circulaire); *Wied. Ann.*, t. XXXV, p. 401; 1888.

M. Stefan (1) a traité théoriquement la question de l'évaporation et a déduit par le calcul un certain nombre de conséquences.

La vitesse d'évaporation n'a pas la même valeur aux différents points d'une même surface libre; elle est plus faible au centre que sur les bords. La masse de vapeur qui se forme est proportionnelle, non pas, comme on l'admet ordinairement, à l'aire de la surface, mais à ses dimensions linéaires. Pour un vase circulaire, elle est proportionnelle au diamètre. De plus, les courants de vapeur qui partent des différents points d'une surface circulaire forment des hyperboles dont les foyers sont sur le bord de la paroi. Par suite, les lignes d'égale force élastique de la vapeur sont les ellipses homofocales de ces hyperboles. Elles sont plus voisines les unes des autres dans le voisinage des bords que vers le centre; c'est donc dans le voisinage du bord que la force élastique de la vapeur décroît le plus rapidement quand on s'élève à partir de la surface.

Dans des expériences sur l'évaporation à la surface des gouttes liquides, M. Sresnewsky (2) est arrivé aussi à la loi des diamètres.

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. I, p. 202; 1882.
(2) *Beiblätter*, t. VII, p. 888; 1883.

L'auteur s'est proposé de vérifier par l'expérience les conclusions de M. Stefan. Il a opéré avec la benzine, et en a rempli un vase circulaire de $6^{cm},5$ de diamètre intérieur. Deux tubes de $0^{mm},5$ de diamètre sont disposés d'une façon identique, l'un au centre de la surface, l'autre près du bord. Ils contiennent de la benzine jusqu'à 10^{mm} du haut, et leur extrémité ouverte émerge de $2^{mm},5$ seulement.

On observe aux instants successifs t_0, t_1, ... les distances h_0, h_1, ... du niveau du liquide intérieur à l'extrémité ouverte des tubes. La connaissance de ces quantités suffit pour comparer les vitesses d'évaporation dans les tubes.

En effet, dans un tube, la vitesse v d'évaporation est, d'après les expériences de M. Stefan [1], indépendante de son diamètre, en raison inverse de la distance h du niveau intérieur à l'extrémité ouverte, et proportionnelle au facteur $\log\frac{P}{P-p'}$, dans lequel P représente la pression atmosphérique, p' la force élastique au niveau intérieur. Le Mémoire de 1882 remplace ce dernier facteur par $\log\frac{P-p''}{P-p'}$, p'' étant la force élastique de la vapeur au voisinage de l'extrémité ouverte du tube. En désignant par k un coefficient de diffusion qui ne dépend que de la nature de la vapeur et du gaz ambiant, v a pour expression

$$v = \frac{k}{h}\log\frac{P-p''}{P-p'}$$

et, en posant $\log\frac{P-p''}{P-p'} = a$,

$$v = \frac{ak}{h}.$$

Dans le cas de l'expérience, a est une constante pour chaque tube : il est facile d'en calculer la valeur. La masse de vapeur formée pendant le temps dt, correspondant à un accroissement dh, dans un tube de section s, est représentée par les deux expressions $sv\,dt$ et $s\,dh$. On les égale et l'on remplace v par sa valeur

$$ak\,dt = h\,dh;$$

on intègre

$$ak(t_1 - t_0) = \tfrac{1}{2}(h_1^2 - h_0^2).$$

---

(1) *Journal de Physique*, 1re série, t. III, p. 197; 1874.

d'où enfin

$$ak = \frac{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)(h_1 - h_0)}{t_1 - t_0};$$

k étant un facteur constant, la valeur de a pour les deux tubes est proportionnelle à celle du second membre, et l'expérience fournit tous les éléments du calcul.

Or a dépend de la force élastique p'' qui règne au voisinage de l'extrémité ouverte et dépend par suite de la rapidité de l'évaporation qui se produit à la surface libre dans le voisinage du tube. Si l'évaporation est plus active sur le bord qu'au centre, p'' y acquiert, d'après les considérations de M. Stefan, une valeur plus faible, et par suite la valeur de a doit être plus considérable pour le tube excentrique que pour l'autre.

Les nombres obtenus par l'auteur vérifient ce résultat.

Mais la présence des parois des tubes à la surface libre du liquide peut modifier la marche de l'évaporation. M. Winkelmann a cherché à y obvier dans une expérience ultérieure en se fondant sur la propriété suivante qu'il a constatée : la vitesse d'évaporation est la même dans deux tubes identiques, mais dont l'un a l'extrémité ouverte tournée vers le haut, l'autre vers le bas. Dès lors, on peut dans la première expérience retourner les tubes en plaçant leur extrémité ouverte à une même distance, 2^{mm} par exemple, de la surface libre du liquide.

En opérant de cette façon, on trouve pour l'accroissement d'évaporation sur le bord une valeur plus grande que dans le premier dispositif. Le rapport des valeurs de a est celui de 133 à 100.

Enfin l'auteur a cherché à vérifier de deux façons si le lieu des points d'égale force élastique p'' est bien une ellipse. D'abord il a disposé sur une même ellipse les extrémités ouvertes des deux tubes retournés; puis il a cherché à vérifier si la valeur de p'' déduite de la forme de ces lignes de niveau coïncide avec la valeur tirée des vitesses v observées.

Mais, dans aucun de ces deux cas, il n'y a concordance numérique avec la théorie de M. Stefan.

L'ensemble des expériences vérifie donc seulement le sens de la variation dans les vitesses d'évaporation. L'auteur attribue le défaut d'accord avec les formules non pas à l'imperfection de la

théorie, mais plutôt à l'emploi des tubes qui modifient les conditions de l'évaporation. E. Haudié.

Hans Jahn. — Experimentaluntersuchungen über die an der Grenzfläche heterogener Leiter auftretenden local Wärmeerscheinungen (Recherches expérimentales sur les phénomènes thermiques au contact de conducteurs de nature différente); *Wied. Ann.*, t. XXXIV, p. 755; 1888.

M. Jahn s'est proposé de vérifier la loi de Thomson relative à l'effet Peltier dans le cas de deux métaux différents, d'un métal et d'un électrolyte. Dans la première série d'expériences, deux fils, l'un de cuivre, l'autre du métal à étudier, soudés à leur extrémité, s'engagent dans un calorimètre à glace de Bunsen; le reste de l'appareil est semblable à celui qui a été déjà décrit ([1]). Les valeurs moyennes de l'effet Peltier, lorsqu'on fait passer pendant une heure un courant de 1 ampère, sont :

	Jahn.	Le Roux.
	cal	cal
Cu Ag...........	−0,413	»
Cu Fe...........	−3,163	−2,517
Cu Pt...........	+0,320	»
Cu Zn...........	−0,585	−0,387
Cu Cd...........	−0,616	−0,458
Cu Ni...........	+4,362	»

La divergence de ces résultats peut s'expliquer par les différences de propriétés physiques des lames employées par M. Le Roux et des fils étudiés par M. Jahn. Les forces électromotrices thermo-électriques de ces mêmes fils déterminées entre — 21° et + 20° par M. Klemencic sont :

	Microvolts.		Microvolts.
Cu Ag........	− 2,12	Cu Zn........	− 1,51
Cu Fe........	−11,28	Cu Cd........	− 2,64
Cu Pt.........	+ 1,40	Cu Ni.........	+20,03

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 526.

Les valeurs de l'effet Peltier, déduites des observations et de la loi de Thomson, sont :

	Calculé.	Observé.
Cu Fe	−2,64	−3,163
Cu Zn	−0,353	−0,585
Cu Ni	+4,68	+4,362
Cu Pt	+0,327	+0,320
Cu Cd	−0,617	−0,616
Cu Ag	−0,495	−0,413

L'accord est satisfaisant pour les trois dernières, mais il ne l'est pas pour les autres ; cependant, la difficulté des mesures est telle qu'on n'est peut-être pas en droit d'en conclure que la loi est inexacte.

L'étude des phénomènes thermiques, au contact d'un métal et d'un électrolyte, présente un grand intérêt, puisqu'elle peut donner l'explication des phénomènes secondaires qui se produisent dans les piles.

Cette question a d'abord été traitée par M. Bouty ([1]), dans le cas où les éléments se combinent sans dégagement de chaleur secondaire ; les expériences duraient très peu de temps, de façon à isoler autant que possible l'effet Peltier ; elles ont confirmé la loi de Thomson. Celles de M. Jahn, au contraire, duraient une heure, de façon à augmenter la quantité de chaleur à mesurer ; les influences secondaires prenaient, par suite, plus d'importance ; elles sont en désaccord avec la loi.

Les expériences faites sur le cuivre et le zinc montrent, comme l'avait indiqué M. Bouty, un dégagement de chaleur à l'anode et une absorption à la cathode, tandis que le cadmium et l'argent se comportent en sens inverse. Le dernier résultat s'explique facilement, puisque M. Bouty avait constaté que le courant thermo-électrique, entre deux lames d'argent dans l'azotate d'argent, marche en sens inverse du courant fourni par le zinc et le cuivre : mais, pour le cadmium, il faut chercher une autre raison. Remarquons que la dissolution du métal de l'anode absorbe de la chaleur, tandis que le dépôt sur la cathode en dégage : ce phénomène est inverse de celui de Peltier.

([1]) JAMIN et BOUTY, *Cours de Physique*, 4e édition, *La Pile*, p. 239.

On peut représenter la chaleur dégagée à la cathode par

$$C = \frac{I^2}{J} Rt - P + Q,$$

à l'anode par

$$C' = \frac{I^2}{J} Rt + P - Q;$$

P est l'effet Peltier, Q la chaleur correspondant au travail chimique; de là on déduit

$$P - Q = \frac{C' - C}{2},$$

le sens du phénomène dépend du signe de P — Q.

Les mesures calorimétriques ont été faites avec le calorimètre à glace dans lequel plonge un tube contenant l'électrolyte et les deux électrodes soudées à des fils recouverts de gutta-percha; l'une d'elles se trouve dans le calorimètre pendant que l'autre est en dehors. Les conditions restent les mêmes quand on change le sens du courant : on peut admettre que la chaleur dégagée d'après la loi de Joule et absorbée dans le calorimètre est la même dans les deux cas. Les dissolutions contenaient 1 molécule de sel dans 100 molécules d'eau; l'unité d'intensité du courant est celle qui met en liberté 1 atome de cuivre en une heure, soit $0^{amp},05349$.

L'effet Peltier, ramené à l'unité d'intensité, est à l'anode :

Cu $CuSO^4$....	+1,37	Cu $CuAzO^6$....	+0,35
Zn $ZnSO^4$....	−2,14	Ag $AgAzO^6$....	−7,53
Cd $CdSO^4$....	−4,29		

Les deux derniers nombres sont inexacts par suite de la formation d'azotate basique de cuivre dans un cas et du dépôt dendritique d'argent sur les électrodes qui fait varier la résistance totale dans l'autre.

Si l'on applique ces résultats à l'étude des couples, on trouve, par exemple, dans l'élément Daniell :

Chaleur dégagée au zinc	2^{cal}
» absorbée au cuivre...........	$-1^{cal},4$

Ces deux nombres sont presque égaux : l'effet Peltier à la surface de séparation des deux sulfates est négligeable; on doit donc trouver sensiblement la chaleur correspondant à l'échange des deux métaux. Mais, si l'on remplace le zinc par du cadmium, on

trouve, au contraire :

Chaleur absorbée au cadmium	-4^{cal}
» » au cuivre...........	$-1^{cal},4$

La quantité de chaleur mesurée doit donc être plus faible que celle calculée; on trouve en effet $30^{cal},58$ au lieu de $33^{cal},92$, et ce nombre est d'accord avec la force électromotrice $0^{volt},6781$ du couple.

La grande différence entre les chaleurs observées et calculées pour les éléments contenant des sels d'argent a déjà été signalée par M. Braun; le même raisonnement appliqué aux combinaisons suivantes donne des résultats conformes à l'expérience,

$Cu\ CuAzO^6 \parallel AgAzO^6\ Ag$ — $Cu\ CuSO^4 \parallel AgSO^4\ Ag$

$Zn\ ZnSO^4 \parallel AgSO^4\ Ag$ — $Cd\ CdSO^4 \parallel AgSO^4\ Ag$

$Zn\ ZnCl \parallel AgCl\ Ag$

Les dégagements de chaleur secondaire se produisent donc au contact des métaux et des électrolytes.

Le Tableau suivant montre le désaccord entre les nombres observés et ceux calculés d'après la loi de Thomson :

	Observé.	Calculé.
$Cu\ CuSO^4$........	$-1,4$	$-9,42$
$Zn\ ZnSO^4$........	$-2,14$	$-9,57$
$Cd\ CdSO^4$........	$+4,29$	$-8,22$
$Ag\ AgAzO^6$......	$+7,53$	$+2,27$

Cependant les nombres calculés sont d'accord avec les expériences de M. Bouty et celles plus récentes de M. Gockel (¹). Le désaccord provient peut-être des conditions différentes dans lesquelles les expériences ont été faites.

Une autre question se présente encore. Les expériences de MM. Czapski, Gockel et Jahn prouvent que la loi d'Helmholtz s'applique exactement à tous les couples étudiés; mais elle n'a aucune signification pour les électrodes prises séparément. M. Duhem a déjà fait cette remarque, et M. G. Meyer (²) a montré qu'on ne peut calculer les coefficients de température de 1 élément en partant des mêmes coefficients pour les métaux et

(¹) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. V, p. 529.
(²) *Wied. Ann.*, t. XXXIII, p. 265.

les liquides et pour les liquides entre eux. Il y a là des complications qui demandent de nouvelles recherches. C. DAGUENET.

V. HERITSCH. — Ueber das allgemeine Gesetz der bei dem Lösen von Salzen im Wasser auftretenden Volumenverminderung (Loi générale de la diminution de volume qui accompagne la dissolution des sels dans l'eau); *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 115; 1889.

Désignons par δ la diminution de volume qui accompagne la formation de 100^{gr} d'une dissolution contenant p grammes de sel. On aurait, d'après M. Heritsch,

$$\delta = C(100 - p)p; \tag{1}$$

C est, pour chaque sel, une fonction de la température seulement. La formule (1) indique un maximum de contraction pour $p = 50$; ce qui, d'après l'auteur, se vérifie approximativement pour la plupart des sels. On déduit aussi de cette formule que toute addition d'eau à une dissolution d'un sel est accompagnée d'une contraction, ce qui a été établi par les expériences de Kremers (¹).

Soient

σ la densité de l'eau;
s celle de la dissolution;
S celle du sel supposé liquide à la température de l'expérience.

On a par définition

$$\delta = \frac{100 - p}{\sigma} + \frac{p}{S} - \frac{100}{s}; \tag{2}$$

σ et s sont connus, mais S ne l'est pas en général. Égalant les valeurs (1) et (2) de δ, il vient

$$\frac{100 - p}{\sigma} + \frac{p}{S} - \frac{100}{s} = C(100 - p)p. \tag{3}$$

La formule (3) renferme deux constantes S et C; deux expériences faites avec des valeurs p_1 et p_2 de p suffisent à la déterminer; les autres expériences servent à vérifier la formule (1). Le Tableau suivant donne les valeurs calculées de ces constantes,

(¹) *Pogg. Ann.*, t. XCV, p. 116; 1855.

ainsi que la densité S′ du sel solide, qui est en général bien connue :

Sel.	S′.	S.	C.	Expérimentateur.
Chlorure de sodium.....	2,150	1,787	0,002697	Gerlach.
» de potassium...	1,977	1,817	0,001846	Id.
» d'ammonium...	1,520	1,174	0,001890	Id.
» d'aluminium...	»	2,208	0,001487	Id.
» de strontium...	3,054	2,9905	0,002069	Id.
» de baryum.....	3,85	3,824	0,001459	Id.
» de calcium.....	2,216	2,149	0,002970	Id.
» de magnésium..	2,177	1,8925	0,003587	Id.
» de zinc........	»	3,404	0,000510	Id.
Azotate de soude........	2,24	2,0623	0,001557	Kremers.
» de potasse......	2,092	1,906	0,001533	Gerlach.
Sulfate de potasse.......	2,647	1,795	0,003650	Id.
» de soude........	2,629	1,5432	0,005584	Ostwald.
» d'ammoniaque...	1,762	1,324	0,003497	Kohlrausch.
» de magnésie.....	2,65	2,2435	0,004440	Gerlach.
» de zinc..........	3,68	3,66	0,002854	Id.
Bromure d'ammonium...	2,327	1,291	0,004285	Eder.
» de potassium...	2,69	2,447	0,001254	Kohlrausch.
Carbonate de soude.....	2,476	1,225	0,008603	Gerlach.
» de potasse....	2,29	2,0956	0,003618	Id.
Acétate de potasse......	»	1,581	0,001104	Id.
Sulfate double de potasse et de magnésie........	»	1,319	0,006756	Schiff.
Hydrate de potasse......	2,04	1,678	0,005181	Kohlrausch.
Oxalate de potasse......	»	1,253	0,005509	Franz.
Acide tartrique.........	1,739	1,650	0,000598	Gerlach.
» citrique..........	»	1,588	0,004781	Id.
» phosphorique.....	1,884	1,873	0,000666	Kohlrausch.
Sulfate de cuivre........	3,58	3,337	0,003255	Gerlach.

La densité S que l'on est conduit à attribuer au sel liquide est parfois entièrement différente de la densité S′ mesurée sur le sel solide : les chlorures de sodium et d'ammonium, les sulfates de potasse, de soude et d'ammoniaque, le bromure d'ammonium, le carbonate de soude en fournissent des exemples remarquables. Dans certains cas, si l'on substituait S′ à S, le signe même de δ se trouverait changé.

En général, l'exactitude de la formule de M. Heritsch laisse peu à désirer.

Toutefois il a été impossible de trouver des systèmes de valeurs de S et de C convenant au chlorure de lithium et à l'azotate

d'ammoniaque, à moins d'employer deux systèmes de valeurs distinctes pour les dissolutions concentrées et étendues.

On n'aperçoit aucune relation entre les poids moléculaires et les constantes C et S de la formule (3). Il semble donc qu'on ne puisse accorder à la formule de M. Heritsch d'autre valeur que celle d'une relation purement empirique. E. Bouty.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. XVI; janvier 1889.

P. Joubin. — *Sur la dispersion rotatoire magnétique*, p. 78.

Février 1889.

Gouy. — *Recherches théoriques et expérimentales sur la vitesse de la lumière. Première partie : rayons de direction constante*, p. 262.

Wiedemann's Annalen.

T. XXXVI, n° 1; 1889.

H. Hertz. — *Les formes des oscillations électriques, traitées d'après la théorie de Maxwell*, p. 1.

E. Dorn. — *Évaluation de l'ohm*, p. 22.

W.-G. Hankel. — *La loi de l'électrodynamique est une loi de points*, p. 73.

A. Winkelmann. — *Influence de la température sur l'évaporation et sur la diffusion des vapeurs*, p. 93.

A. Heritsch. — *Loi générale des diminutions de volume qui se produisent par la dissolution des sels dans l'eau*, p. 115.

A. Koch. — *Sur l'amortissement des vibrations torsionnelles de divers fils métalliques*, p. 122.

H. Henneberg. — *Conductibilité calorifique des mélanges d'alcool éthylique et d'eau*, p. 146.

W. Jaeger. — *Sur la vitesse du son dans les vapeurs et sur la mesure de la densité des vapeurs*, p. 165.

R. Emden. — *Sur le commencement de l'émission lumineuse par les métaux incandescents*, p. 214.

R. Ritter. — *Réflexion de la lumière sur des lames de quartz taillées parallèlement à l'axe optique*, p. 236.

W. Hess. — *Sur quelques lois simples auxquelles obéit le faisceau lumineux transmis par un prisme et sur le minimum de déviation*, p. 264.

F. Quincke. — *Électrolyse du chlorure de cuivre*, p. 270.

SUR LE RÉGLAGE DES DIVERS ÉLÉMENTS DU DISPOSITIF SYNCHRONISATEUR DES HORLOGES DE PRÉCISION;

Par M. A. CORNU.

Le dispositif synchronisateur décrit précédemment (¹) renferme plusieurs éléments indéterminés : on pourrait chercher à les définir dans chaque cas d'après certaines conditions arbitraires ou imposées, par exemple d'après le maximum d'économie dans la construction de l'appareil, l'installation des lignes, l'intensité du

Fig. 1.



courant utilisé, etc. Mais on reconnaît bien vite que ce genre de considérations est, le plus souvent, tout à fait secondaire et que la véritable économie consiste à utiliser pour la construction des appareils les éléments que la pratique des courants électriques a consacrés et qu'on rencontre couramment dans les ateliers.

Il est donc tout naturel de renverser les termes du problème et de se proposer, étant donnés les appareils, de chercher à en tirer le meilleur parti par un réglage approprié.

(¹) Voir *Journal de Physique*, 3ᵉ série, t. VII, p. 231. *Séances de la Soc. de Phys.*, p. 65; 1888.

Nous supposerons donc le cas défavorable où l'on met en station une horloge munie du dispositif synchronisateur représenté (*fig.* 1), construit sans conditions particulières et qu'on veut synchroniser loin de l'horloge directrice à l'aide d'un courant périodique ayant l'intensité ordinaire des courants télégraphiques, c'est-à-dire voisin de $\frac{1}{100}$ d'ampère.

La première condition à remplir est de maintenir le balancier en marche à l'amplitude convenable, tout en lui donnant un amortissement notable, condition essentielle de la stabilité du réglage synchronique. Nous allons voir qu'une fois ce résultat obtenu, on peut, par une nouvelle série d'essais méthodiques très simples, perfectionner le réglage et l'amener rapidement à réaliser les conditions qui réduisent au minimum l'influence des actions perturbatrices.

1° Réglage initial de l'amplitude du balancier.

Avec les données moyennes de construction auxquelles il a été fait allusion ([1]), l'intensité du courant de $0^{amp},01$ donnera une attraction très énergique qui imprimerait au balancier une amplitude exagérée. On s'en apercevra à la manière dont le balancier partant du repos se met en marche sous l'influence de ce courant. Mais on dispose de deux moyens de réglage : l'un consiste à affaiblir le courant dans la bobine attirante B_1 par une dérivation R_1; l'autre à accroître l'influence de la bobine amortissante B_2 en diminuant la résistance extérieure R_2. On est donc certain d'arriver à l'amplitude voulue et le régime limite sera atteint d'autant plus rapidement que l'amortissement sera plus considérable; c'est donc surtout par le réglage du courant qu'on doit agir : c'est, d'ailleurs, le seul moyen qui reste dans le cas où, pour simplifier la construction des appareils, on remplace la bobine amortissante B_2 par un simple tube de cuivre de 1^{mm} à 3^{mm} d'épaisseur et de quelques centimètres de longueur. Voici comment on peut opérer :

Dispositif employé pour le réglage du courant. — Le circuit

([1]) 200^{gr} à 250^{gr} de fil de cuivre couvrent une des bobines de $0^{m},2$ de diamètre intérieur et de $0^{m},6$ de long, en fil de $0^{mm},3$ pour B_1 et de $0^{mm},5$ pour B_2. Aimant de $0^{m},18$ de longueur et de $0^{mm},15$ de diamètre.

de la bobine synchronisante B_1 est fermé par une résistance fixe R_1 à peu près égale à la sienne, de sorte que la bobine B_1 agit en même temps comme amortisseur concurremment avec la bobine B_2. Cette résistance R_1 est formée par un rhéocorde, ou mieux par une boîte d'une construction spéciale, disposée de telle manière qu'on puisse intercaler entre les deux extrémités du circuit distributeur une partie quelconque r_1 de R_1 sans modifier le circuit $B_1 + R_1$ (1).

Comme la résistance du circuit distributeur IP est ou peut être rendue très grande par rapport à la résistance *réduite* de la boîte B_1 ainsi *shuntée,* on peut considérer l'intensité I du courant distribué comme constante et indépendante de la résistance r_1 intercalée. Il en résulte que l'intensité i du courant efficace, c'est-à-dire de la portion du courant qui passe dans la bobine et produit la force synchronisante, est représentée par

$$i = I \frac{r_1}{B_1 + R_1};$$

elle est donc proportionnelle à la résistance intercalée r_1 et peut varier ainsi de zéro à $I \frac{R_1}{B_1 + R_1}$, c'est-à-dire jusqu'aux environs de $\frac{1}{2}$ (ou de toute autre fraction choisie), par degrés aussi rapprochés que le permet la construction de la boîte.

L'emploi d'une dérivation à la bobine synchronisante offre encore une ressource précieuse dans la synchronisation à grande distance : elle a été signalée et utilisée par M. le commandant Defforges, qui emploie dans ses belles observations du pendule une horloge synchronisée avec amortisseur électromagnétique. Cette dérivation permet, en effet, d'atténuer, dans telle proportion qu'on veut, les irrégularités du courant d'une ligne télégraphique causées par des forces électromotrices anomales, étrangères à la pile (courants telluriques, induits, etc.); il suffit, pour cela, d'ac-

(1) On construit très simplement soi-même une pareille boîte de résistance, de 110 ohms, par exemple, en mettant en *série* dix bobines de 10 ohms et dix bobines de 1 ohm. Les extrémités donnent une résistance totale R_1 de 110 ohms; si, d'autre part, on relie respectivement à une borne spéciale chaque jonction de deux bobines consécutives, on pourra composer une partie r_1 ayant telle résistance qu'on veut, à une unité près, comprise entre zéro et 110 ohms; le numérotage convenable des bornes rend la lecture immédiate. On remplacerait aisément les bornes par des chevilles comme dans les boîtes ordinaires.

croître le courant de la ligne jusqu'à le rendre n fois plus grand que les courants perturbateurs. $\frac{1}{n}$ étant la proportion d'anomalie inoffensive : la dérivation permet d'y puiser la fraction utile du courant, sensiblement débarrassé des influences perturbatrices qui seraient gênantes sans cet artifice.

Le perfectionnement que j'introduis ici consiste dans l'invariabilité de la résistance du circuit dérivé R_1, qui maintient invariable le coefficient d'amortissement propre de la bobine B_1. On peut donc, en faisant varier la résistance intercalaire r_1, agir exclusivement sur la force synchronisatrice, comme on agit exclusivement sur l'amortissement en faisant varier la résistance extérieure R_2 de l'autre bobine B_2.

Comme exemple de ce réglage de l'intensité du courant et de l'amplitude, je citerai l'une des séries d'expériences que j'ai exécutées à l'École Polytechnique : l'horloge à synchroniser, construite par M. Borrel, n'a rien de particulier : c'est une horloge à secondes de qualité ordinaire ; le balancier, à tige de sapin, pèse 6kg ; l'échappement est à *chevilles*, pour permettre au besoin les grandes amplitudes ; l'amplitude de strict échappement (arc de levée) est $= 0°,7$.

La série d'observations qui va suivre est particulièrement intéressante au point de vue de la démonstration de l'efficacité du dispositif synchronisateur ; en effet, l'horloge, disposée d'ordinaire pour marquer le temps moyen, a été, dans cette série, réglée sur le temps sidéral (par l'addition d'une masse de 185gr au milieu de la tige du balancier).

Malgré cette avance énorme de *quatre minutes par jour*, elle a été synchronisée sans difficulté par le courant émis par une bonne horloge réglée sur le temps moyen (¹), grâce à l'amortissement énergique imposé au balancier (tube de cuivre de 3mm d'épaisseur, de 6cm de longueur ; barreau d'acier de 18cm de long, de 15mm de diamètre, aimanté à saturation).

La boîte de résistance R_1 en dérivation sur le circuit de la bobine B_1 est celle décrite précédemment dans la note de la page 103.

(¹) Dans d'autres séries, j'ai opéré depuis quatre minutes de retard jusqu'à six minutes d'avance sans que la synchronisation eût cessé d'être complète.

Voici la série des amplitudes obtenues avec diverses intensités : on y a ajouté la valeur numérique de la phase limite de l'oscillation du balancier correspondant à l'époque moyenne du passage du courant ; on verra bientôt l'importance de cet élément :

Expérience faite avec l'horloge Borrel réglée sur le temps sidéral et synchronisée par une horloge de temps moyen.

Intensité du courant synchronisant (l'unité est sensiblement le dix-millième d'ampère).	Amplitude limite du balancier synchronisé.	Différences.	Phase γ.	Remarques.
110........	±1°,94	0°,16	70°,2	
100........	1,78	0,16	70,2	L'amplitude peut atteindre ±3°,20.
90........	1,62	0,16	68,4	
80........	1,46	0,16	68,4	
70........	1,30	0,16	68,4	
60........	1,14	0,18	73,5	
50........	0,96	0,19	77,4	±0°,88 amplitude normale.
40........	0,77	0,10	81,0	
35........	0,67		86,4	±0°,62 » de strict échappement.

Grâce à l'amortissement conforme du balancier, l'amplitude et la phase limite de l'oscillation étaient atteintes au bout de quelques minutes : les observations successives étaient donc rapides.

Détermination expérimentale de la phase limite. — Il reste à dire quelques mots sur la détermination de la phase limite : on la mesure par l'enregistrement simultané du courant synchronisant et d'un courant auxiliaire émis par le balancier synchronisé (contact touchant un ressort latéral). On obtient ainsi sur un cylindre enfumé, à chaque période, deux couples de signaux [(A, B), (a, b), début et fin du courant], qu'on relève avec une lame transparente portant onze droites convergentes, de manière à exprimer directement les époques des signaux en fraction décimale de la période commune. La moyenne des lectures donne ainsi :

1° L'époque moyenne du courant synchronisant $\frac{1}{2}(A + B)$;

2° L'époque de l'élongation du balancier synchronisé $\frac{1}{2}(a + b)$: on en déduit ici l'époque du passage à la position d'équilibre en retranchant $\frac{1}{4}$ de période.

La différence de ces deux nombres donne la phase exprimée en fraction de période : on la convertit en degrés sexagésimaux en la multipliant par 360°; on obtient ainsi l'angle γ.

Exemple numérique. — Voici comment a été obtenue la phase $\gamma = 70°,2$ du Tableau précédent :

$$\left\{\begin{array}{l} a = 0,00 \\ A = 0,06 \\ B = 0,40 \\ b = 0,57 \end{array}\right\}, \quad \text{d'où} \quad \left\{\begin{array}{l} \tfrac{1}{2}(A+B) \qquad = 0,230, \\ \tfrac{1}{2}(a+b) - \tfrac{1}{4} = 0,035, \\ \text{Différence} = 0,195 \times 360° = 70,2, \\ \gamma = 70°,2. \end{array}\right.$$

L'approximation dépend de la longueur linéaire de la période sur le cylindre : elle ne dépasse guère ici $\frac{1}{200}$ de période, ce qui correspond à $\frac{1}{100}$ de seconde.

Résumé des résultats obtenus dans ces expériences. — Il n'est pas inutile de faire ressortir quelques-uns des résultats obtenus, pour montrer d'abord qu'ils sont conformes aux prévisions de la théorie, malgré l'introduction d'un élément dont il n'a pas été tenu compte (restitution mécanique automatique sous l'influence des poids moteurs), et ensuite pour prouver que le réglage pratique de l'amplitude s'obtient avec une extrême facilité.

1° *En graduant l'intensité de la force synchronisante, on peut donner au balancier telle amplitude stable qu'on désire, non seulement au-dessus, mais même au-dessous de l'amplitude normale* (celle qui se produit lorsque la liaison synchronique est supprimée).

2° *Les variations d'amplitude sont sensiblement proportionnelles aux variations d'intensité du courant synchronisant.*

C'est la généralisation expérimentale du théorème exprimé par l'équation (13) [1], établie pour un pendule libre : on la retrouve aisément par la théorie en ayant égard aux résultats indiqués précédemment [2] pour un balancier entretenu.

---

[1] *Journal de Physique*, t. VII, p. 234. *Séances de la Société de Physique*, p. 686; 1887.

[2] *Journal de Physique*, t. VII, p. 236. *Seances de la Société de Physique*, p. 70; 1887.

3° *La phase de synchronisation* γ (correspondant à l'époque moyenne de l'action synchronisante) *reste sensiblement constante tant que l'amplitude ne descend pas au-dessous de l'amplitude normale.*

La phase γ [voir *fig.* 2 (¹)] est, en effet, indépendante de l'action synchronisante constante avec un pendule libre, d'après l'équation (14) (²); avec un balancier entretenu, les variations se font sentir au voisinage de l'amplitude, où l'amortissement est compensé par le travail du poids moteur.

Ces résultats démontrent que le dispositif est tellement efficace qu'il permet de synchroniser, avec des courants très faibles, des horloges offrant des divergences de marche bien supérieures à celles qu'on rencontre dans le problème de la distribution de l'heure : il est donc capable de parer à tous les accidents provenant d'une variation accidentelle dans la marche des horloges, fussent-elles d'une qualité très médiocre. Il reste à montrer que ce dispositif permet d'aller plus loin dans le perfectionnement des réglages et qu'il offre des ressources inattendues pour la stabilité et le contrôle permanent du synchronisme.

2° Réglage de l'amortissement et de la phase d'une oscillation synchronique réduisant au minimum l'influence des actions perturbatrices. Réglage apériodique.

L'une des propriétés les plus avantageuses du dispositif synchronisateur décrit précédemment est la facilité avec laquelle ce dispositif entre en fonction et s'y maintient. Aucun réglage préalable de construction n'est nécessaire : il suffit que l'amortissement électromagnétique du balancier soit notable. La grandeur de cet amortissement peut même être modifiée entre des limites étendues : l'amplitude de l'oscillation varie, mais la synchronisation persiste.

(¹) *Journal de Physique*, t. VII, p. 235; *Séances de la Société de Physique*, p. 69; 1887.

(²) *Journal de Physique*, t. VII, p. 234; *Séances de la Société de Physique*, p. 68; 1887.

La théorie rend aisément compte de cette propriété aussi utile que singulière : elle montre qu'il existe effectivement dans le réglage du synchronisme un élément indéterminé *a priori*, la *phase* (fraction de période s'écoulant entre l'époque moyenne de l'action périodique et l'origine de l'oscillation synchronisée), élément que la plupart des systèmes en usage déterminent par construction, mais qui reste arbitraire, comme l'amortissement, dans le dispositif précité et donne au réglage cette latitude si précieuse.

On est amené naturellement à examiner le rôle que jouent cette phase et l'amortissement corrélatif dans la stabilité du régime et à rechercher si un choix convenable de ces éléments ne permettrait pas d'accroître encore l'efficacité du dispositif.

La conclusion de cette étude est qu'on doit adopter le coefficient d'amortissement le plus fort compatible avec les conditions expérimentales, et donner à la phase une valeur aussi rapprochée que possible de *zéro;* on tend alors vers le *réglage apériodique* dont les propriétés seront exposées plus loin. C'est dans ces conditions qu'on réduit au minimum l'influence des causes perturbatrices les plus fréquentes.

La démonstration de ces résultats se déduit de la théorie des oscillations synchronisées faiblement amorties ([1]), exposée précédemment ([2]).

Je dirai qu'une oscillation est *synchronisée* lorsque, sous l'influence d'une force périodique, elle est parvenue à un régime permanent tel, que *la phase demeure invariable*.

Les lois qui régissent le régime permanent obtenu à l'aide du dispositif précité sont résumées par les expressions (13) et (14) ([2]),

---

([1]) Dans les applications à l'horlogerie, des coefficients relativement élevés sont encore très éloignés de la limite imposée à l'oscillation par la condition d'être faiblement amortie : à savoir que $\alpha^2 T^2$ soit négligeable devant l'unité. Ainsi, déjà pour $\alpha T = \frac{1}{100}$, on atteint un amortissement énorme pour des appareils de précision; car, avec cette valeur, l'amplitude $A = A_0 e^{-\alpha t}$ se réduit dans le rapport de e (ou 2,71828) à 1 au bout du temps $t = 100T$, soit $3^m 20^s$ si la période T est de 2^s.

([2]) *Journal de Physique*, t. VI, p. 452; *Séances de la Société de Physique*, p. 150; 1887.

([2]) *Journal de Physique*, t. VI, p. 459; *Séances de la Société de Physique*, p. 156; 1887.

qu'on peut écrire sous diverses formes

(13) $$\mathcal{A} = \frac{u}{\sqrt{\alpha^2\Theta^2 + 4\pi^2\left(\frac{\Theta - T}{T}\right)^2}} = \frac{u\cos\gamma}{\alpha\Theta} = \frac{u\sin\gamma}{2\pi\left(\frac{\Theta - T}{T}\right)}.$$

(14) $$\tan g\gamma = \frac{2\pi}{2\Theta}\left(\frac{\Theta - T}{T}\right) = \frac{2\pi}{\alpha T}\left(\frac{\Theta - T}{\Theta}\right) = \frac{2\pi}{\alpha \mathfrak{C}}.$$

On en déduit les résultats suivants :

1° *La phase limite γ d'une oscillation synchronisée est indépendante de l'intensité u de l'action synchronisante et de l'amplitude limite $\mathcal{A}$.*

Cette propriété, très importante au point de vue pratique, montre que les réglages des deux caractéristiques de l'oscillation, la phase et l'amplitude, peuvent être rendus indépendants. Il suffit, en effet, α, T et Θ étant donnés, de commencer par régler la phase ; l'amplitude peut être réglée à son tour sans altérer le précédent réglage, en agissant exclusivement sur l'intensité de l'action synchronisante à laquelle elle est proportionnelle.

2° *La phase limite est proportionnelle à la différence des périodes.*

L'observation de la phase limite, qui change de signe avec cette différence, permet donc de décider, sans avoir besoin d'arrêter la synchronisation, si l'oscillation rendue libre serait en avance ou en retard sur l'action directrice. Le signe et la grandeur de la phase indiquent ainsi dans quel sens et de combien il faudrait modifier la période du système synchronisé pour la rendre égale à la période directrice. Cette propriété est fort utile pour le réglage et le contrôle *en marche* des appareils synchronisés.

3° *Le coefficient d'amortissement qu'on doit imposer au système oscillant à synchroniser pour compenser une différence de période donnée* ($\Theta - T$) *est défini par la phase qu'on veut maintenir entre l'oscillation synchronisée et l'action directrice, et réciproquement.*

La relation entre ces deux éléments est précisément l'expression (14). Comme la valeur de la phase est, en général, indéter-

minée *a priori*, on voit que le coefficient d'amortissement est également indéterminé, et les limites qui le comprennent sont extrêmement étendues : ces limites sont, d'une part, α_0 voisin de zéro (à l'exclusion de $\alpha = 0$, valeur pour laquelle aucun régime permanent ne pourrait s'établir) ; de l'autre, α_1 tel que $\alpha_1^2 T^2$ soit encore négligeable devant l'unité, condition nécessaire à la validité des formules (13) et (14) : γ varie alors de $\gamma_0 = \pm\frac{\pi}{2}$ à $\gamma_1 = 0$.

On voit là l'explication du fait signalé au début, à savoir le fonctionnement immédiat du dispositif, quelle que soit la grandeur de l'amortissement. C'est qu'en effet, l'équation (14) donnant toujours une valeur réelle pour γ, quels que soient $\Theta - T$, T et α, il s'établit nécessairement un régime stable; l'oscillation est donc *toujours* synchronisée. Quant à la valeur de la phase, elle est le plus souvent indifférente; elle constitue une constante instrumentale qu'on élimine par une observation préalable.

Nous sommes donc en présence d'une indétermination réelle de la phase et du coefficient d'amortissement, et nous ne trouvons dans les formules du régime permanent aucune condition qui puisse les définir. C'est dans la grandeur des variations probables des éléments en jeu que nous allons chercher à lever cette indétermination.

Variation de la phase causée par la variation lente des éléments de réglage. — Nous remarquerons d'abord que les trois éléments Θ, T, α qui figurent dans l'expression de la phase ne varient en général que fort lentement, le plus souvent sous l'influence de causes météorologiques, particulièrement des variations de température qui modifient les dimensions des systèmes oscillants, la résistance des conducteurs électriques ou le magnétisme des aimants. Ces variations, s'accomplissant pendant une durée extrêmement grande relativement aux périodes d'oscillation, modifient insensiblement les valeurs limites de la phase et de l'amplitude, mais sans altérer le caractère du régime, qui ne cesse pas d'être stable et d'être représenté par les formules précédentes. L'élément le plus mobile est évidemment la différence $\Theta - T$ (et le seul qu'il soit utile de considérer, les variations relatives de α et de T étant trop faibles pour agir d'une manière ap-

préciable sur γ); la formule (14) donne le moyen d'en atténuer l'influence : c'est d'augmenter la valeur de α. On en conclut :

L'erreur sur la phase causée par une variation lente de la différence de période décroît lorsque le coefficient d'amortissement augmente.

On a donc intérêt à augmenter autant que possible le coefficient α d'amortissement, ce qui fait tendre la phase vers zéro. On déduirait de l'expression (14) un moyen de déterminer cette valeur de la phase et par suite de α, en recherchant quelle grandeur on doit donner à ce coefficient pour que l'erreur sur la phase soit inférieure à une quantité donnée.

Variations de la phase causées par la variation brusque des éléments de réglage. — Les variations brusques des éléments Θ, T, α et u ont évidemment pour effet d'interrompre le régime permanent et d'imprimer à l'oscillation un régime variable, pendant la durée duquel la phase présente des erreurs périodiques dont il importe de se rendre compte, afin de cherecher à les ramener dans les limites de la précision adoptée.

Ces variations brusques, à la rigueur possibles sur tous les éléments, ne sont guère à craindre que sur l'action synchronisante produite par un courant électrique : il faudrait, en effet, supposer aux appareils des vices de construction bien graves pour y prévoir la production habituelle de variations brusques et notables dans la valeur des périodes T, Θ ou du coefficient α. Il n'en est pas de même des piles électriques, des distributeurs de courants ou des lignes télégraphiques : là, au contraire, des altérations inévitables se produisent, et l'on doit toujours redouter des variations brusques de la force synchronisante. Nous nous bornerons donc à examiner l'influence de ce genre de variations; la discussion serait d'ailleurs toute semblable dans le cas d'un autre élément.

La considération de l'*indicatrice de synchronisation* [1] donne la solution immédiate de toutes les questions relatives au régime

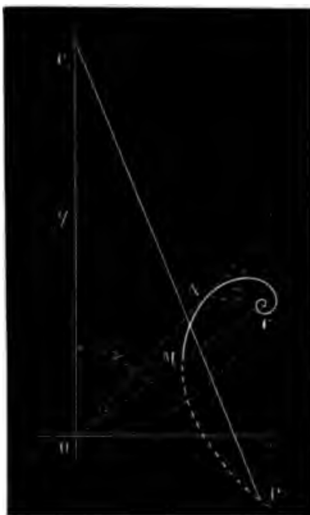
---

[1] *Journal de Physique*, t. VI, p. 458; *Séances de la Société de Physique*, p. 156; 1887.

variable qui se produit alors. L'indicatrice est une spirale logarithmique dont l'angle caractéristique est γ. Comme on suppose que u seul varie, l'angle γ, qui en est indépendant, reste le même que dans le régime permanent antérieur; le point asymptotique C de la spirale (*fig.* 2) est donc sur le rayon vecteur OM incliné de l'angle γ sur l'axe des y.

La phase représentée par l'angle du rayon vecteur ON, avec l'axe Oy, oscillera donc périodiquement autour de sa valeur normale yOC.

Fig. 2.



On doit se demander d'abord pendant combien de temps cette erreur périodique de la phase se prolongera : théoriquement, cette durée est infinie, puisque le régime permanent ne s'établit qu'après un temps infiniment grand. Mais, en fait, le régime permanent est pratiquement établi quand le rayon moyen de la spire sous-tend, vu de l'origine, un angle $\Delta\gamma$ assez petit pour que la fraction de période à laquelle il correspond soit négligeable. Calculons donc le temps nécessaire pour que le rayon vecteur CM $=\rho_0$ de la spirale devienne une fraction donnée $\frac{1}{n}$ de sa valeur initiale. La spirale ayant pour angle γ a pour équation polaire

$$\rho = \rho_0 e^{-\omega \cot \gamma} \qquad \text{avec} \qquad \frac{\omega}{t} = \frac{2\pi}{\mathfrak{T}},$$

car le rayon vecteur tourne avec une vitesse angulaire $\frac{2\pi}{\mathfrak{G}}$. Substituant la valeur (14) de $\cot\gamma$, il vient

$$\rho = \rho_0 e^{-\alpha t}, \qquad \text{d'où} \qquad t = \frac{1}{\alpha}\log\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{1}{\alpha}\log n.$$

Donc, *le temps nécessaire pour réduire à une fraction donnée l'erreur périodique de la phase pendant le régime variable qui suit une variation brusque de la force synchronisante est, toutes choses égales d'ailleurs, en raison inverse du coefficient d'amortissement.*

D'autre part, le *maximum maximorum* de l'erreur $\Delta\gamma$ est évidemment NOC, donné par la tangente ON issue de l'origine O à la première spire

$$\frac{\Delta\gamma}{\sin\gamma} = \frac{\text{NC}}{\text{OC}} = \frac{\text{NC}}{\text{OM}+\text{MC}}; \qquad \text{d'où} \qquad \Delta\gamma < \frac{\Delta u}{u+\Delta u}\sin\gamma.$$

en remplaçant NC par MC qui lui est supérieur.

Donc *l'erreur maximum à craindre sur la phase est proportionnelle au sinus de la phase limite.*

Ainsi, qu'il s'agisse de variations brusques ou lentes, *on a intérêt à donner au coefficient d'amortissement la plus grande valeur compatible avec les conditions expérimentales et à faire tendre la phase limite vers zéro.*

Telles sont les conditions théoriques; on peut aisément les réaliser.

1° *Amortissement.* — Le coefficient α n'a jamais besoin d'atteindre la valeur $\alpha T = \frac{1}{100}$ (ce qui correspond à une réduction de l'amplitude du balancier libre dans le rapport de $e = 2,718$ à 1 en 100 périodes T) : on doit le diminuer, si l'on désire éviter l'arrêt en cas de la rupture du courant.

2° *Réduction à zéro de la phase.* — On y parvient en agissant sur la période T du balancier de manière à la rendre sensiblement égale à la période directrice Θ. A cet effet, lorsque le régime stable est établi, on observe au chronographe, ou simplement au téléphone, l'*époque moyenne* du courant synchronisant : si elle a lieu *avant* le passage du balancier à la position d'équilibre (le

sens du mouvement étant le sens de l'attraction de la bobine), le balancier *retarde;* si elle a lieu *après,* il *avance.* A l'aide de cette règle, facile à démontrer, on corrige aisément *en marche* ce retard ou cette avance au moyen de poids placés au milieu de la tige du balancier, et l'on arrive à la phase nulle, $\gamma = 0$, lorsque l'époque moyenne de l'attraction coïncide avec le passage à la verticale.

Régime et réglage apériodiques. — Je propose de donner le nom d'*apériodique* à ce mode de réglage pour rappeler que, dans ce cas ($\gamma = 0$), tout régime variable de la phase et de l'amplitude est *apériodique,* ces éléments atteignant leur valeur limite sans la dépasser.

La *fig.* 2 résume les propriétés du *régime apériodique* comparativement avec le régime périodique ordinaire : dans le cas général, une oscillation, dont le point représentatif est P au moment où la synchronisation intervient, a pour *indicatrice* une spirale logarithmique d'angle γ allant de P en C (point asymptotique), tel que $y\mathrm{OC} = \gamma$. Dans le cas de $\gamma = 0$, la spirale dégénère en une droite PC_0. Le point C_0 a pour coordonnées $\gamma = 0$ (axe Oy) et $\mathrm{OC}_0 = u : \alpha\theta$ conformément à l'expression (13) : c'est le point asymptotique de l'indicatrice rectiligne, car le point représentatif de l'oscillation s'en approche suivant la loi $\rho = \rho_0 e^{-\alpha t}$, ρ étant la distance des deux points.

La figure donne aussi la loi des amplitudes limites pendant le réglage de la période T; car, d'après (13), le lieu des points asymptotiques (γ, $\mathfrak{A}$) correspondant à un amortissement α et une force u donnés est un cercle décrit sur OC_0 comme diamètre : on voit que l'amplitude limite passe par un maximum pour $\gamma = 0$, condition qui la rend indépendante des petites variations de $\Theta - \mathrm{T}$.

En raison de l'importance de ce régime apériodique, j'ai tenu à étudier cette indicatrice rectiligne et à l'enregistrer dans les mêmes conditions que la spirale : la *fig.* 2 *bis* est la reproduction (procédé Dujardin) d'un cliché photographique obtenu comme précédemment ([1]); elle représente les axes coordonnés rectangulaires et réalise l'indicatrice rectiligne PC_0 (doublée parce qu'elle est produite non par l'époque moyenne, mais par le début et la fin du courant synchronisant). Le point asymptotique est évidemment à l'extrémité la plus *empâtée* du trait. On comparera avec la double spirale (*fig.* 4 qui est la reproduction de la *fig.* 3 de la page 462)([2]). La *fig.* 3 donne la vérification de l'égalité approchée des périodes; elle représente, outre l'axe des déplacements (axe des x) et l'oscillation initiale complète

([1]) *Journal de Physique,* t. VI, p. 462; *Séance de la Société de Physique,* p. 161.

([2]) *Séances de la Société de Physique,* p. 160; 1887.

(cercle et son diamètre), le décroissement d'une oscillation libre comme le faisait la spirale concentrique [*fig.* 5 (*fig.* 4 de la page 463) (¹)].

Fig. 2 *bis*.



Fig. 3.



L'analogie de ces figures dispense de plus amples explications : on remarquera seulement que la spirale de la *fig.* 1 correspond à une *avance*

Fig. 4.

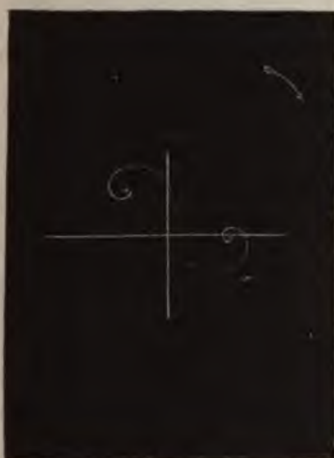


Fig. 5.



du balancier, tandis que celles des *fig.* 4 et 5 (dont les axes sont d'ail-

(¹) *Séances de la Société de Physique*, p. 161 ; 1887.

leurs, comme ceux des *fig.* 2 *bis* et 3, tournés d'un angle droit) correspondent à un *retard*.

En résumé, le *réglage apériodique* offre l'avantage :

1° De ne pas dérégler l'appareil pour le synchroniser, comme l'exigent certains systèmes;

2° D'éviter tout régime période pour l'amplitude et la phase;

3° De réduire au minimum, sinon à zéro, l'influence des perturbations les plus ordinaires;

4° De fournir un contrôle incessant du réglage et un moyen simple pour le rétablir s'il vient à varier.

EXPÉRIENCES DE M. HERTZ SUR LES ONDULATIONS ÉLECTRIQUES (1);

PAR M. J. JOUBERT.

Maxwell, développant les idées de Faraday sur le rôle du milieu diélectrique dans la transmission des actions électriques, est arrivé à cette conclusion qu'un ébranlement électrique doit se propager dans l'air avec une vitesse égale au rapport qui existe entre l'unité électromagnétique et l'unité électrostatique de quantité. L'expérience donnant pour ce nombre la vitesse même de la lumière, on est amené à penser que les actions électriques et la lumière, non seulement sont propagées par le même milieu, mais encore qu'elles résultent de modifications de même espèce de ce milieu.

La vérification expérimentale de ces conséquences serait de la

(1) H. HERTZ, *Ueber sehr schnelle electrische Schwingungen* (*Ann. Wied.*, t. XXXI, p. 421-448, mai 1887).

— *Ueber die Einwirkung einer geradlinigen Schwingung auf eine benachbarte Strombahn* (*Ann. Wied.*, t. XXXIV, p. 155-170; mars 1888).

— *Ueber Inductionserscheinungen, hervorgerufen durch die electrische Vorgänge in Isolatoren* (*Ann. Wied.*, t. XXXIV, p. 273-286; avril 1888).

— *Ueber die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrodynamischen Wirkungen* (*Ann. Wied.*, t. XXXIV, p. 551-570; mai 1888).

— *Ueber elektrodynamische Wellen im Luftraume und deren Reflexion* (*Ann. Wied.*, t. XXXIV, p. 609-620; mai 1888).

— *Die Kräfte elektrischer Schwingungen, behandelt nach der Maxwell'schen Theorie* (*Ann. Wied.*, t. XXXVI, p. 1-22; décembre 1888).

plus haute importance. La véritable démonstration doit consister à montrer que des ébranlements électriques de nature vibratoire tels que ceux qui peuvent résulter de courants alternatifs, donnent naissance à des ondes capables d'interférer.

Mais, si la vitesse de propagation est celle de la lumière, c'est-à-dire une vitesse de $300\,000^{km}$ par seconde, à des vibrations d'un millième de seconde correspondront des longueurs d'onde de 300^{km}, et, pour avoir seulement des longueurs d'onde de 3^{m}, il ne faudrait pas que la durée de la vibration dépassât un cent-millionième de seconde.

On ne peut songer à produire directement des courants alternatifs de période aussi brève. Les oscillations qui accompagnent la décharge de la bouteille de Leyde, ou celles qui se produisent, à chaque interruption du courant inducteur, dans le fil secondaire resté ouvert, de la bobine de Ruhmkorff, sont beaucoup plus rapides ; mais on les trouve toujours comprises entre un dix-millième et un cent-millième de seconde ([1]).

M. Hertz a imaginé une disposition permettant d'obtenir des oscillations isochrones dont la durée ne dépasse guère un cent-millionième de seconde et il a réussi à montrer que ces oscillations produisent en effet des ondes capables de donner lieu à des phénomènes d'interférences.

La partie essentielle de l'appareil est une espèce d'excitateur (*fig.* 1), dont les deux branches, en prolongement l'une de l'autre,

---

([1]) Pour que le mouvement de l'électricité dans un conducteur prenne le caractère oscillant, il faut que ce conducteur satisfasse à la relation

$$L > \frac{R^2 C}{4},$$

R désignant la résistance, C la capacité et L le coefficient de self-induction, les trois quantités étant exprimées en unités électromagnétiques. Lorsque la résistance est négligeable, auquel cas la condition est toujours satisfaite, la durée de l'oscillation simple est donnée par la formule

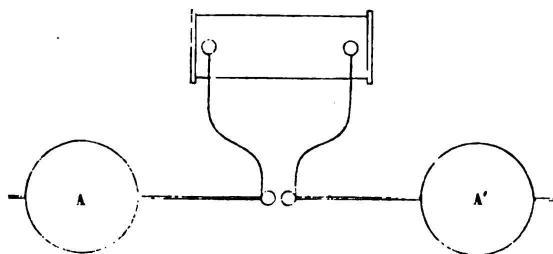
$$T = \pi \sqrt{CL};$$

les oscillations sont isochrones et le coefficient d'amortissement a pour valeur

$$\frac{\pi R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}.$$

sont terminées par deux grosses sphères A, A′. La tige est un fil de 5^{mm} de diamètre ; les deux boules ont 3^{cm} de diamètre et sont écartées de $0^{cm},75$ environ. Le diamètre des deux grosses sphères est de 30^{cm} et leur distance, qu'on peut varier à volonté, est d'environ 1^{m}.

Fig. 1.



Supposons que les deux sphères, réunies par un *conducteur continu,* soient à un instant donné portées à des potentiels différents, puis abandonnées à elles-mêmes ; l'équilibre s'établira par une série d'oscillations dont la durée dépendra de la capacité et du coefficient de self-induction du système. C'est ce que M. Hertz réalise en mettant les deux boules de l'excitateur en communication permanente avec les deux bornes d'une bobine de Ruhmkorff. La bobine qu'il emploie est une bobine de 50^{cm} de longueur et de 20^{cm} de diamètre ; elle est excitée par six grands éléments Bunsen et un interrupteur à mercure.

Voici quel est le jeu de l'appareil. Au moment où l'induction se produit sur le fil secondaire de la bobine, les deux branches de l'excitateur qui en forment les extrémités sont portées à des potentiels différents et au même instant une forte étincelle éclate entre les deux boules. Celle-ci établit, pendant un temps très court, entre ces deux boules, un passage de faible résistance, à travers lequel le conducteur rectiligne se décharge sur lui-même d'une manière indépendante, à peu près comme s'il était séparé de la bobine. Ces oscillations s'éteignent avant que l'oscillation suivante de la bobine ait eu le temps de se produire, et elles se renouvellent de la même manière à chaque oscillation de celle-ci. On peut assimiler l'état de l'excitateur à celui d'une barre dont on entretiendrait les vibrations par une série de coups de marteau.

La condition essentielle du phénomène est donc que l'étincelle

d'induction passe et présente une intensité convenable. Si l'on écarte les boules de manière à la supprimer et à laisser ouvert le fil secondaire de la bobine, on n'a plus que les oscillations propres de la bobine et celles-ci sont environ dix mille fois plus lentes que les oscillations propres de l'excitateur.

Il y aurait grand intérêt à mesurer directement la durée de ces dernières ; mais la chose paraît difficile. Tout ce qu'on peut faire, c'est de la calculer, au moins d'une manière approximative, au moyen de la formule connue

$$T = \pi\sqrt{CL}.$$

Pour l'appareil décrit plus haut, la capacité se réduit à celle des sphères; le coefficient de self-induction, à celui du fil rectiligne intermédiaire. On peut prendre pour la capacité électrostatique de chacune des sphères 15^{cm} ; pour le coefficient de self-induction du fil, la formule $L = 2l\left(\log \text{nép} \frac{4l}{d} - 0{,}75\right)$, dans laquelle l représente la longueur du fil et d son diamètre, donne $L = 1900^{cm}$. On a donc approximativement

$$T = 1{,}77.10^{-8} \text{ secondes.}$$

L'excitateur ainsi disposé présente une propriété très remarquable. Qu'on recourbe un fil métallique de manière à en faire un circuit presque fermé, en ne laissant entre les deux extrémités qu'un intervalle d'une fraction de millimètre et qu'on le place dans le voisinage de l'excitateur, même à une distance de plusieurs mètres, on voit un flux continu d'étincelles jaillir entre les deux extrémités. M. Hertz munit les deux extrémités du fil d'un petit micromètre à étincelle qui lui permet de varier et de mesurer la distance explosive.

En répétant l'expérience avec des circuits de même forme, circulaires par exemple, mais de grandeurs différentes, on trouve une dimension pour laquelle l'étincelle présente un maximum très marqué. Pour les dimensions plus petites ou plus grandes, le flux est moins nourri et la distance explosive moindre. Il est évident que cette dimension est celle pour laquelle les oscillations propres du cadre ont la même durée que celles de l'excitateur. Le cadre, à l'*unisson* de l'excitateur, agit à la manière d'un *résona-*

teur. C'est ce nom que nous lui donnerons désormais. Le résonateur employé par M. Hertz est un cercle de 35^{cm} de diamètre.

L'expérience montre que la résistance du circuit fermé n'a aucune influence; tout ce qui modifie sa forme ou sa capacité a, au contraire, une influence considérable. Pour achever le réglage des deux appareils et les mettre exactement à l'unisson, on peut, ou bien modifier l'écartement des deux sphères de l'excitateur, ou bien suspendre vers les extrémités du résonateur deux petits bouts de fils métalliques parallèles dont on fait varier l'écartement ou la longueur.

Examinons maintenant la nature des actions produites par l'excitateur. Ces actions sont de deux espèces, les unes électrostatiques, les autres électromagnétiques.

Les actions électrostatiques sont dues aux variations alternatives de potentiel des deux sphères A et A'. La distribution des lignes de force à un instant donné est à peu près celle qui correspondrait à deux masses égales et de signes contraires, placées au centre des sphères. Toutes les lignes de force aboutissent à ces deux points et sont dans des plans passant par l'axe de l'excitateur.

Les actions électromagnétiques sont dues aux courants alternatifs qui parcourent le conducteur rectiligne; les lignes de force, au moins dans la partie moyenne, sont des circonférences concentriques à l'axe de l'excitateur.

Les deux actions ont évidemment la même période; mais les maxima de l'une correspondent aux minima de l'autre : la différence de phase est égale à $\frac{1}{4}$.

Elles décroissent inégalement avec la distance; la première varie sensiblement en raison inverse du cube, la seconde en raison inverse de la simple distance.

Supposons le résonnateur placé dans une région où le champ des deux actions soit uniforme, et considérons successivement chacune d'elles.

L'action électrostatique est nulle, quand le plan du cadre est perpendiculaire aux lignes de force; elle est maximum, quand le plan du cadre est parallèle à ces lignes. Mais, dans ce cas, elle dépend de la situation relative de l'interruption *m*, ou, en appelant *ligne de symétrie du cadre* la ligne *nm* qui passe par l'interruption et par le centre, de la position de la ligne de symétrie. Si la

ligne de symétrie est parallèle au champ (*fig.* 2), la force tend à porter les deux extrémités au même potentiel et ne peut donner d'étincelles; il est facile de voir, au contraire, que l'action sera maximum quand la ligne de symétrie sera perpendiculaire au champ (*fig.* 3).

Fig. 2.

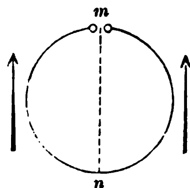
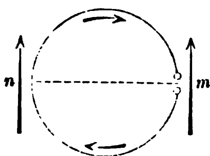


Fig. 3.



Quant à l'action électromagnétique, elle ne dépend que de la valeur du flux de force qui traverse le cadre, et reste le même quelle que soit la position de la ligne de symétrie. L'action est nulle quand le plan du cadre est parallèle au champ, maximum quand il est perpendiculaire.

En particulier, le résonateur est soustrait à toute action de la part de l'excitateur, quand son plan coïncide avec le plan de symétrie de ce dernier.

En général, l'étincelle observée sera due à la résultante des deux actions. On peut en obtenir ayant jusqu'à 6^{mm} à 7^{mm} de longueur. L'action électrostatique est généralement prédominante.

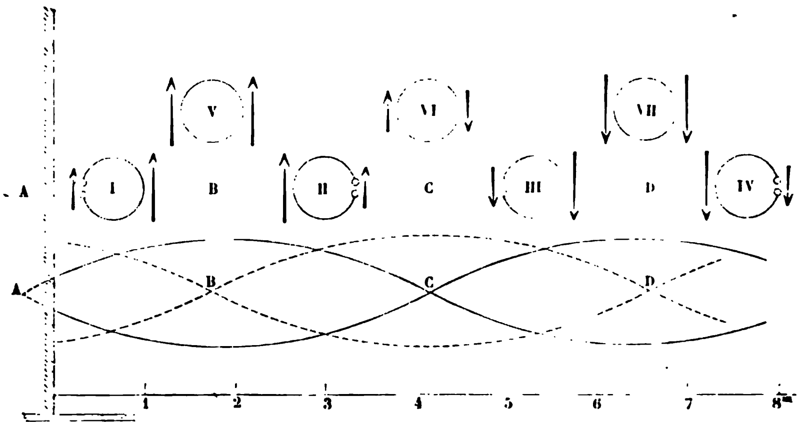
Arrivons maintenant aux expériences d'interférences. Je commencerai par les dernières que M. Hertz ait publiées, comme étant celles qui présentent les conditions les plus simples. Elles consistent à déterminer les nœuds des ondes stationnaires résultant de l'interférence des ondes directes avec les ondes réfléchies par une paroi plane. C'est, appliquée aux ondes électriques, l'expérience bien connue de Savart sur l'interférence des ondes sonores directes et des ondes réfléchies par un mur.

L'excitateur employé par M. Hertz diffère un peu de celui qui a été décrit plus haut; les deux grosses sphères sont remplacées par des plaques carrées de laiton de $0^{m},40$ de côté et distantes de $0^{m},40$. Le calcul donne pour durée de l'oscillation propre 1,4 cent-millionième de seconde. Le résonateur est encore un cercle de $0^{m},35$ de diamètre, convenablement ajusté.

L'expérience était faite dans une grande salle. L'excitateur était à l'une des extrémités, son axe étant placé verticalement. Le mur opposé, situé à une dizaine de mètres, était recouvert d'une feuille de zinc en communication avec le sol.

Les mouvements vibratoires provoqués par l'excitateur viennent se réfléchir sur la surface métallique. Les ondes réfléchies interférant avec les ondes directes donnent naissance à des ondes stationnaires séparées par des nœuds fixes. Mais nous avons en réalité deux systèmes d'ondes. La force électrique étant nulle à l'intérieur d'un conducteur parfait, les ondes électrostatiques doivent se réfléchir sans perte d'intensité et avec changement de signe. Le premier nœud doit se trouver sur la surface réfléchissante même. L'expérience montre qu'il se trouve un peu en arrière de la surface, en A, le suivant en C, et que l'état vibratoire peut être représenté par la ligne pleine (*fig.* 4). Au contraire, l'action électroma-

Fig. 4.



gnétique s'exerçant à l'intérieur du conducteur, la réflexion de l'onde électromagnétique doit se faire sans changement de signe, comme dans un tuyau ouvert, et la surface réfléchissante correspond à un ventre. Si la vitesse de propagation des deux systèmes d'onde est la même, le mouvement vibratoire sera représenté par la ligne ponctuée, et les nœuds des deux systèmes se succéderont à des distances égales au quart de la longueur de l'ondulation complète.

Tel est en effet l'état de choses que révèle le résonateur. Pla-

çons son centre sur la perpendiculaire abaissée de l'interruption de l'excitateur sur la surface réfléchissante, ligne que nous appellerons la *normale d'incidence,* et supposons son plan vertical : s'il est parallèle à la normale d'incidence, nous dirons qu'il est dans le plan de vibration ; s'il est perpendiculaire à la normale, nous dirons qu'il est dans le plan de l'onde. Au nœud C ou au voisinage immédiat de la paroi, le résonateur placé dans le plan de l'onde ne donne pas d'étincelles ou du moins des étincelles extrêmement faibles, quelle que soit la position de la ligne de symétrie *mn*. Les étincelles manquent également en B et en D, si, plaçant le résonateur dans le plan de vibration, on met la ligne de symétrie *mn* verticale (positions V et VII de la figure). Quand le résonateur est dans le plan de vibration, pour avoir le maximum d'étincelles, il faut rendre horizontale la ligne de symétrie ; l'étincelle est beaucoup plus forte quand l'interruption est du côté du nœud que dans la position contraire. Ainsi, pour avoir la plus forte étincelle, il faut placer le cadre comme on le voit dans les positions I, II, III, IV (*fig.* 4).

L'étude attentive de tous ces phénomènes et leur discussion montrent que, dans le cas des expériences de M. Hertz, deux nœuds de même espèce sont séparés par une distance de $4^{m},5$. En admettant la durée calculée de $1,4.10^{-8}$ secondes, on en déduit une vitesse de propagation de $3,2.10^{10}$ centimètres ou 320000^{km} par seconde, c'est-à-dire sensiblement la vitesse de la lumière.

Passons maintenant à un autre ordre d'expériences.

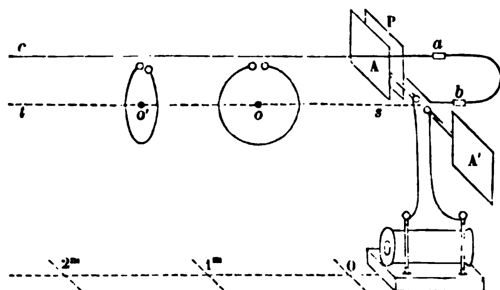
L'excitateur à plaques ayant son axe horizontal, on place derrière une des plaques, la plaque A par exemple (*fig.* 5), une plaque P de même dimension, réunie, comme le montre la figure, à un fil de cuivre *abc* tendu horizontalement dans le plan de symétrie de l'appareil. On peut à volonté donner à ce fil une longueur finie et le maintenir isolé, ou bien en faire un fil indéfini en le prolongeant autant que possible en dehors de la salle et mettant son extrémité en communication avec le sol.

Prenons le fil dans la première condition : les mouvements électriques développés dans la plaque P par l'influence de la plaque voisine se transmettent dans le fil et, en se réfléchissant à l'extrémité, donnent naissance à des ondes stationnaires ; à partir de son extrémité, le fil est partagé par des nœuds en concamérations fixes. A tout instant, deux concamérations consécutives sont le

siège de mouvements de sens contraires. Il s'agit de déterminer par expérience la position des nœuds.

A cet effet, plaçons le résonateur dans le plan vertical de symétrie en O, l'interruption tournée du côté du fil. Il est ainsi soustrait à l'action directe de l'excitateur et soumis seulement à l'action électromagnétique des courants du fil. On trouve cette action nulle à l'extrémité et à des distances successives de $2^m,8$ à partir de cette extrémité. Ces positions correspondent à des nœuds de vibration.

Fig. 5.



En coupant le fil à l'un des nœuds, on ne change rien dans la partie restante; c'est l'analogue de l'expérience bien connue de la flûte à segments égaux. Si on laisse en place la partie coupée, elle continue à être le siège des mêmes mouvements, mais avec une intensité moindre.

La demi-longueur d'onde dans le fil est donc de $2^m,8$; la durée de la période est celle de l'excitateur. Celle-ci étant de $1,4.10^{-8}$ secondes, on en déduit, pour la vitesse de propagation dans le fil,

$$V = 2.10^{10} \text{ centimètres},$$

c'est-à-dire une vitesse égale aux deux tiers de la vitesse de la lumière dans le vide.

M. Hertz a constaté que la distance des nœuds ne change pas quand on remplace le fil par un autre de diamètre différent ou d'une autre nature, même par un fil de fer, ce qui conduirait à conclure que la vitesse de propagation est la même dans tous les fils. Est-elle aussi indépendante de la période? C'est ce qu'il serait intéressant de vérifier ([1]).

([1]) Sir W. Thomson a démontré, en 1854, que si l'on fait varier le potentiel à [l'ex]trémité d'un fil suivant une loi harmonique simple, une phase déterminée

Revenons maintenant au fil supposé indéfini. Quand le plan du résonateur est dans le plan vertical du fil, l'interrupteur en haut, l'action de l'excitateur est nulle et le fil agit seul; si l'on fait tourner le cadre de 90° autour d'un axe vertical, et qu'on amène son plan perpendiculaire au fil, comme en O', l'action du fil est nulle et celle de l'excitateur subsiste seule. En faisant varier convenablement la distance de la plaque P à la plaque A, on peut rendre égales les étincelles obtenues dans les deux cas. Pour toute position intermédiaire du cadre, les deux causes agiront simultanément; mais, en général, l'effet sera différent quand la normale au cadre sera tournée vers A ou vers A'. En effet, dans les deux positions, l'action de l'excitateur, qui est surtout une action électrostatique, reste de même grandeur et de même sens; tandis que l'action du fil qui est une action électromagnétique change de signe, le flux pénétrant dans les deux cas par des faces opposées du cadre; de telle sorte que, si les actions s'ajoutent pour l'une des positions de la normale, elles se retranchent pour l'autre. Or, si l'on répète l'expérience à des distances différentes, on trouve qu'en deux positions distantes environ de $7^m,5$, le phénomène reprend la même intensité, mais en sens contraire, c'est-à-dire que, si dans la première l'étincelle était maximum quand la normale était tournée vers A, dans la seconde, elle est maximum quand la normale est tournée vers A'.

Or nous savons comment le mouvement électrique se propage dans le fil. Quant au mouvement qui, venant de l'excitateur, se propage dans l'air, nous pouvons faire trois hypothèses : ou la vitesse est infinie, et alors les changements de signe dépendent uniquement de ceux qui ont lieu dans le fil, ils doivent se reproduire à des intervalles de $2^m,8$; ou, étant finie, elle est égale à

du potentiel à l'origine se transmet le long du fil avec une vitesse constante égale à $\sqrt{\frac{2n}{\gamma\rho}}$, n désignant le nombre des vibrations simples par seconde, γ la capacité et ρ la résistance du fil par unité de longueur. Mais il ne tenait compte que de la résistance et de la capacité du fil, ce qui suffit, en effet, pour les oscillations lentes. Pour les oscillations très rapides, il faut en outre tenir compte de l'induction propre du fil. Dans ce cas, le calcul indique que, quand n augmente, la vitesse va en croissant et tend vers une valeur indépendante de la résistance et de la période.

celle du fil, mais alors le renversement de sens observé ne serait plus possible; ou enfin, étant toujours finie, elle est différente de celle du fil, et, dans ce cas, le phénomène doit se représenter le même, mais en signe contraire chaque fois que l'un des mouvements a gagné sur l'autre une demi-longueur d'ondulation. Ce cas est celui qu'on observe. Si l'on désigne par λ et λ' les demi-longueurs d'ondulation dans l'air et dans le fil et par d la distance trouvée, on a

$$n\lambda = (n+1)\lambda' = d;$$

prenant $d = 7^m,5$, $\lambda' = 2^m,8$, on en déduit

$$\lambda = 2,8\,\frac{7,5}{4,7} = 4^m,5,$$

ce qui, pour une période de $1,4.10^{-8}$ secondes, donne

$$V = 3,2.10^{10} \text{ centimètres},$$

c'est-à-dire la vitesse déjà trouvée dans l'expérience précédente.

Telles sont, dans leurs détails essentiels, les expériences de M. Hertz. Ces expériences pourront certainement être répétées avec des procédés d'exploration et de mesure plus délicats, et dans des conditions encore plus caractéristiques; mais, telles qu'elles sont, elles ne paraissent laisser aucun doute sur la propagation des actions électriques par le milieu, et, à ce point de vue, elles ouvrent une ère pleine de promesses, non seulement pour la théorie de l'électricité, mais encore pour celle de la lumière.

M. Hertz a mesuré des longueurs d'ondulation de 10^m environ : celles des rayons visibles sont en moyenne de $0^m,0000005$, c'est-à-dire vingt millions de fois plus petites, et correspondent par conséquent à des vibrations vingt millions de fois plus rapides. Dans ces derniers temps, M. Langley a constaté l'existence de longueurs d'ondulation atteignant 30 millièmes de millimètre. L'abîme est encore large entre les longueurs d'ondulation de M. Hertz et celles de M. Langley, puisqu'elles sont dans le rapport de 300000 à 1; mais il n'est pas téméraire d'espérer qu'il sera bientôt comblé et que nous pourrons voir les oscillations élastiques produire directement de la lumière et les vibrations lumineuses de l'électricité.

SUR LES RAYONS DE FORCE ÉLECTRIQUE;

PAR M. HERTZ (¹).

Dès que j'eus réussi à montrer que les oscillations électriques produisent des actions qui se transmettent dans l'air sous forme d'ondes, j'essayai d'obtenir des effets plus marqués et sensibles à de plus grandes distances, en plaçant le conducteur rectiligne qui fournissait ces oscillations sur la ligne focale d'un cylindre parabolique faisant fonction de miroir concave de grandes dimensions. L'essai ne réussit pas et la cause en était simple : les dimensions du miroir n'étaient point en rapport avec la longueur d'onde employée, laquelle était de 4^m à 5^m. Ayant reconnu plus tard que je pouvais reproduire les mêmes phénomènes avec des oscillations au moins dix fois plus rapides et par suite avec des ondes dix fois plus courtes, j'ai repris l'expérience du miroir, laquelle a alors réussi au delà de mes espérances. J'ai pu produire de véritables rayons de force électrique et répéter avec eux les expériences fondamentales auxquelles donnent lieu les rayons lumineux ou calorifiques. C'est de ces expériences que je me propose de rendre compte.

Les appareils. — Le moyen employé pour obtenir des ondes très courtes est toujours le même. Je définirai en deux mots le nouvel excitateur, en disant que c'est un cylindre de laiton de 3^{cm} de diamètre et de 26^{cm} de longueur, lequel est coupé en son milieu pour le passage de l'étincelle. Les deux parties en regard sont terminées par des surfaces sphériques de 2^{cm} de rayon. La longueur du conducteur ne peut différer beaucoup de la demi-longueur des ondes que ses oscillations développent dans un fil rectiligne : c'est une première indication sur la durée de l'oscillation. Il est essentiel que les surfaces terminales entre lesquelles

---

(¹) *Sitzungsberichte der K. P. Akad. der Wissenschaften zu Berlin*, t. L, p. 1297; 1888.

L'article précédent était imprimé quand nous avons reçu le dernier Mémoire de M. Hertz dont nous donnons ici la traduction complète. J. J.

éclate l'étincelle soient très souvent polies à nouveau ; il faut aussi avoir bien soin de les soustraire à l'éclairement d'étincelles voisines : autrement les oscillations ne se produisent pas ([1]). On reconnaît du reste facilement si tout marche bien, à l'aspect et au bruit de l'étincelle.

Les deux moitiés de l'excitateur sont reliées aux pôles de la bobine par deux gros fils de cuivre recouverts de gutta-percha ; ils viennent s'attacher tout près de l'interruption. Au lieu de la grosse bobine de Ruhmkorff des expériences précédentes, j'ai employé avec avantage un petit appareil à étincelles de Keiser et Schmidt, donnant au maximum des étincelles de 4^{cm} à 5^{cm} entre deux pointes. Il était excité par trois accumulateurs et pouvait donner, entre les deux surfaces sphériques de l'excitateur, des étincelles de 1^{cm} à 2^{cm}. Dans les expériences on réduisait la distance explosive à 3^{mm}.

Le mode d'exploration employé est toujours la production de petites étincelles dans un conducteur secondaire. J'employais souvent, comme dans mes premières expériences, un cercle presque fermé sur lui-même et ayant à peu près la même durée d'oscillation propre que l'excitateur. Il n'avait dans le cas actuel que $7^{cm},5$ de diamètre. C'était un fil de cuivre de 1^{mm} : l'une des extrémités était terminée par une petite sphère de laiton polie de quelques millimètres de diamètre ; l'autre portait une pointe qu'une vis isolée permettait d'amener à une distance voulue de la boule. On n'obtient jamais que des étincelles de quelques centièmes de millimètre de longueur, et le plus souvent il faut, pour juger de l'intensité de l'action, s'en rapporter à l'éclat des étincelles plutôt qu'à leur longueur.

Le résonateur circulaire ne donne jamais que la différence de deux actions et n'a pas une forme qui permette de le placer sur la ligne focale du miroir concave. Aussi me suis-je servi le plus

---

([1]) Dans le cours de ses recherches, M. Hertz a observé une influence très curieuse de l'étincelle électrique sur une étincelle voisine (*Ann. de Wiedemann*, t. XXXI, p. 983, et t. XXXIV, p. 169).

La lumière qui émane d'une étincelle, ou mieux la partie violette de cette lumière, tombant sur les boules d'un excitateur voisin, favorise la production de l'étincelle entre les boules de cet excitateur, mais elle met obstacle à la production des oscillations qui lui sont propres. J. J.

souvent, dans les expériences actuelles, d'un conducteur disposé comme il suit : deux fils rectilignes, de 5^{mm} de diamètre et de 50^{cm} de longueur, sont placés en prolongement l'un de l'autre avec une distance de 5^{cm} entre leurs extrémités en regard. De ces deux extrémités partent deux fils de 1^{mm} de diamètre et de 15^{cm} de longueur, perpendiculaires aux premiers et parallèles entre eux et qui se terminent par un micromètre à étincelles disposé comme celui du résonateur circulaire. Avec cette disposition on se prive à peu près complètement des effets de résonance. On aurait pu laisser l'interruption sur l'axe même du fil; mais, quand l'appareil aurait été placé sur l'axe du miroir, on n'aurait pu observer l'étincelle qu'en masquant une partie de la surface. La disposition adoptée m'a paru la plus avantageuse.

Production du rayon. — En se plaçant dans une grande salle, on peut, avec le nouvel excitateur et le résonateur circulaire, répéter, mais à une échelle moindre, les expériences des Mémoires précédents. La plus grande distance à laquelle les étincelles sont encore perceptibles est de $1^{m},5$ ou 2^{m} dans des conditions exceptionnelles. L'action est augmentée quand, de l'autre côté de l'excitateur par rapport à l'observateur, on place, à une distance convenable et parallèlement aux oscillations, un plan conducteur. A une distance très petite et à une distance un peu supérieure à 30^{cm} l'action du plan est plutôt nuisible; mais elle a un effet favorable très marqué à une distance de 8^{cm} à 15^{cm}; marqué encore, mais beaucoup moins, à 45^{cm}; au delà il n'y a plus d'effet sensible. Ce fait a été expliqué antérieurement; dans le cas actuel, il montre que la demi-longueur d'onde qui correspond aux vibrations de l'excitateur est d'environ 30^{cm} dans l'air. On aura évidemment un renforcement plus marqué quand on remplacera la paroi plane par un miroir concave ayant la forme d'un cylindre parabolique et qu'on fera coïncider l'axe de l'excitateur avec la ligne focale. Pour obtenir une concentration énergique, il faut prendre la distance focale aussi petite que possible; d'autre part, il ne faut pas que les ondes directes nuisent à l'action des ondes réfléchies; pour cela il faut, comme on vient de le voir, que la distance focale ne soit guère inférieure au quart de la longueur d'onde. J'ai adopté $12^{cm},5$ pour la distance focale. Le miroir a été fait d'une feuille de

zinc d'un demi-millimètre d'épaisseur, formant un carré de 2^{m} de côté et qu'on a cintrée sur un châssis en bois qui avait la courbure voulue. Le miroir avait 2^{m} de hauteur, $1^{m},2$ d'ouverture et $0^{m},7$ de flèche. L'excitateur était fixé au milieu de la ligne focale. Les fils de charge traversaient le miroir; la bobine et la pile étaient derrière, ce qui évitait tout embarras. En explorant avec le résonateur l'état du milieu dans le voisinage, on ne constate aucune action ni derrière le miroir, ni sur les côtés; mais, dans la direction de l'axe optique, les étincelles restent visibles jusqu'à une distance de 5^{m} à 6^{m}. A une distance plus grande, à 9^{m} ou 10^{m} par exemple, elles sont encore perceptibles dans le voisinage d'une paroi conductrice perpendiculaire à l'axe. On trouve aussi qu'en certains points les ondes réfléchies renforcent les ondes incidentes; dans d'autres, qu'elles les affaiblissent. Le résonateur rectiligne met en évidence d'une façon très nette, en avant du plan, les maxima et les minima qui caractérisent les ondes stationnaires. J'ai pu constater l'existence d'un premier nœud sur la surface même; les autres étaient à des distances de 33^{cm}, 65^{cm} et 98^{cm}. On déduit de là, avec une grande approximation, que la demi-longueur d'onde est de 33^{cm} et la durée d'oscillation correspondante de 1,1 billionième de seconde, étant admis que la vitesse de propagation est celle de la lumière. Dans un fil, la même oscillation donne une onde de 29^{cm}. Ici encore, la vitesse de propagation dans un fil est plus petite que dans l'air; mais le rapport des deux vitesses diffère moins de l'unité que dans les premières expériences où la période était plus longue. C'est un résultat remarquable et qui mérite attention.

L'action n'étant sensible que dans le voisinage de l'axe optique, son champ peut être considéré comme un *rayon électrique* émanant du miroir concave.

Prenons maintenant un second miroir concave identique au premier et plaçons sur la ligne focale les deux fils de 50^{cm} du résonateur rectiligne, les deux fils auxiliaires qui vont au micromètre traversant la paroi tout en restant isolés. Le micromètre se trouve ainsi derrière le miroir et l'on peut observer l'étincelle tout à son aise, sans masquer le miroir. Je m'attendais, en recevant le rayon sur le second miroir, à observer les phénomènes à des distances beaucoup plus grandes : je ne m'étais pas trompé. J'ob-

tenais des étincelles, en utilisant tout l'espace dont je pouvais disposer. En faisant passer le rayon par une porte, je pouvais aller jusqu'à 16^m; les résultats obtenus montrent qu'on aurait encore des étincelles sensibles à des distances de plus de 20^m. Pour les recherches que j'avais en vue, ces grandes distances n'étaient pas nécessaires; d'ailleurs, il y a avantage à opérer avec des étincelles qui ne soient pas trop faibles. Dans le cas actuel, la distance la plus convenable est de 6^m à 10^m. Voici maintenant les expériences très simples qu'on peut faire avec le rayon. A moins d'indication contraire, les lignes focales des deux miroirs sont toujours verticales.

Propagation rectiligne. — Supposons les axes optiques des deux miroirs en coïncidence. On interpose perpendiculairement à l'axe commun une feuille de zinc de 2^m de haut et de 1^m de large : l'étincelle disparaît. Même effet avec un cadre recouvert d'une feuille d'étain ou de papier doré. L'étincelle disparaît également quand un aide se place sur le trajet du rayon et elle reparaît sitôt qu'il s'en écarte. Les corps isolants, au contraire, ne produisent aucun effet. Le rayon traverse parfaitement une planche de bois, une porte; et ce n'est pas sans étonnement qu'on voit les étincelles continuer à se produire dans la pièce voisine après qu'on a fermé la porte. Deux écrans métalliques de 2^m de haut sur 1^m de large, placés symétriquement à gauche et à droite du rayon, n'ont aucun effet sur l'étincelle, tant que leur distance est supérieure à $1^m,2$; mais, dès que l'intervalle devient plus étroit, les étincelles diminuent; elles disparaissent complètement quand l'intervalle est moindre que 50^{cm}. Si on laisse à la fente la largeur de $1^m,2$, mais qu'on la déplace latéralement dans un sens perpendiculaire au rayon, on fait également disparaître l'étincelle.

Enfin, quand on déplace seulement de 10° à droite ou à gauche l'axe de l'un des miroirs, l'étincelle devient très faible et elle disparaît complètement quand la déviation est de 15°. Le rayon a donc un contour parfaitement arrêté; il n'en est pas de même des ombres; on constate des phénomènes évidents de diffraction. Cependant je n'ai pu encore constater l'existence de maxima et de minima à la limite de l'ombre.

Polarisation. — Notre rayon est constitué par des vibrations transversales; comme on dit en Optique, il est polarisé rectilignement; c'est ce qui résulte d'une manière indiscutable de la façon dont il est produit. Mais nous pouvons vérifier le fait expérimentalement. Faisons tourner le miroir récepteur autour du rayon comme axe, jusqu'à ce que la ligne focale et l'axe du résonateur prennent la position horizontale : l'étincelle va en diminuant à mesure que l'inclinaison augmente et cesse complètement quand les deux lignes focales sont en croix, alors même que les deux miroirs sont très voisins. Ils agissent alors, l'un comme le polariseur, l'autre comme l'analyseur d'un appareil de polarisation.

En tendant sur un cadre en bois de 2^{mq} une série de fils de cuivre parallèles entre eux, j'ai construit une espèce de réseau; les fils avaient 1^{mm} et étaient distants de 3^{cm}. Les deux lignes focales étant parallèles, on place le cadre perpendiculairement au rayon. Si les fils sont perpendiculaires aux lignes focales, l'effet sur l'étincelle est nul. Si, au contraire, les fils sont parallèles aux lignes focales, le rayon est complètement intercepté. Au point de vue de la transmission de l'énergie, le réseau se comporte vis-à-vis de notre rayon, comme une tourmaline par rapport à un rayon lumineux polarisé rectilignement. Plaçons horizontalement la ligne focale du second miroir : l'étincelle ne se produit pas quand les fils sont horizontaux ou verticaux; mais, si on les incline, dans un sens ou dans l'autre, à 45°, on la fait reparaître.

Il est évident que le réseau décompose la vibration incidente en deux autres et laisse seulement passer celle des deux composantes qui est perpendiculaire à la direction des fils; cette composante, qui fait un angle de 45° avec la ligne focale du miroir, se décompose elle-même en deux autres dont l'une seulement contribue à la production de l'étincelle. C'est tout à fait l'analogue de l'expérience qui consiste à faire reparaître la lumière dans le champ de deux nicols croisés, en interposant une tourmaline sous une orientation convenable.

J'ajouterai encore quelques remarques au sujet de la polarisation.

Le procédé d'exploration que nous employons ne nous fait connaître que la force électrique totale. Quand l'axe de l'excitateur est

vertical, les oscillations de la force électrique s'effectuent nécessairement dans le plan vertical du rayon; il n'y a rien dans le plan horizontal. D'après ce que nous savons des courants à oscillations lentes, nous devons supposer que les oscillations électriques sont accompagnées d'oscillations de la force magnétique, ces dernières s'effectuant dans le plan horizontal et ne donnant rien dans le plan vertical. La polarisation du rayon n'est donc pas caractérisée seulement par le fait qu'il n'existe de vibrations que dans le plan vertical, mais par cette double condition que les vibrations qui s'exécutent dans le plan vertical sont de nature électrique et celles qui s'exécutent dans le plan horizontal de nature magnétique. Si donc l'on demande simplement quel est le plan de vibration du rayon, sans dire s'il s'agit de vibrations électriques ou magnétiques, la question n'a pas de réponse. Ces considérations expliquent pourquoi toutes les controverses qui ont été soulevées à propos de ce problème d'Optique sont restées sans résultat. C'est du reste ce qui a été établi d'une manière très claire par M. Kolacek dans un Mémoire récent ([1]).

Réflexion. — Nous avons déjà mis en évidence le phénomène de la réflexion en constatant l'interférence des ondes directes avec les ondes réfléchies et nous l'avons utilisé dans la construction de nos miroirs. Dans ces deux cas l'onde réfléchie se superpose à l'onde directe; rien n'est plus facile que de séparer l'un de l'autre les deux systèmes d'ondes.

Au milieu de la salle, je place côte à côte les deux miroirs, en tournant leurs ouvertures du même côté et de telle manière que leurs axes optiques se coupent à une distance de 3^m. Naturellement l'excitateur ne donne rien dans le miroir récepteur; mais si, à l'intersection des deux axes et perpendiculairement à la bissectrice de leur angle, on place un plan vertical constitué par une feuille carrée de zinc de 2^m de côté, on obtient un flux nourri d'étincelles, par suite de la réflexion du rayon sur le miroir plan. Les étincelles disparaissent dès qu'on fait tourner le plan autour d'un axe vertical, dans un sens ou dans l'autre, seulement d'une

([1]) F. Kolacek, *Ann. Wied.*, t. XXXIV, p. 676.

quinzaine de degrés. Il s'agit donc bien d'une réflexion régulière et non d'une diffusion.

Si l'on éloigne le plan et qu'en même temps on déplace un des miroirs, de manière que le plan passe toujours par l'intersection des deux axes, les étincelles ne diminuent que très lentement. On les voit encore très bien à une distance de 10^m, alors que les ondes ont parcouru une distance de 20^m.

Cette disposition pourrait être employée avec avantage, si l'on avait à comparer la vitesse de propagation dans l'air à une vitesse de propagation moindre, dans un fil par exemple.

Pour étudier la réflexion en dehors de l'incidence normale, j'ai disposé le rayon parallèlement à un des murs de la salle, lequel présentait une baie fermée par une porte à deux vantaux. Le miroir récepteur était placé dans la pièce à laquelle cette porte donnait accès; il était tourné de manière que son axe passât par le milieu de la porte et fût perpendiculaire au rayon. Au point de croisement était dressé verticalement le plan conducteur, faisant un angle de 45° avec les deux directions. Le résonateur donne des étincelles qui continuent après qu'on a fermé la porte. Il suffit de tourner le miroir de 10° pour les faire disparaître. La réflexion est donc régulière et l'angle d'incidence égal à l'angle de réflexion.

Pour vérifier que la propagation est bien rectiligne et que l'action se transmet en ligne droite de l'excitateur au miroir et de celui-ci au résonateur, il suffit de vérifier que l'interposition d'un écran sur cette direction supprime les étincelles et qu'elle n'a aucun effet dans toute autre position.

Le résonateur circulaire, qui permet de déterminer en chaque point la direction du plan de l'onde, montre que celui-ci est perpendiculaire au rayon après comme avant la réflexion et, par suite, que la réflexion lui fait subir une rotation de 90°.

Jusqu'ici les lignes focales des deux miroirs étaient verticales et, par suite, le plan d'oscillation perpendiculaire au plan d'incidence. Pour rendre le plan d'oscillation parallèle au plan d'incidence et observer la réflexion dans ce cas, il suffit de faire tourner les deux miroirs de manière que les lignes focales soient horizontales. Rien ne paraît changé dans le phénomène et je n'ai pu constater aucune différence dans l'intensité du rayon réfléchi dans les deux cas. Si on laisse l'une des lignes focales verticale, l'autre étant

horizontale, on n'a aucune étincelle. Ainsi, quand le plan de vibration est perpendiculaire ou parallèle au plan d'incidence, sa direction n'est pas modifiée par la réflexion. Il est probable qu'il n'en est pas de même pour les autres inclinaisons ; on peut même prévoir que le rayon réfléchi n'est plus polarisé rectilignement. Les interférences auxquelles donnent lieu les deux systèmes d'ondes qui se croisent en avant du miroir et qui peuvent être mises en évidence par les phénomènes caractéristiques qu'elles produisent dans le résonateur circulaire, fourniront peut-être un excellent moyen de résoudre quelques problèmes, intéressants pour l'Optique, sur les changements apportés par la réflexion dans l'amplitude et dans la phase.

Nous mentionnerons encore quelques expériences relatives à la réflexion sur une surface anisotrope au point de vue électrique. Les deux miroirs sont placés côte à côte comme dans la première expérience de réflexion, mais on emploie comme plan réflecteur le réseau de fils parallèles dont il a été question plus haut. L'étincelle disparaît quand les fils sont perpendiculaires à la direction de l'oscillation ; elle apparaît, au contraire, quand les fils sont parallèles aux oscillations. L'analogie entre notre surface transparente dans une seule direction et la tourmaline n'existe que pour la partie transmise du rayon : la tourmaline absorbe la partie qui ne passe pas, notre surface la réfléchit. Si l'on met en croix les lignes focales des deux miroirs, on n'obtient aucune étincelle par la réflexion du rayon sur une surface isotrope ; mais j'ai pu en obtenir avec la surface anisotrope en la tournant de manière que les fils fissent un angle de 45° avec les lignes focales. Ce résultat s'explique facilement par ce qui précède.

Réfraction. — Pour voir si le rayon se réfracte en passant de l'air dans un milieu isolant, je me suis servi d'un grand prisme en asphalte. Le prisme avait une hauteur de 1^m,5 et sa base, en forme de triangle isoscèle, avait 1^m,2 de côté et un angle au sommet de 30°. Comme il pesait environ 12 quintaux et que son maniement eût été trop difficile, on l'avait composé de trois parties superposées de 0^m,50 de hauteur.

La masse avait été coulée dans des caisses en bois et y avait été laissée, le bois n'ayant par lui-même aucune influence. Le prisme

était placé verticalement et à une hauteur telle, que son milieu était dans un même plan horizontal avec les étincelles de deux appareils. Après avoir constaté que la réfraction avait effectivement lieu et pris une idée de sa grandeur, j'ai disposé l'expérience de la manière suivante : le premier miroir est placé à $2^m,6$ de la première face du prisme, de telle manière que l'axe du faisceau aille passer par le centre de gravité, en faisant avec la face d'entrée un angle de 65°. Deux écrans conducteurs, l'un du côté de l'arête, l'autre du côté de la base, enlèvent au rayon tout autre passage qu'à travers le prisme. Du côté du rayon émergent, on avait tracé sur le sol une circonférence de $2^m,5$ de rayon ayant pour centre le centre de gravité de la base. Le second miroir peut être déplacé le long de cette circonférence, sans que l'axe cesse de passer par le centre.

Le miroir était d'abord placé dans le prolongement du rayon incident; on n'avait pas trace d'étincelle et le prisme formait un écran absolu. L'étincelle commençait à apparaître pour une déviation de 11°, et elle allait en augmentant jusqu'à 22°, pour décroître ensuite. Elle disparaissait complètement quand la déviation atteignait 34°. Quand le miroir était dans la direction du maximum, on pouvait l'écarter dans la direction du rayon jusqu'à une distance de 5^m à 6^m sans voir disparaître l'étincelle. Elle disparaissait infailliblement quand on se plaçait sur le trajet, soit en avant, soit en arrière du prisme, ce qui prouve bien que la transmission se fait par le prisme et non par une autre voie. On recommença l'expérience en laissant le prisme dans sa position première, mais en plaçant horizontalement les deux lignes focales. On ne put observer aucun changement. Un angle au sommet de 30° et une déviation minimum égale à 22°, donnent pour l'indice le nombre 1,69. L'indice optique pour les substances de cette nature est compris entre 1,5 et 1,6. L'expérience n'est pas assez précise, ni la matière du prisme assez pure, pour qu'il y ait lieu de tirer aucune déduction de la comparaison de ces nombres.

Dans les phénomènes que nous venons d'étudier, nous avons vu des rayons de force électrique; peut-être aurions-nous pu tout aussi bien y voir des rayons lumineux à grande longueur d'ondulation. Pour moi, les faits observés me paraissent mettre absolument hors de doute l'identité de la lumière, de la chaleur rayon-

nante et des mouvements électrodynamiques. Je crois que l'idée de cette identité conduira à des conséquences aussi profitables pour la théorie de l'Optique que pour celle de l'électricité.

W.-E. SUMPNER. — The variation of the coefficients of induction (Sur la variation des coefficients d'induction); *Philosophical Magazine*, t. XXV, p. 453; 1888.

D'après l'auteur, on peut définir le coefficient de self-induction d'après l'une des équations suivantes :

$$e = L_1 \frac{dI}{dt}, \qquad e = \frac{dL_2 I}{dt}, \qquad W = \frac{1}{2} L_3 I^2.$$

Dans ces équations, L est le coefficient de self-induction, e la force électromotrice due à la self-induction, W l'énergie électrique de la bobine parcourue par le courant I.

On voit immédiatement qu'on a la relation

$$L_1 = L_2 + I \frac{dL_2}{dI},$$

ce qui montre que L_1 est plus grand que L_2, lorsque L_2 augmente avec I.

Le flux de force est $\Phi = L_2 I$; la force magnétisante H est proportionnelle à l'intensité de courant I et l'induction magnétique B est proportionnelle au flux de force Φ. Comme on a d'ailleurs $B = \mu H$, on voit que le coefficient de self-induction L_2 est proportionnel à la valeur de la perméabilité magnétique μ qui correspond à la force magnétisante provenant de l'intensité de courant I.

Lorsqu'on connaît la relation qui existe entre l'induction magnétique B et la force magnétisante H ou, ce qui revient au même, entre le flux de force Φ et l'intensité de courant I, on peut en déduire les valeurs des coefficients d'induction L_1, L_2 et L_3.

Si l'on représente cette relation par une courbe Ok, on aura, pour le point P_1,

$$L_2 = \operatorname{tang} P_1 OC,$$

$P_1 Q_1$ étant la tangente au point P_1 à la courbe Ok. Quant à L_1

et L_3, l'auteur indique pour les déterminer au moyen de la même courbe des constructions graphiques que le lecteur suppléera facilement.

On trouve le coefficient L_2 en déterminant le coefficient de self-induction d'après la méthode de Maxwell, puisque la quantité d'électricité déchargée à travers le galvanomètre est proportionnelle au nombre de lignes de force dues au courant I; tandis que la déviation permanente due au petit dérangement de l'équilibre de force est proportionnel au courant I. La méthode donne le rapport de Φ à I, c'est-à-dire L_2. M. Ayrton a généralisé cette méthode en opérant entre des intensités assez rapprochées I_1 et I_2 : il est évident qu'à la limite on obtiendrait le coefficient I_1.

Pour mesurer le coefficient de self-induction relatif à de faibles courants, M. Sumpner s'est servi de la méthode de Maxwell : il a trouvé ainsi qu'entre les limites d'intensité de $\frac{1}{20}$ et $\frac{1}{10}$ d'ampère, la courbe d'aimantation affecte sensiblement la forme d'une parabole pour la bobine et le noyau qu'il a employés. Pour des forces magnétisantes, encore plus faibles, l'auteur s'est servi d'une modification de la méthode proposée par Maxwell; elle consiste à comparer la capacité électromagnétique de la bobine à la capacité électrostatique d'un condensateur; mais, au lieu de la méthode de réduction à zéro employée par Maxwell, l'auteur fait deux lectures successives, la deuxième en détachant le condensateur, ce qui ne nécessite pas les réglages successifs de la méthode absolue.

Il a trouvé, par cette dernière méthode, des valeurs un peu plus faibles ($L_2 = 0,0634$ pour $I = 0^{amp},107$ par la première méthode et $L_2 = 0,0577$ pour $I = 0^{amp},110$ par la seconde méthode); l'auteur attribue cette différence à une évaluation un peu erronée de la force électromotrice des piles employées, ou à une altération de l'état du fer.

L'auteur a fait en outre quelques déterminations, l'armature étant attachée à l'électro-aimant : le circuit magnétique se trouve ainsi fermé et l'on peut faire des évaluations de valeur absolue. Il a constaté que l'état de magnétisme dépend en majeure partie de l'état par lequel le fer a passé.

Une autre partie du travail est consacrée à la mesure des coefficients de self-induction lorsque le courant excitateur est intense. M. Sumpner a mesuré, en collaboration avec M. Walney, le coeffi-

cient de self-induction de l'anneau d'une machine Gramme type A; la méthode employée était celle de Maxwell; les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Intensité du courant dans les électro-aimants.	Coefficient de self-induction 10^9 cm.
amp 0,0	0,0218
6,1	0,0179
15,1	0,0135
24,0	0,0122
29,0	0,0187

Pour ce qui concerne la mesure du coefficient de self-induction des électro-aimants d'une dynamo, elle présente, d'après M. Sumpner, plusieurs difficultés. S'il s'agit de forts courants, les résistances doivent être faibles; autrement on perdra une grande partie de l'énergie, à moins que l'on n'ait à sa disposition des forces électromotrices très élevées. D'un autre côté, la self-induction qu'on mesure est très considérable : le temps que le magnétisme met à atteindre sa valeur définitive sera assez long; donc, si l'on n'a pas à sa disposition un galvanomètre balistique suffisant, il ne sera pas facile d'obtenir L en valeur absolue.

Quelques expériences furent entreprises pour déterminer la variation du coefficient de self-induction des électro-aimants d'une dynamo Ferranti. La méthode employée était une modification de celle de Maxwell. Avec un courant de forte intensité, le coefficient était supérieur à 0,6. La constante $\frac{L}{R}$ était donc généralement supérieure à $\frac{1}{10}$ de seconde et la décharge ne pouvait pas être considérée comme étant effectuée complètement en moins d'une seconde. Dans ces circonstances il est probable qu'aucun galvanomètre balistique n'aurait pu donner des résultats assez exacts pour des mesures en valeurs absolues. Comme cependant le seul galvanomètre qu'on puisse employer avec des dynamos est celui du genre d'Arsonval, ayant une courte période d'oscillation et un grand décrément logarithmique, même à circuit ouvert, il a fallu abandonner l'espoir d'effectuer d'autres mesures que les mesures comparatives. Quant à la graduation du galvanomètre balistique, on peut

toujours y arriver par les décharges d'un condensateur chargé à un potentiel connu.

Dans les expériences effectuées sur les inducteurs d'une dynamo, on s'est servi d'une batterie d'accumulateurs fournissant une force électromotrice de 100 volts; le pont était équilibré pour le courant continu. On faisait varier le courant entre les limites I_1 et I_2 par la suppression et l'introduction brusque de résistances dans le circuit des accumulateurs. On a ainsi

$$L_1 = K\frac{Q}{I_1 - I_2} \qquad \text{et} \qquad Q = k\theta,$$

Q étant la quantité d'électricité produite par la décharge, K une constante dépendant des résistances, θ l'élongation du galvanomètre et k un facteur qui ne dépend pas seulement du galvanomètre, mais encore de la self-induction et de la résistance des branches du pont.

On a constaté ainsi que le coefficient de self-induction passe par un maximum, qui est bien accusé pour des courants allant en augmentant, mais moins net pour des courants diminuant. La forme de la courbe représentant l'induction magnétique en fonction de la force magnétisante faisait prévoir ce résultat.

L'auteur a effectué en outre un certain nombre d'expériences pour constater de quelle façon le coefficient de self-induction varie avec les différents cycles qu'on fait parcourir à la force magnétisante. Les recherches de M. Ewing, relatives à ce sujet, faisaient prévoir la plupart des résultats obtenus.

Dans la dernière partie de son travail, M. Sumpner indique une méthode graphique pour construire la forme des courants variables. Le problème dépend de l'équation connue

$$RI + \frac{dN}{d\tau} = E,$$

N étant le nombre de lignes de force enfermées par le circuit. En négligeant les courants de Foucault ou d'autres causes qui feraient dépendre N directement du temps, on peut écrire

$$\frac{dN}{d\tau} = \frac{dN}{dt}\frac{dI}{dt} - L_1\frac{dI}{dt}.$$

Si l'on fait $I_0 = \frac{E}{R}$, $P = \frac{L}{R}$, il vient

$$\frac{dI}{d\tau} = \frac{I_0 - I}{T}.$$

L'auteur a construit les courbes provenant des courants alternatifs fournis par une machine de Ferranti et ayant traversé un transformateur. Ces courbes n'affectaient pas rigoureusement la forme sinusoïdale; mais elles ne s'en écartaient cependant pas autant qu'on aurait pu le supposer; cela tient principalement à ce que le fer dans un transformateur est toujours loin du point de saturation.

A la fin de son travail, M. Sumpner fait une remarque relative à la décharge d'un condensateur à travers un conducteur affecté de self-induction; l'effet de la self-induction est de diminuer la durée de la décharge. Comme l'effet de la foudre résulte de la décharge d'un condensateur, l'emploi d'un paratonnerre affecté de self-induction paraît donc devoir être plutôt favorable, ce qui coïncide avec les conclusions de M. Lodge, qui a trouvé expérimentalement qu'un conducteur en fer convient mieux qu'un conducteur en cuivre, lorsqu'il s'agit de décharge électrique à très hautes tensions.

Comme on a pu le voir, ce travail est en grande partie, nous avons la satisfaction de le constater, la reproduction des mesures que nous avons effectuées sur le coefficient de self-induction.

Nous avons publié ici même (¹) les valeurs des coefficients de self-induction de l'anneau de la machine Gramme type d'atelier, pour différentes valeurs du courant circulant dans l'anneau.

Quant à la mesure des coefficients de self-induction de forts électro-aimants, M. Sumpner dit qu'on ne peut obtenir que des valeurs relatives. Nous croyons au contraire qu'on arrive parfaitement avec un galvanomètre balistique ordinaire à mesurer exactement le coefficient de self-induction de très forts électro-aimants; mais il faut opérer par l'extra-courant de rupture, et la méthode employée par M. Sumpner, laquelle consiste à faire varier l'intensité du courant par l'introduction ou la suppression de résistances

(¹) *Voir* 2ᵉ série, t. VI, p. 327.

dans le circuit de la pile, nous paraît défectueuse, car, dans ces conditions, le rapport $\frac{L}{R}$ est toujours trop grand par rapport à la période d'oscillation du galvanomètre. P. LEDEBOER.

THE AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE.

3e série, t. XXXV, 1er semestre 1888.

C.-S. HASTINGS. — Loi de la double réfraction dans le spath d'Islande, p. 60-73.

Par des expériences très soignées, l'auteur, confirmant les résultats antérieurs de MM. Abria, Glazebrook et Kohlrausch, démontre que la construction d'Huygens, appliquée au spath d'Islande pour le rayon extraordinaire, donne des résultats parfaitement conformes à l'expérience. L'erreur relative n'atteint pas 0,00002.

J.-H. PRATT. — Expériences avec l'électromètre capillaire de Lippmann, p. 143-151.

M. Pratt emploie un électromètre à tige horizontale et à section assez large, dont la lecture peut s'effectuer à l'œil nu, et dont la sensibilité atteint $0^{dll},0004$, vers $0^{dll},2$ ou $0^{dll},3$. L'auteur constate qu'on peut remplacer le deuxième mercure par une électrode de platine de très large surface; en ce cas, la déflexion maximum correspond à $1^{dll},5$ environ.

L'électromètre construit par M. Pratt ne laisse passer de courant appréciable au galvanomètre que quand la force électromotrice introduite dans le circuit dépasse $1^{dll},22$. La capacité de cet instrument varie avec la force électromotrice employée; M. Pratt a trouvé 314 microfarads pour $0^{dll},2$; 445 microfarads pour $0^{dll},4$ et 730 microfarads pour 1 daniell; la surface du ménisque mercuriel était de $2^{mmq},572$.

H. CREW. - Période de la rotation solaire, déterminée au moyen du spectroscope, p. 151-159.

De la mesure du déplacement des raies du spectre, quand on

passe du bord oriental au bord occidental du Soleil, on peut déduire la vitesse de la rotation solaire. M. Crew a ainsi trouvé une période de rotation de $25^j,88$.

Bien que le plus grand déplacement que l'on mesure ne dépasse pas la $\frac{1}{77}$ partie de l'intervalle des deux raies D, M. Crew pense que la précision des mesures est suffisante pour que l'on puisse décider si l'atmo-sphère absorbante où se produisent les raies tourne tout d'une pièce autour de l'axe solaire, ou si la vitesse de rotation change avec la latitude. D'après M. Crew, la vitesse angulaire *croît* de l'équateur au pôle proportionnellement au facteur $1 + 0,00355\lambda$. L'observation des taches solaires montre au contraire que, dans la région où les taches se produisent, la vitesse angulaire *décroît* de l'équateur au pôle. Faut-il voir dans cette discordance la preuve d'une différence réelle entre les vitesses de rotation des diverses couches de l'atmosphère solaire? faut-il l'attribuer au défaut de précision de la méthode de M. Crew?

Notons, en tout cas, que les valeurs brutes de la constante de la rotation solaire, déduites des expériences que M. Crew considère lui-même comme satisfaisantes, diffèrent entre elles d'une quantité qui peut atteindre le quart de leur valeur moyenne.

H.-F. REID. — Théorie du bolomètre, p. 160-166.

On doit chercher à rendre maximum l'élévation de température produite par l'exposition de la lame sensible du bolomètre à une radiation donnée. A cet effet, il convient de noircir la face antérieure de la lame, de laisser brillante sa face postérieure, et de lui donner une épaisseur très faible par rapport à son diamètre.

Le galvanomètre doit avoir une résistance sensiblement égale à celle de l'une quelconque des branches du pont.

W. SHEA. — Calibrage d'un électromètre, p. 204-212.

L'électromètre étudié est du type Mascart. Quand le potentiel de l'aiguille est de 200 volts et que la différence de potentiel des quadrants ne dépasse pas 4 ou 5 volts, les indications de l'électromètre paraissent parfaitement indépendantes de la température. Il n'en est pas de même pour des potentiels plus faibles de l'aiguille. Ainsi, en portant l'aiguille à un potentiel de 40 volts et

pour une différence de potentiel des quadrants égale à 25 volts, la déviation de l'aiguille, qui n'est que de 4''1' à la température de 8°, est de 5'' à la température de 16°.

Des causes perturbatrices semblent avoir influé sur ces expériences. Elles ont été exécutées dans un laboratoire où travaillaient simultanément plusieurs personnes, et dans des conditions matérielles qui ne paraissent guère appropriées à des mesures aussi délicates.

E.-L. NICHOLS et W.-S. FRANKLIN. — Force électromotrice d'aimantation, p. 290-297.

H.-A. ROWLAND et L. BELL. — Explication de l'action de l'aimant sur l'action chimique, t. XXXVI, p. 39-47.

Nous réunissons dans une seule analyse ces deux Mémoires, dont les résultats, en partie contradictoires, se complètent mutuellement.

I. Voici d'abord les expériences réalisées par MM. Nichols et Franklin.

Deux tubes à essai communiquant entre eux contiennent chacun une électrode de fer et un même liquide capable d'attaquer le fer. Si l'on place l'un des deux tubes dans un champ magnétique puissant, l'autre hors du champ, on constate la production d'un courant en général très irrégulier soit en intensité, soit même en direction. Ces irrégularités, très importantes quand le liquide est de l'acide azotique, sont beaucoup moindres avec les dissolutions acides très faibles, les dissolutions de sels ferreux, ou de chlorhydrate d'ammoniaque.

On obtient des résultats beaucoup plus satisfaisants en remplaçant l'électrode de fer extérieure au champ par une électrode en platine, ou mieux encore en substituant au système des deux tubes à essai un couple à deux liquides placé dans le champ d'un puissant électro-aimant et dont l'une des électrodes est le fer, l'autre le platine. On compense la force électromotrice de ce couple quand l'électro-aimant est à l'état neutre, et l'on constate ainsi aisément la variation de force électromotrice du couple à l'instant où l'on anime l'électro-aimant. Dans une expérience, l'électrode de fer étant plongée dans une dissolution neutre de

sulfate ferreux, la force électromotrice du couple hors du champ était de $0^{volt},6072$ et dans le champ de $0^{volt},6361$.

Pour se rendre compte des irrégularités de la direction du courant constatées dans leurs premières expériences, les auteurs ont remplacé les électrodes de fer par deux cylindres de fer de Norvège de 1^{cm} de long et de 4^{mm} de diamètre, placés horizontalement dans le liquide actif et en communication avec le circuit extérieur. Ces cylindres étaient recouverts d'un enduit isolant, sauf une portion de leur surface, de quelques millimètres carrés d'étendue. Dans ces conditions, la direction de la force électromotrice développée dépendait à la fois de la position du cylindre et de celle des points de fer mis à nu, par rapport aux lignes de force du champ. Qnand ces points se trouvaient vers l'un des pôles développés par influence dans le cylindre de fer doux, l'électrode placée dans le champ se comportait par rapport à l'électrode extérieure comme le zinc par rapport au platine. Elle se comportait en sens inverse, quand les points mis à nu appartenaient à la région neutre. De même, quand on remplaçait l'électrode extérieure par une électrode de platine ou de charbon, la force électromotrice du couple était augmentée ou diminuée suivant que le fer mis à nu était vers les pôles ou dans la région neutre. Si les points mis à nu sont placés à une extrémité du cylindre de fer doux, le sens de la variation de la force électromotrice se renverse suivant que l'axe du cylindre est parallèle ou perpendiculaire aux lignes de force du champ.

Si les deux cylindres sont placés dans le champ, on observe des effets encore plus marqués en mettant à nu des portions des cylindres correspondant respectivement à un pôle induit et à un point neutre.

Le Tableau suivant met en évidence la variation des forces électromotrices ainsi produites avec l'intensité du champ. Elles se rapportent à un élément fer-platine à un liquide (dissolution de bichromate de potasse dans l'acide sulfurique). Les intensités du champ sont évaluées en fonction de l'intensité horizontale H du champ magnétique terrestre.

Intensité du champ.	Force électromotrice en volts.
2000 H	0,0008
3600	0,0045
5040	0,0208
7770	0,0386
8400	0,0424
12750	0,0487
16300	0,0510
19700	0,0680

II. En résumé, d'après MM. Nichols et Franklin, quand on réussit à régulariser les forces électromotrices d'aimantation, le fer aimanté se trouve négatif par rapport au fer non aimanté, c'est-à-dire plus attaquable que lui. C'est un résultat opposé à celui qu'annoncent de leur côté MM. Rowland et Bell.

Ces derniers expérimentateurs ont employé un très grand nombre de liquides, et se sont préoccupés surtout de la première impulsion galvanométrique, celle qui ne peut être attribuée qu'à une action propre du champ, quand les produits de la réaction n'interviennent pas encore pour la modifier. Le sens de cette première impulsion serait opposé à celui qu'indiquent MM. Nichols et Franklin. L'aimantation exercerait donc une action protectrice sur le fer. De nombreuses expériences faites sur des aimants terminés en pointe montrent en effet que la pointe fortement magnétique résiste mieux à l'action de tous les réactifs.

Ajoutons que MM. Nichols et Franklin attribuent eux-mêmes les résultats qu'ils ont obtenus à un effet secondaire des sels magnétiques produits par la réaction; ceux-ci sont maintenus en place par les forces magnétiques autour des pôles induits, tandis qu'ils sont attirés vers les pôles, quand c'est la région neutre qui est mise à nu. Les auteurs confirment cette manière de voir en étudiant le sens dans lequel se modifient les forces électromotrices des couples à un liquide qu'ils ont étudiés, quand on les remplace par des couples à deux liquides où le fer est baigné non plus par le liquide capable de l'attaquer, mais par le sel magnétique résultant de la réaction.

Les faits mis en lumière par MM. Nichols et Franklin paraissent acquis. D'autre part, la manière de voir de MM. Rowland et Bell n'a rien que de très vraisemblable. Elle est confirmée, dans le

cas du fer doux, par les recherches théoriques de M. Duhem ([1]).

Pratiquement, la force électromotrice, très petite, correspondant à la variation d'énergie de l'aimantation, doit être bien difficile à mettre en évidence, eu égard à l'importance des forces électromotrices secondaires mesurées par M. Nichols et des actions perturbatrices signalées par tous les expérimentateurs.

C. BARUS. — Note sur la viscosité des gaz aux températures élevées; application à la pyrométrie; p. 407-410.

Soient

θ'', η'', ζ'' la température, la viscosité et le coefficient de frottement extérieur d'un gaz;

R'' le rayon d'un tube capillaire à la température θ'';

η, ζ, R les quantités analogues à 0°.

Avec des tubes de platine de $0^{cm},0079$ de rayon, M. Barus trouve que l'on a

$$\frac{\eta''}{\eta}\,\frac{1+4\frac{\zeta}{R}}{1+4\frac{\zeta''}{R''}} = \sqrt[3]{(1+0,0036550'')^2}.$$

Cette formule est applicable à l'air dans les limites des expériences (de 442° à 1216°); pour l'hydrogène, elle s'applique jusqu'au voisinage de 1000°; au delà, le platine devient poreux pour l'hydrogène.

On pourrait substituer à la mesure directe de θ'' celles de η'' et ζ'', c'est-à-dire installer des pyromètres fondés sur l'évaluation de la vitesse d'écoulement de l'air à travers des tubes de platine incandescents.

J. WILLARD GIBBS. — Comparaison des théories élastique et électrique de la lumière au point de vue de la double réfraction et de la diffraction, p. 467-475.

L'auteur s'attache à établir, par des considérations élémentaires,

---

([1]) DUHEM, *Théorie nouvelle de l'aimantation par influence fondée sur la Thermodynamique* (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, t. III : *Thèse de doctorat de la Faculté des Sciences de Paris*, p. 102 et 118).

que la théorie électrique de la lumière conduit à des résultats conformes à ce que l'expérience a enseigné relativement à la double réfraction et à la dispersion, et qu'elle ne se heurte pas aux difficultés que soulève la théorie élastique pour l'explication des mêmes phénomènes. E. Bouty.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Wiedemann's Annalen.

T. XXXVI, n° 2; 1889.

A. Raps. — *Sur l'évaluation objective de l'intensité sonore*, p. 273.

J. v. Kowalski. — *Recherches sur la solidité du verre*, p. 307.

E. Riecke. — *Contributions à l'Hydrodynamique*, p. 322.

P. Bohl. — *La loi de l'attraction moléculaire*, p. 334.

A. Schleiermacher. — *Conductibilité calorifique de la vapeur de mercure*, p. 346.

C. Barus. — *Viscosité des gaz aux températures élevées*, p. 358.

E. Dorn. — *Évaluation de l'ohm*, p. 398.

G.-H. v. Wyss. — *Influence de l'intensité de l'aimantation sur la variation de la résistance électrique du fer*, p. 447.

A. Righi. — *Sur la force électromotrice du sélénium*, p. 464.

H. Ebert. — *Application du principe de Doppler aux molécules gazeuses incandescentes*, p. 466.

E. Lommel. — *Photométrie de la lumière diffusée*, p. 473.

B. Walter. — *Variation du pouvoir fluorescent avec la concentration*, p. 502.

B. Walter. — *Preuve de la décomposition de groupes moléculaires dans les dissolutions par des phénomènes de fluorescence et d'absorption*, p. 518.

P. Drude. — *Sur les couches superficielles*, Ire Partie, p. 532.

C. Pulfrich. — *Communication relative au réflectomètre à réflexion totale*, p. 561.

A. Ritter. — *Recherches sur la constitution des astres gazeux*, p. 566.

C.-L. Weber. — *Sur la conductibilité électrique du mercure solide*, p. 587.

F. Braun. — *Addition à mon Mémoire* Sur la solubilité, etc., p. 591.

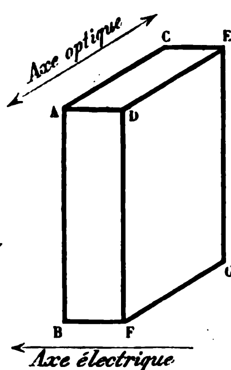
H. Ebert. — *Remarques sur le Mémoire de M. Langley*, Énergie et vision, p. 592.

DILATATION ÉLECTRIQUE DU QUARTZ;

PAR MM. J. ET P. CURIE.

La première Partie de ce travail se rapporte à des expériences déjà anciennes (1881) [1]. Au moment où elles ont été entreprises, M. Lippmann [2], dans un travail sur les applications des principes fondamentaux de la conservation de l'énergie, de la conservation de l'électricité et du principe de Carnot, montrait, en particulier, qu'avec la connaissance des phénomènes de piézo-électricité que nous avions découverts, on pouvait théoriquement prévoir la dilatation électrique de ce cristal, ainsi que la grandeur, le sens et la nature du phénomène.

Fig. 1.



Nos expériences entreprises à ce moment en ont donné la consécration expérimentale. A côté de l'intérêt particulier qu'elles peuvent avoir, elles se sont ainsi trouvées avoir l'intérêt plus général de vérifier les conséquences d'une théorie qui s'applique à un grand nombre de phénomènes.

Nous donnerons d'abord une vue d'ensemble de la nature des phénomènes.

Considérons un parallélépipède rectangle de quartz (*fig.* 1)

---

[1] *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCIII, p. 1137, et t. XCV.

[2] *Journal de Physique*, p. 387; 1881. — *Ann. de Chim. et de Phys.*, 1881.

ayant quatre arêtes, telles que AD, parallèles à l'un des axes électriques, et quatre arêtes, telles que AB, parallèles à l'axe optique.

Premier cas. — Si l'on comprime le cristal normalement aux faces ABC, DEFG, c'est-à-dire si l'on exerce l'effort dans le sens de l'axe électrique, on obtient un dégagement d'électricité sur les mêmes faces donné par la formule

$$q = \mathrm{K}f,$$

q étant le dégagement électrique, f la force et K la constante piézo-électrique.

Nous avons trouvé qu'une force de 1^{kg} dégage, par effort direct dans ces conditions, une quantité d'électricité capable de porter une sphère de $16^{\mathrm{cm}},6$ au potentiel d'un daniell, d'où l'on déduit, pour la constante piézo-électrique en unités absolues C.G.S. électrostatiques,

$$\mathrm{K} = 6,32 \times 10^{-8}.$$

K est la quantité absolue d'électricité dégagée par un effort d'une dyne sur le quartz.

A ce dégagement piézo-électrique correspond un phénomène de dilatation électrique δ dans le sens de l'axe électrique lorsque l'on établit une différence de potentiel V entre les deux faces qui lui sont normales (faces que l'on peut supposer argentées); on aura

$$\delta = \mathrm{K}v = 6,32 \times 10^{-8}\mathrm{V}.$$

δ est ici exprimé en centimètres.

On voit que la grandeur de la dilatation dans le sens de l'axe électrique est indépendante des dimensions du cristal.

Cette grandeur est du reste extrêmement petite pour les tensions dont nous disposons; pour $\mathrm{V} = 14,8$, soit 4400 volts environ, tension correspondant à 1^{mm} d'étincelle dans l'air, on a

$$\delta = 0,935 \times 10^{-6},$$

soit $0^{\mu},00935$ en microns, $\frac{1}{100}$ de micron environ.

Deuxième cas. — Si l'on comprime le cristal dans la direction de l'axe optique, c'est-à-dire normalement aux faces ADBF, CFG, aucun dégagement électrique ne prend naissance.

Réciproquement, lorsque l'on établit une tension électrique quelconque, la longueur de l'axe optique ne varie pas.

Troisième cas. — Si l'on comprime le cristal dans une direction normale aux axes optiques et électriques, c'est-à-dire normalement aux faces ADEC, BFG, un dégagement électrique se produit sur les faces ABC, DFGE normales à l'axe électrique. Le dégagement électrique est de signe contraire de celui qu'aurait donné une compression dans le sens de l'axe électrique ; il est donné par la formule

$$q = -K\frac{L}{e}f,$$

dans laquelle K est la même constante que précédemment

$$K = 6{,}32 \times 10^{-8},$$

L est la longueur AB du parallélépipède dans la direction normale aux axes optiques et électriques.

e est la longueur de la dimension AD parallèle à l'axe électrique dans le parallélépipède.

Réciproquement, lorsque l'on établit une différence de potentiel entre les deux faces ABC, DFG, normales à l'axe électrique, le cristal tend à se dilater ou à se contracter dans la direction normale aux axes optiques et électriques. Les effets sont donnés par la formule

$$\delta = -K\frac{L}{e}V = -6{,}32 \times 10^{-8}\frac{L}{e}V,$$

δ étant exprimé en centimètres et V en unités électrostatiques.

Ici le phénomène dépend de deux des dimensions du cristal et peut être considérablement amplifié en prenant une lame très mince dans le sens de l'axe électrique et très longue dans le sens normal aux axes optiques et électriques.

En résumé, lorsque l'on établit une différence de potentiel entre deux faces normales à l'axe électrique du parallélépipède de quartz, le parallélépipède se déforme ; l'axe optique conserve toujours une longueur invariable, mais les autres dimensions changent. Pour un certain sens de la tension, l'axe électrique se contracte et la direction normale aux axes optiques et électriques

se dilate. Pour une tension de sens inverse, l'axe électrique se dilate et l'autre direction se contracte.

Les phénomènes piézo-électrique et de dilatation électrique sont liés entre eux par une loi de réaction analogue à la loi de Lenz. Le sens du phénomène de dilatation est par conséquent en relation avec la forme cristalline du quartz. Le quartz se contracte suivant l'axe électrique lorsque la charge positive se trouve à l'extrémité de cet axe qui correspond à une arête du prisme hexagonal portant les facettes du ditrièdre.

Cette extrémité se charge au contraire d'électricité négative lorsque l'on comprime le cristal dans le sens de l'axe (1).

Recherches avec une presse et un manomètre piézo-électrique. — Nous avons d'abord cherché à mettre en évidence les phénomènes de dilatation dans la direction de l'axe électrique. Ces phénomènes sont extrêmement faibles, d'après ce que nous avons vu plus haut; on a, pour la dilatation δ exprimée en centimètres,

$$\delta = 6{,}32 \times 10^{-8} V;$$

pour $V = 1$, soit 300 volts environ, on a, pour δ en microns,

$$\delta = 0^{\mu},000632;$$

pour une différence de potentiel correspondant à une étincelle de 1^{mm}, $V = 14{,}8$, soit 4400 volts environ et l'on a, pour valeur correspondante de δ en microns,

$$\delta = 0^{\mu},00935,$$

c'est-à-dire environ $\frac{1}{100}$ de micron ou $\frac{1}{50}$ de longueur d'onde.

De pareilles dilatations seraient à peine visibles par la méthode des anneaux colorés et l'existence du phénomène eût été extrêmement difficile à mettre hors de doute par ce procédé. Nous avons employé une autre méthode qui peut être généralisée et

(1) Nous avons par une erreur de rédaction donné le sens inverse de celui-ci vis-à-vis des facettes du cristal dans le *Journal de Physique*, p. 245; 1882. Cette erreur ne se rencontre pas dans les publications antérieures faites par nous (*Bulletin de la Société Minéralogique*, 1880, et *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCI, p. 294).

qui donne une sensibilité extrême à toute constatation de dilatation dans un corps solide. Elle repose sur la remarque suivante : Supposons qu'un corps solide, un prisme de verre par exemple, ayant 4^{cm} de base, éprouve sous l'action d'un agent physique quelconque, une variation égale à un millionième dans sa longueur, cette quantité sera difficilement constatable par un procédé direct. Mais, si l'on s'oppose d'une manière absolue à ce que cette variation de longueur se produise en maintenant les extrémités du prisme entre deux pièces invariables, l'action de l'agent physique sera d'accroître considérablement la pression : cet accroissement atteindra en effet 1^{kg} dans l'exemple que nous avons choisi.

Un manomètre sensible, permettant dans ces conditions de mesurer les variations de pression, sera aussi extrêmement sensible à l'action de l'agent physique en question.

Comme manomètre nous employons un quartz piézo-électrique relié au point de vue électrique avec un électromètre à quadrant. Voici comment ces expériences ont été disposées :

L'appareil est une presse formée de deux plaques massives en bronze unies par trois grosses colonnes qui font corps avec l'une des plaques, traversent l'autre et sont terminées par des vis munies d'écrous. A l'aide des écrous, on serre entre les deux plaques une pile d'objets placés les uns au-dessus des autres. Ces objets sont partagés en deux systèmes distincts presque identiques entre eux (voir *fig.* 2 théorique).

Le système inférieur sert uniquement à mesurer les variations de pression ; il se compose de trois lames de quartz (a, b, c) séparées par deux feuilles métalliques que l'on met en communication avec les quadrants d'un électromètre e qui accuse l'électricité dégagée par les variations de pression subies par les lames de quartz.

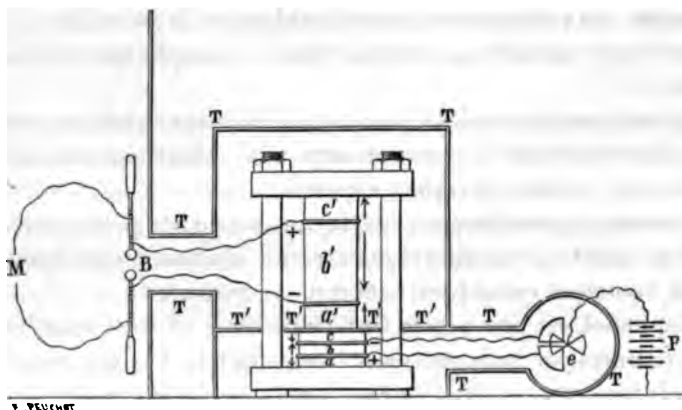
Ces trois lames sont taillées perpendiculairement à l'axe électrique ; mais la lame du milieu a été retournée et son axe est en sens inverse de celui des deux autres.

Dans ces conditions, il est facile de se rendre compte que, lors d'une variation de pression, les trois plaques concourront à charger d'électricités de signes contraires les deux feuilles métalliques intermédiaires.

Sur la figure, les flèches donnent le sens des axes des trois plaques.

Le système supérieur (a', b', c') est identique au précédent, seulement les deux plaques métalliques intermédiaires communiquent avec les deux pôles d'une machine de Holtz M. Les plaques de quartz sont aussi plus épaisses que celles du système inférieur, afin de pouvoir employer des potentiels assez élevés sans avoir d'étincelles.

Fig. 2.



Lorsque l'on élève l'une des plaques métalliques intermédiaires à un potentiel positif et l'autre à un potentiel négatif, les trois cristaux obéissant à la théorie dont nous avons parlé plus haut tendent à donner une contraction ou une dilatation du système supérieur. Ces déformations ne peuvent se produire librement lorsque la presse est serrée et il en résulte des variations de pression dans toute la colonne. Le système inférieur dégage alors de l'électricité, ce qui fait dévier l'électromètre.

Certaines précautions sont nécessaires pour mener à bien ces expériences ; il s'agit en effet de mesurer de très petites quantités d'électricité dégagées par le système inférieur en présence des tensions énormes d'une machine de Holtz, agissant sur le système supérieur ; le plus petit effet d'influence venant de la machine sur les pièces communiquant avec l'électromètre masquerait le phénomène que l'on veut étudier. Aussi les deux systèmes, celui qui sert à produire le phénomène et celui qui sert à le mesurer, sont-

ils séparés au point de vue électrique d'une façon parfaite. Ils sont chacun enfermés dans des enveloppes métalliques (T, T, T, ...) communiquant avec la terre.

Le système inférieur qui sert de manomètre est même situé complètement avec l'électromètre à l'intérieur d'une enceinte métallique. Le corps de la presse communique aussi métalliquement avec la terre.

Enfin une plaque de cuivre (T′T′T′T′) reliée à la terre se trouve pincée par son centre entre les deux systèmes de plaques de quartz, qu'elle sépare complètement au point de vue électrique. Cette plaque, plus large que la presse, n'intervient pas dans les phénomènes élastiques, parce que les colonnes la traversent sans la toucher par de larges trous ménagés à cet effet. Le raccord métallique parfait entre les colonnes et les plaques se fait à l'aide de feuilles d'étain flexibles. On peut toujours s'assurer que ces précautions sont efficaces : il suffit pour cela de faire l'expérience à blanc sans que les écrous soient serrés. Dans ces conditions, les tensions électriques établies dans le système supérieur ne doivent influencer en rien le système inférieur.

L'ensemble de l'appareil doit être parfaitement desséché. Sur la figure, P représente la pile de charge qui donne la sensibilité à l'électromètre.

Voici maintenant la marche d'une expérience :

On commence par serrer très fortement la presse, après avoir empilé au centre les pièces dont nous venons de parler. Cette pression énorme une fois établie, il se produit un tassement des pièces qui diminue la pression, et ce n'est guère qu'au bout d'une heure que, ce tassement étant complètement terminé, l'image de l'électromètre peut rester fixe au zéro.

On peut alors charger les plaques métalliques du système de lame supérieur avec la machine de Holtz. Les deux pôles de la machine sont reliés aux armatures d'une batterie de bouteilles de Leyde pour que la différence de potentiel s'établisse lentement et régulièrement. On a entre les deux pôles un micromètre à boules (B) qui permet de déduire le potentiel, au moment de la décharge, de la connaissance de la distance explosive.

Lorsqu'on fait tourner la machine, la différence de potentiel s'établit lentement, l'électromètre dévie également progressivement

et l'on note la déviation au moment où l'étincelle part entre les deux boules du micromètre. L'étincelle partie, l'image revient brusquement vers le o.

Le sens du phénomène est bien celui donné par la théorie, et les déviations de l'électromètre sont proportionnelles aux différences de potentiel de la batterie données par les distances explosives.

Voici un Tableau numérique vérifiant cette dernière conclusion :

Distances explosives en millimètres.	Déviations de l'électromètre Δ.	Différences de potentiel V.	$\frac{\Delta}{V}$.
1...........	21,5	14,8	1,45
2...........	38,7	25,6	1,51
3...........	54	36,1	1,49
4...........	69,5	45,7	1,52
5...........	84	55,1	1,52
6...........	105	65,3	1,60

Les explosions étaient obtenues entre des boules de 6^{cm} de diamètre et les nombres de la troisième colonne sont ceux donnés par M. Baille (¹).

Mais la proportionnalité des déviations au potentiel est établie suivant nous d'une façon beaucoup plus rigoureuse par ce fait que l'on ne change pas la grandeur absolue de la déviation de l'électromètre en renversant les pôles de la machine de Holtz avec une même distance explosive. Il est en effet très probable que, s'il n'y avait pas proportionnalité, il y aurait en même temps une différence d'intensité dans les effets produits par les tensions électriques de sens inverses.

Nous n'avons malheureusement pu faire aucune mesure de la grandeur réelle des phénomènes, parce que les propriétés élastiques de l'appareil nous étaient absolument inconnues. En supposant que le quartz seul se comprime et que ce corps ait le même coefficient d'élasticité que le verre, on arrive par la théorie à des nombres qui sont de l'ordre de grandeur de ceux obtenus. Cette vérification est tout à fait grossière.

(¹) Baille, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 1882.

Nous avons répété ces expériences avec succès en opérant avec des prismes de tourmaline dont les bases étaient taillées perpendiculairement à l'axe électrique.

La sensibilité de l'appareil est extrême ; elle dépend évidemment de la surface de base des cristaux employés, qui doit être aussi grande que possible, et de la hauteur de la colonne de cristaux, qui doit être aussi faible que possible. Avec des cristaux de quartz ayant 7^{cq} de surface de base et une colonne ayant une hauteur totale de $0^m,10$, la sensibilité était telle que la différence de potentiel correspondant à une distance explosive de 1^{mm} entre des boules de $0^m,06$ de diamètre donnait une déviation de $0^m,25$ de l'échelle. On pouvait apprécier dans ces conditions l'effet produit par une variation de potentiel 200 fois plus faible.

D'après la théorie, si les cristaux, au lieu de se trouver dans la presse, avaient été libres, ils se seraient seulement dilatés pour cette dernière variation de potentiel de $\frac{1}{10000}$ de micron environ.

Comme nous l'avons dit plus haut, cet appareil nous semble pouvoir être utilisé dans d'autres applications. On pourrait, par exemple, étudier avec des dilatations ou des contractions que les corps éprouvent sous l'influence du magnétisme. Il suffirait de remplacer dans la presse le système supérieur de lames de quartz par le corps que l'on voudrait étudier et de conserver toujours comme manomètre les lames inférieures communiquant avec l'électromètre [1].

Mesures des dilatations électriques à l'aide d'un levier am-

---

[1] Plusieurs personnes nous ont fait remarquer que l'on aurait pu remplacer le manomètre piézo-électrique qui nous a servi par un manomètre optique formé d'un parallélépipède de verre dont la biréfringence aurait varié sous l'influence de la pression. Cela est parfaitement exact, mais ce manomètre optique eût été incomparablement moins sensible que le manomètre piézo-électrique. En effet, d'après les travaux de Wertheim, la sensibilité du parallélépipède de verre ne dépend que de l'une des dimensions latérales, qui doit être aussi faible que possible ; on n'eût pu prendre moins de 2^{cm} pour cette dimension sans compromettre la stabilité de la colonne comprimée dans la presse.

Une différence de marche d'une longueur d'onde aurait été alors produite par une pression de 320^{kg} et, en admettant que l'on puisse évaluer $\frac{1}{100}$ de frange au compensateur de Babinet, on aurait eu un manomètre sensible à 3^{kg} près.

Le manomètre piézo-électrique était environ 600 fois plus sensible et donnait des indications pour une pression de 5^{gr}.

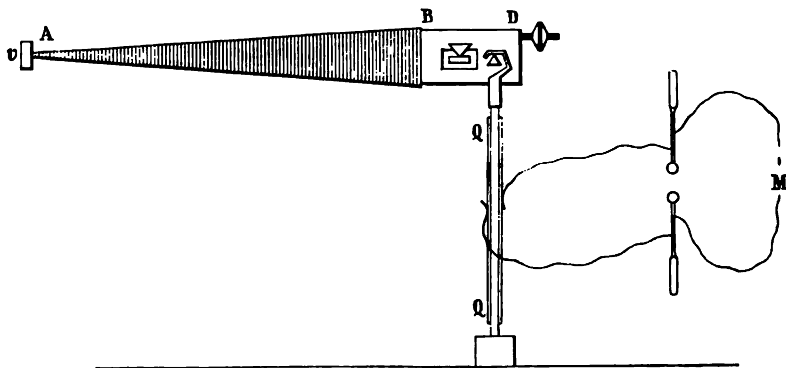
plificateur et d'un microscope. — Dans la direction normale aux axes optiques et électriques les dilatations doivent dépendre, comme nous l'avons vu plus haut, des dimensions du cristal. Elles sont données par la formule

$$\delta = K \frac{L}{e} V.$$

On voit qu'en prenant une lame longue et mince on peut espérer avoir des effets beaucoup plus sensibles que dans le cas de la dilatation dans le sens de l'axe électrique.

Pour la différence de potentiel correspondant à une distance explosive de 1^{mm} dans l'air avec $\frac{L}{e} = 100$, on aurait pour la dilatation en microns $\delta = 0{,}935$, c'est-à-dire environ 1 micron ou deux longueurs d'onde. Il est certainement possible de mesurer de pareilles dilatations. L'appareil qui nous a servi se compose essentiellement d'un levier amplificateur et d'un microscope qui sert à mesurer les déplacements de l'extrémité du levier. La lame de quartz QQ (*fig.* 3), longue et mince, recouverte de deux feuilles

Fig. 3.



d'étain, était placée verticalement et maintenue fixe à la partie inférieure. L'axe électrique est horizontal et dirigé suivant l'épaisseur de la lame, et l'axe optique, également horizontal, est perpendiculaire au plan de la figure.

A la partie supérieure est fixée une pièce en cuivre terminée par un crochet.

Le levier amplificateur ABD est formé par une pièce en ébonite BD et par une longue aiguille AB, en carton très mince, munie d'un contrefort.

Dans la pièce d'ébonite sont enchâssés deux couteaux : le premier *c* repose sur un plan fixe, comme un couteau de balance; le second, placé en sens inverse, s'appuie de bas en haut sur le crochet situé à l'extrémité de la lame de quartz.

A l'extrémité de l'aiguille est collée une lame de verre *v* sur laquelle on a fixé à la gomme une petite toile d'araignée. Le microscope, placé horizontalement, est braqué sur cette lame de verre et, quel que soit l'endroit mis au point, on trouve toujours dans la toile d'araignée des repères délicats.

Les déviations sont lues à l'aide d'un micromètre oculaire qui a été préalablement comparé avec un micromètre au $\frac{1}{100}$ de millimètre placé sous l'objectif.

La distance des arêtes des deux couteaux est de 8^{mm}. La longueur de l'aiguille a varié de 30^{cm} à 60^{cm}. Pour faire une mesure, on établit la communication des deux feuilles d'étain avec une machine de Holtz, une batterie et un micromètre à boule. On fait marcher la machine; le potentiel et le déplacement de l'aiguille se font lentement et l'on note la déviation au micromètre au moment où part l'étincelle.

Les vérifications de la théorie se font bien quant au sens et à la proportionnalité des déplacements aux potentiels; cependant cette dernière vérification est peu précise, étant donnée la petitesse de l'échelle dont on dispose avec un micromètre oculaire.

Quant aux vérifications numériques, une complication résulte des dispositions expérimentales qu'il est nécessaire de prendre pour pouvoir opérer aux potentiels élevés d'une machine de Holtz, sans que l'étincelle passe d'une face à l'autre des lames de quartz en contournant la surface. Les expériences ont porté sur trois lames différentes; les deux premières furent recouvertes d'une mince couche d'arcanson, la troisième placée entre deux lames de mica et extrêmement mince, noyée dans le baume. De plus, l'étain des trois lames n'arrivait pas tout à fait jusqu'au bord.

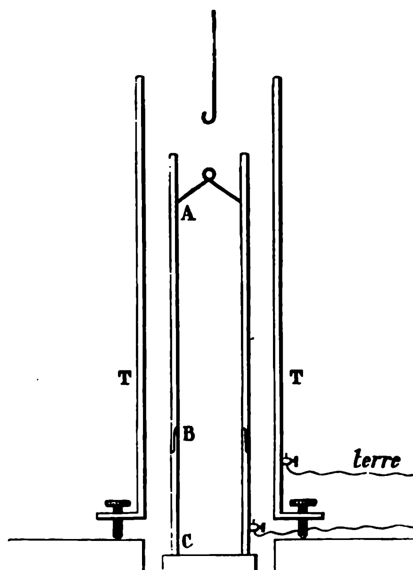
Dans ces conditions il n'est guère possible d'évaluer les pertes probables dans les effets produits et de calculer la dilatation d'après l'épaisseur de la lame, la longueur de l'étain utilisé et la valeur connue de la constante piézo-électrique.

Mais la théorie de M. Lippmann s'applique en particulier à chaque lame toute montée, et il suffit de déterminer la grandeur des phénomènes piézo-électriques de chaque lame, sans s'occuper des dimensions, pour pouvoir calculer les dilatations électriques correspondantes.

La grandeur des phénomènes piézo-électriques est déterminée en cherchant la traction nécessaire pour charger un condensateur de capacité connue au potentiel d'un daniell avec une des lames. Pour cela, la lame toute montée étant retournée le crochet en bas, on suspend directement à celui-ci les poids nécessaires pour obtenir le dégagement désiré.

Le condensateur absolu qui sert dans ces expériences est un condensateur cylindrique. Le cylindre intérieur ABC (*fig.* 4) se

Fig. 4.



compose de deux parties s'emboîtant en B l'une dans l'autre. On fait une première expérience avec les deux parties, puis une seconde en supprimant la portion supérieure, et la différence des deux mesures doit correspondre à une capacité que l'on peut calculer d'après les dimensions de la partie mobile, comme si elle faisait partie d'un cylindre indéfini.

L'erreur provenant de l'extrémité libre est la même dans les deux expériences et disparaît dans la différence.

Voici les dimensions de ce condensateur :

Longueur de la partie mobile	20,06 cm
Rayon extérieur du petit cylindre	6,603
Rayon intérieur du grand cylindre	8,070
D'où capacité calculée de la partie mobile	C = 49,99 (1)

Voici maintenant les résultats obtenus pour les trois lames de quartz :

	Lame.		
	I.	II.	III.
Longueur de l'étain utilisé approximativement	2,8 cm	4,0	4,0
Épaisseur	0,24	0,065	0,112
Traction nécessaire pour charger une capacité de 50cm à la tension d'un daniell	258gr	48,5	78,0
D'où une traction de 1 dyne dégageant une quantité absolue d'électricité égale à (2)	$7,39 \times 10^{-7}$	$39,3 \times 10^{-7}$	$22,3 \times 10^{-}$
D'où dilatation calculée pour l'unité de différence de potentiel	$7,39 \times 10^{-7}$	$39,3 \times 10^{-7}$	$22,3 \times 10^{-}$
D'où dilatation calculée en millimètres pour une différence de potentiel égale à 14,8 (3), correspondant à une étincelle de 1mm dans l'air entre boules de 6cm de diamètre	»	0,00058	0,000330
Idem, pour une différence de potentiel de 65,2 (étincelle de 6mm)	0,00048	»	»
Déplacement de l'extrémité du levier exprimée en divisions du micromètre oculaire pour tension de 1mm étincelle	»	6,70	6,70
Déplacement pour tension de 6mm	5,0	»	»
Une division du micromètre oculaire vaut en millimètres sans l'objectif	0,00413	0,00413	0,00361
Déplacement en millimètres de l'extrémité du levier	0,0206	0,0276	0,0242
Rapports des bras de levier	40,8	46,5	77,3
D'où dilatation mesurée de la lame	0,00050	0,00061	0,000313

(1) Ce même condensateur nous avait servi à déterminer la constante piézo-électrique du quartz Dans des expériences récentes, faites avec un condensateur plan à anneau de garde, beaucoup plu[s] parfait, nous avons eu la satisfaction de retrouver presque exactement le même nombre pour cett[e] constante piézo-électrique.

(2) En prenant 0,00374 pour tension absolue de 1 daniell.

(3) D'après les mesures de M. Baille (*Ann. de Chim. et de Phys.*).

On a donc

	Lames.		
	I.	II.	III.
Dilatations mesurées...............	0,00050	0,00061	0,000313
Dilatations calculées..............	0,00048	0,00058	0,000330
Différences pour 100..........	$+\frac{1}{23}$	$+\frac{1}{25}$	$-\frac{1}{19}$

Ces résultats doivent être considérés comme satisfaisants ; les différences dépassent à peine les erreurs de lecture au micromètre oculaire.

Nous avons acquis la conviction, durant cette étude, que les phénomènes piézo-électriques et de dilatation électrique doivent être classés parmi les plus réguliers et que les mesures qui s'y rapportent pourraient utilement atteindre une précision très supérieure à celles dont nous disposions avec les appareils que nous venons de décrire.

Expériences avec deux lames de quartz accolées, électromètre à bilame de quartz. — Nous sommes parvenus à rendre beaucoup plus sensibles les effets produits par les dilatations électriques en usant d'un artifice analogue à celui qui sert de base au thermomètre métallique de Bréguet.

Les effets obtenus doivent encore ici être attribués aux forces élastiques qui entrent en jeu lorsqu'on s'oppose à la libre dilatation des lames.

Deux plaques de quartz sont taillées parallèlement dans un même bloc de quartz et normalement à un axe électrique ; leur contour a la forme d'un rectangle allongé.

La largeur des plaques (petit côté du rectangle) est parallèle à l'axe optique et la longueur est normale à la fois aux axes optiques et électriques. Les deux plaques identiques entre elles sont amincies ensemble au tour d'optique jusqu'à ce qu'elles soient réduites à l'état de lames n'ayant que quelques centièmes de millimètre d'épaisseur ; puis ces lames sont collées l'une sur l'autre au baume de Canada.

On a eu soin, avant de faire cette dernière opération, de retourner une des lames face pour face, si bien que les axes électriques (dirigés suivant l'épaisseur) sont de sens inverse dans les deux lames.

On obtient ainsi une bilame dont on argente les faces extérieures.

Si l'on établit maintenant une différence de potentiel entre les deux faces argentées, l'une des lames tend à s'allonger dans le sens de sa longueur, l'autre tend à se raccourcir. Comme elles sont collées l'une sur l'autre, la bilame se courbe et la convexité se trouve du côté de la lame qui s'allonge.

Pour observer ce phénomène, nous fixons une des extrémités de la bilame et nous regardons le déplacement de l'autre à l'aide d'un microscope. Le déplacement peut encore être amplifié en fixant à cette extrémité une aiguille longue et légère.

On peut aussi observer la flexion à l'aide d'un petit miroir collé au bout de la bilame.

Avec des lames minces et longues et une tension électrique suffisante, la flexion est visible à l'œil nu.

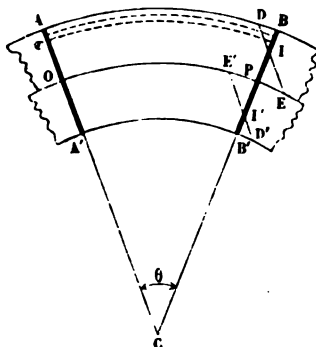
On peut encore réaliser une bilame susceptible de se courber sous les actions électriques en collant l'une contre l'autre les deux lames sans retourner l'une d'elles, mais en ayant soin d'argenter aussi les faces des lames en contact avant de les coller; on a ainsi une bilame présentant trois couches d'argent, une intérieure et deux extérieures. Ces deux dernières sont reliées entre elles et à la terre au point de vue électrique. On porte au contraire la surface argentée située entre les deux lames à un certain potentiel. Dans cette expérience les axes électriques sont de même sens dans les deux lames, mais les champs électriques auxquels elles sont soumises sont de sens inverses. L'effet est le même que précédemment : l'une des lames se dilate, l'autre se contracte et la bilame se courbe. Cette disposition est même préférable à la première; car, pour les mêmes lames et la même tension, on a deux fois plus de sensibilité.

Il est facile d'analyser ce qui se passe dans la bilame si l'on ne cherche qu'une première approximation. Désignons par L la longueur commune des deux lames de quartz. Si chacune d'elles était entièrement libre, il y aurait, lorsqu'on les place dans un champ électrique, un allongement δ de la première et une contraction δ de la seconde, si bien que les longueurs des deux lames différeraient entre elles de 2δ; mais, comme les lames ne sont pas libres, il n'en est pas ainsi et la bilame se courbe dans l'action des forces élastiques.

La *fig.* 5 représente une coupe longitudinale et normale aux faces d'une portion de la bilame AA'BB'.

Nous supposerons que, lorsque les filets parallèles à la longueur de la bilame se courbent, les sections qui leur sont normales au

Fig. 5.



début leur restent toujours normales pendant la flexion (cette condition est nécessaire si la lame est très longue par rapport à l'épaisseur).

Soient

AA' une section normale aux filets longitudinaux;
BB' une section normale infiniment voisine de la première;
l la distance comptée sur le filet médian entre les deux sections;
R le rayon de courbure de la bilame.

Si les filets longitudinaux compris entre OA et PB étaient soustraits aux forces élastiques longitudinales et libres de se contracter ou de se dilater en conservant leur courbure, et si à l'un des bouts les extrémités de ces filets étaient maintenues fixes dans le plan OA, les autres extrémités à l'autre bout viendraient toutes se placer dans un même plan DE parallèle à OA.

Les distances comptées le long de chaque filet entre BP et DE permettent de calculer pour chaque filet la grandeur de l'effort mécanique qu'il exerce pendant la flexion.

De même les filets compris entre OA' et PB' viendraient aboutir dans le plan E'D' parallèle à OA' s'ils étaient soustraits aux efforts mécaniques.

Soient I et I′ les traces des intersections des plans DE, PB d'une part et D′E′, B′P d'autre part.

Si les lignes I et I′ sont dans l'intérieur des lames, les filets venant aboutir en I et I′ n'exerceront aucun effort mécanique. Dans le cas contraire, tous les filets exerceront un certain effort longitudinal.

La portion située à gauche du plan AA′ est en équilibre sous l'action des forces élastiques normales agissant à travers le plan AA′; donc :

1° La somme des forces élastiques normales au plan AB est nulle et l'on a Σ forces élastiques sur OA = Σ forces élastiques sur OA′.

Si les points I et I′ sont à une même distance a de chaque côté de la surface OP de séparation des deux lames, il est manifeste (en supposant la flexion très faible et en négligeant les quantités du second ordre) que les filets de chacune des lames se correspondent deux à deux symétriquement et donnent des efforts égaux et de signes contraires.

Donc l'égalité ci-dessus est satisfaite dans ce cas et dans ce cas seulement.

On a donc

$$\mathrm{PI} = \mathrm{PI}' = a.$$

2° La somme des moments des forces élastiques s'exerçant sur AA′ par rapport à un axe passant par O et normale au plan de la figure doit être nulle.

Soit x la distance variable Ox d'un filet dx à la surface médiane OP. Deux tranches d'épaisseur dx, situées à des distances $+x$ et $-x$ du plan médian OP, ont des moments égaux et de même signe. Il en résulte que la somme des moments des forces élastiques correspondant à chacune des deux lames doit être nulle séparément.

Désignons par e l'épaisseur d'une des lames, par l la longueur moyenne des filets, par θ l'angle des deux plans AA′ et BB′, par E le coefficient d'élasticité du quartz dans la direction considérée, la dilatation due aux forces élastiques d'un filet par unité de longueur étant

$$\frac{\theta(x-a)}{b}.$$

On a

$$\frac{E\theta}{l}\int_0^e x(a-x)\,dx = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{ae^2}{2} - \frac{e^3}{3} = 0,$$

soit

$$a = \frac{2}{3}e.$$

Ainsi les points I et I′ sont situés dans l'intérieur des lames aux deux tiers de l'épaisseur de chacune d'elles à partir du plan de séparation.

Les tranches situées aux deux tiers de l'épaisseur de chaque lame ne sont soumises à aucune force élastique; elles ont donc leurs longueurs normales $(L+\delta)$ et $(L-\delta)$; sous l'action des champs électriques, on a

$$\frac{R-\frac{2}{3}e}{R+\frac{2}{3}e} = \frac{L-\delta}{L+\delta} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{R} = \frac{3}{2}\frac{\delta}{eK}.$$

La courbure est la même partout; on voit qu'elle est indépendante de la grandeur du coefficient d'élasticité de la substance.

Supposons que nous soyons dans le cas d'une bilame à argenture intérieure où la tension est au centre; on a

$$\delta = K\frac{L}{e}V,$$

V étant la différence de potentiel entre les deux faces de la bilame; on a donc

$$\frac{1}{R} = \frac{3}{2}\frac{KV}{e^2}.$$

La courbure totale α, c'est-à-dire l'angle dont tournerait un miroir placé à l'extrémité de la lame, lorsqu'on établit la différence de potentiel, est donnée par

$$\alpha = \frac{3}{2}K\frac{L}{e^2}V,$$

et le déplacement latéral z de l'extrémité de la lame

$$z = \frac{3}{4}K\frac{L^2}{e^2}V.$$

Enfin, si l'on ajoute une aiguille de longueur λ à l'extrémité de

la lame, cette aiguille tournera autour d'un point fixe situé à la moitié de la longueur de la lame : on aura, pour le déplacement z de l'extrémité de l'aiguille,

$$z' = \frac{\lambda + \frac{L}{2}}{\frac{L}{2}} \cdot \frac{3}{4} K \frac{L^2}{e^2} V,$$

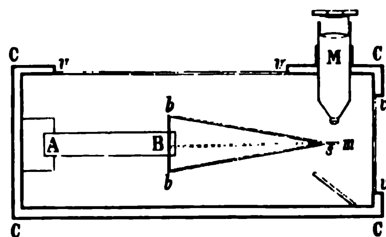
avec $K = 6{,}32 \times 10^{-8}$.

On voit qu'il est possible de prévoir d'avance la sensibilité d'un électromètre basé sur ce principe et qu'on pourra proportionner l'épaisseur de la lame à la sensibilité que l'on désire atteindre.

La formule qui précède ne donne qu'une première approximation. Elle est imparfaite au point de vue élastique et aussi au point de vue électrique. Nous avons négligé, par exemple, l'électricité répartie en volume dans l'intérieur des lames. Celles-ci étant en effet soumises à des déformations graduées, il en résulte une certaine densité en volume d'électricité dégagée à cause des propriétés piézo-électriques de la substance. Cette électricité doit réagir pour modifier légèrement l'intensité du champ et les formules précédentes ne doivent pas être absolument exactes.

Les *fig.* 6 et 7 donnent une coupe verticale et une coupe horizontale de l'instrument que nous avons réalisé sur le principe que nous venons de décrire.

Fig. 6.



La bilame AB maintenue fixe en A est située dans une boîte (CCCC) portant deux vitres *vvvv*.

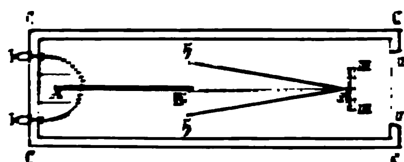
L'aiguille (*bbs*, *b'b's*) sert à amplifier le déplacement de l'extrémité de la bilame; elle est formée d'une charpente en fils de verre disposés suivant les arêtes d'une pyramide quadrangulaire; cette disposition la rend à la fois très légère et très rigide. L'aiguille collée en B à la bilame soutient à l'autre extrémité, en *s*, un micro-

mètre (mm) au $\frac{1}{10}$ de millimètre. Ce micromètre est obtenu par un procédé photographique. il possède des traits et des chiffres.

Le microscope fixe M. muni d'un réticule. permet de lire sur le micromètre les déviations.

L'instrument est toujours destiné à mesurer des potentiels élevés. La sensibilité. comme nous l'avons vu. dépend de l'épaisseur de la bilame. Nous avons mis à contribution le grand talent d'opticien de M. Werlein. qui est parvenu à construire des bilames ayant $\frac{1}{10}$ de millimètre d'épaisseur (soit $\frac{1}{20}$ de millimètre pour chaque lame) avec 5^{cm} de longueur.

Fig. 7.



Pour rester dans des conditions pratiques, il faut se contenter de bilames ayant au moins $\frac{1}{4}$ de millimètre d'épaisseur. On obtient alors des instruments sensibles à 5 volts près et pouvant servir jusque vers 1000 ou 1500 volts.

On réalise aussi avec des bilames ayant 1^{mm} d'épaisseur des électromètres pouvant servir à mesurer, à 200 volts près, des tensions de 50000 volts.

La première sensibilité est appropriée à la mesure des différences de potentiel des batteries de piles, des batteries d'accumulateurs, des machines dynamos à courants continus.

La deuxième sensibilité est appropriée à la mesure des potentiels élevés donnés par les machines électrostatiques.

Les lectures sont très rapides et l'isolement est très bon, grâce à une particularité des propriétés conductrices du quartz; l'un de nous a montré en effet que le quartz, qui présente une conductibilité très notable dans le sens de l'axe optique, ne conduit pas l'électricité dans le sens normal à l'axe.

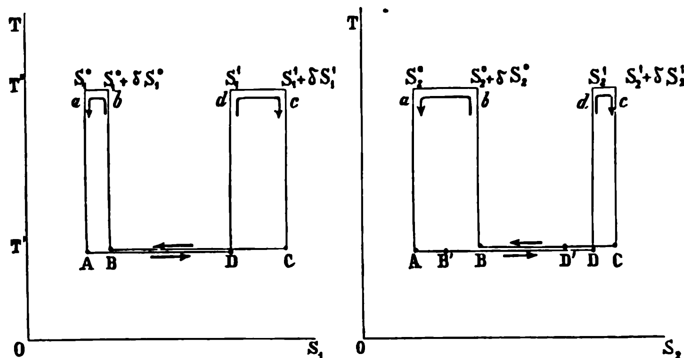
DÉFORMATIONS PERMANENTES ET THERMODYNAMIQUE (1) : ENTROPIE;

PAR M. MARCEL BRILLOUIN.

22. J'ai indiqué, dans un précédent article, une hypothèse qui permet d'expliquer les déformations permanentes des solides, et j'ai exposé les conséquences générales du principe de l'équivalence, ainsi que celles de l'axiome de Clausius pour un cycle de Carnot particulier. Il restait à chercher si j'avais là toutes les conséquences de l'axiome de Clausius, ou, ce qui revient au même, si un cycle fermé quelconque pouvait toujours se décomposer en cycles simples semblables à celui que j'avais étudié. L'examen de cette question m'a montré que le cycle élémentaire doit être un peu plus compliqué, pour que la décomposition soit toujours possible, et aussi que l'axiome de Clausius appliqué à ce cycle a pour conséquence l'existence de l'entropie, fonction des trois variables indépendantes; c'est ce que je vais montrer aujourd'hui.

23. Considérons un cycle de Carnot entièrement fermé, com-

Fig. 5.



posé de deux lignes isothermes seulement, T', T''; et de quatre lignes adiabatiques deux à deux infiniment voisines

$$S_1^0,\ S_2^0;\qquad S_1^0+\delta S_1^0,\ S_2^0+\delta S_2^0;\qquad S_1^1,\ S_2^1;\qquad S_1^1+\delta S_1^1,\ S_2^1+\delta S_2^1,$$

(1) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 327; 1888.

et examinons les conséquences de l'axiome de Clausius pour un tel cycle (*fig.* 5).

La ligne BD, à ne considérer que le tracé de la figure, est parcourue deux fois en sens inverse; mais ces deux parcours ne sont pas équivalents : à une même valeur de S_1 correspondent dans les deux parcours deux valeurs distinctes de S_2, car les cycles simples $AabB$, $CcdD$ ne sont pas fermés séparément (n° 13). Aux points B, D du plan S_1T correspondent à l'aller les points BD', et au retour des points différents B'D du plan S_2T.

Conditions de fermeture du cycle. — A la température T'', δS_1^0 et δS_1^1 correspondent à δS_2^0 et δS_2^1; on a donc, en prenant les lettres rondes et italiques pour les valeurs relatives respectivement à $S_1^0 S_2^0$ et $S_1^1 S_2^1$

$$\mathcal{H}_1'' \delta S_1^0 = \mathcal{H}_2'' \delta S_2^0, \qquad H_1'' \delta S_1^1 = H_2'' \delta S_2^1. \tag{16}$$

Le long de la ligne isotherme T', cette équation caractéristique du corps a un facteur intégrant M' qui est une fonction des variables S_1, S_2, et de la température constante T',

$$M'H_1' dS_1 - M'H_2' dS_2 = d f(S_1 S_2), \tag{17}$$

$$\frac{\partial}{\partial S_2}(M'H_1') = -\frac{\partial}{\partial S_1}(M'H_2'). \tag{18}$$

Partant des valeurs S_1^0, S_2^0 (A) on arrive aux valeurs S_1^1, S_2^1, (D)

$$f(S_1, S_2) = f(S_1^0, S_2^0) = f(S_1^1, S_2^1) = f_0. \tag{19}$$

On décrit ensuite le cycle $DdcC$ qui produit une déformation permanente infiniment petite; la constante est devenue $f_0 + \delta f_0$, et se conserve jusqu'au point B où le cycle se ferme; à une valeur S_1 correspond une valeur $S_2 + \Delta S_2$; on a donc

$$\left\{ \begin{aligned} f(S_1, S_2 + \Delta S_2) &= f(S_1^1 + \delta S_1^1, S_2^1 + \delta S_2^1) \\ &= f(S_1^0 + \delta S_1^0, S_2^0 + \delta S_2^0) = f_0 + \delta f_0. \end{aligned} \right. \tag{20}$$

Le développement de ces relations donne, en tenant compte des précédentes et de (17),

$$\delta f_0 = \mathcal{M}'\mathcal{H}_1' \delta S_1^0 - \mathcal{M}'\mathcal{H}_2' \delta S_2^0 = M' H_1' \delta S_1^1 - M' H_2' \delta S_2^1. \tag{21}$$

Les équations (16) et (21) font connaître la condition de fer-

meture du cycle par l'élimination de δS_2^0, δS_2^1, δf_0. Quand on se donne les deux températures T', T'', deux des lignes adiabatiques, S_1^0, S_2^0; S_1^1, S_2^1, et une des variations δS_1^0, les trois autres δS_1^1, δS_2^0, δS_2^1 sont déterminées par l'équation de condition

$$(22) \qquad \delta f_0 = \mathfrak{M}'\left(\mathfrak{H}'_1 - \frac{\mathfrak{H}''_1 \mathfrak{H}'_2}{\mathfrak{H}''_2}\right)\delta S_1^0 = M'\left(H'_1 - \frac{H''_1 H'_2}{H''_2}\right)\delta S_1^1$$

et les deux équations (16).

24. *Quantités de chaleur mises en jeu.* — La quantité de chaleur cédée au corps par le foyer T'' est

$$(23) \qquad dQ'' = -\mathfrak{H}''_1\,\delta S_1^0 + H''_1\,\delta S_1^1.$$

La quantité de chaleur cédée par le corps au condenseur T' est

$$dQ' = \int_{S_1^1,\,S_2^1}^{S_1^0,\,S_2^0} H'_1\,dS_1 - \int_{S_1^1+\delta S_1^1,\,S_2^1+\delta S_2^1}^{S_1^0+\delta S_1^0,\,S_2^0+\delta S_2^0} (H'_1)\,dS_1.$$

Dans la première intégrale, on doit substituer dans H'_1 la valeur de S_2 tirée de l'équation (19); et dans la deuxième intégrale, celle $S_2 + \Delta S_2$ que donne l'équation (20). A une même valeur de S_1 correspondent, dans la première intégrale, une certaine valeur de S_2, et dans la seconde une valeur différente $S_2 + \Delta S_2$, déterminée par la condition

$$f(S_1, S_2 + \Delta S_2) - f(S_1, S_2) = \delta f_0$$

ou, en tenant compte de (17),

$$-M' H'_2\,\Delta S_2 = \delta f_0.$$

On a, par conséquent,

$$(H'_1) = H'_1 - \frac{\partial H'_1}{\partial S_2}\,\frac{\delta f_0}{M' H'_2}$$

et, en ne conservant que les termes du premier ordre,

$$(24) \qquad dQ' = -\mathfrak{H}'_1\,\delta S_1^0 + H'_1\,\delta S_1^1 + \delta f_0 \int_{S_1^1,\,S_2^1}^{S_1^0,\,S_2^0} \frac{\partial H'_1}{\partial S_2}\,\frac{dS_1}{M' H'_2}.$$

Conséquences de l'axiome de Clausius. — Le cycle ainsi constitué est un cycle de Carnot à deux sources de chaleur seulement;

il peut être parcouru indifféremment dans un sens ou dans l'autre à partir du même état initial; le raisonnement de Clausius est directement applicable, et conduit à la condition

$$\frac{dQ'}{T'} = \frac{dQ''}{T''},$$

ou

$$(25)\qquad \frac{-\mathfrak{H}'_1\,\delta S^0_1 + H'_1\,\delta S^1_1 + \delta f_0 \displaystyle\int \frac{\partial H'_1}{\partial S_2}\,\frac{dS_1}{M'H'_2}}{T'} = \frac{-\mathfrak{H}''_1\,\delta S^0_1 + H''_1\,\delta S^1_1}{T''}.$$

Les équations (22), qui expriment que le cycle est fermé, permettent d'éliminer δS^0_1, δS^1_2, δf_0,

$$\frac{\dfrac{-\mathfrak{H}'_1\mathfrak{H}''_2}{\mathfrak{M}'(\mathfrak{H}'_1\mathfrak{H}''_2 - \mathfrak{H}'_2\mathfrak{H}''_1)} + \dfrac{H'_1 H''_2}{M'(H'_1 H''_2 - H'_2 H''_1)} + \displaystyle\int_{S^1_1}^{S^0_1} \frac{\partial H'_1}{\partial S_2}\,\frac{dS_1}{M'H'_2}}{T'}$$

$$= \frac{\dfrac{-\mathfrak{H}''_1\mathfrak{H}''_2}{\mathfrak{M}'(\mathfrak{H}'_1\mathfrak{H}''_2 - \mathfrak{H}'_2\mathfrak{H}''_1)} + \dfrac{H''_1 H''_2}{M'(H'_1 H''_2 - H'_2 H''_1)}}{T''}.$$

Multiplions par $T'T''$ et ordonnons autrement :

$$(26)\qquad \int_{S^0_1}^{S^1_1} \frac{\partial H'_1}{\partial S'_2}\,\frac{dS_1}{M'H'_2} = \frac{\mathfrak{H}''_2}{\mathfrak{M}'T''}\,\frac{\mathfrak{H}'_1 T'' - \mathfrak{H}''_1 T'}{\mathfrak{H}'_1\mathfrak{H}''_2 - \mathfrak{H}'_2\mathfrak{H}''_1} - \frac{H''_2}{M'T''}\,\frac{H'_1 T'' - H''_1 T'}{H'_1 H''_2 - H'_2 H''_1}.$$

Nous savons déjà (nos 16 et 17) que l'on peut toujours trouver deux fonctions R, S de S_1, S_2 seules, telles que la quantité de chaleur élémentaire soit représentée par $TR\,dS$.

25. Le nouveau cycle nous permet d'aller plus loin et de montrer que la fonction R n'est pas analytiquement distincte de S. Prenons en effet, pour l'une des fonctions S_1, la fonction S qui donne à H la forme TR. Les numérateurs des fractions sont nuls; les dénominateurs ne le sont pas (n° 12); l'intégrale est par conséquent nulle, et comme ce résultat est indépendant des limites d'intégration, on a

$$\frac{1}{M'H'_2}\,\frac{\partial(T'R)}{\partial S_2} = 0,$$

La fonction R est indépendante de la seconde variable S_2; elle ne dépend que de la variable S, et on peut la réduire à l'unité.

Pour les solides comme pour les fluides, il est possible de

mettre la quantité de chaleur élémentaire sous la forme T dS. *L'entropie* S *existe donc encore; mais, pour les solides à déformations permanentes, elle dépend des trois variables* X, x, T.

Remarque. — Prenons l'entropie pour la variable S_2. L'équation (26) devient

$$\int_{S_1^0}^{S_1^1} \frac{\partial H'_1}{\partial S} \frac{dS_1}{M'T'} = \frac{1}{\mathfrak{M}'} - \frac{1}{M'} = -\int_{S_1^0}^{S_1^1} \frac{1}{M'}$$

et, par conséquent,

$$\frac{\partial H'_1}{\partial S} \frac{1}{M'T'} = \left(\frac{\partial}{\partial S_1} + \frac{\partial S}{\partial S_1}\frac{\partial}{\partial S}\right)\frac{1}{M'} = \left(\frac{\partial}{\partial S_1} + \frac{H'_1}{T'}\frac{\partial}{\partial S}\right)\frac{1}{M'},$$

puisque S est lié à S_1 par la relation isotherme

$$H_1 dS_1 = T' dS.$$

Il est facile de vérifier que cette condition est identique à l'équation (18) qui définit M'.

26. Les considérations du n° **18** ne suffisent pas pour déterminer l'entropie S. Il faut leur substituer les suivantes. Lorsque S est l'entropie, on a, pour les équations (4) et (5) du n° **12**,

$$T = \frac{C_X}{b\dfrac{\partial S}{\partial x} + \dfrac{\partial S}{\partial T}} = \frac{C_x}{\dfrac{\partial S}{\partial T} - \dfrac{b}{a}\dfrac{\partial S}{\partial X}}.$$

L'entropie S doit donc satisfaire aux deux équations du premier ordre

$$(27)\qquad b T\frac{\partial S}{\partial x} + T\frac{\partial S}{\partial T} = C_X, \qquad T\frac{\partial S}{\partial T} - \frac{b}{a}T\frac{\partial S}{\partial X} = C_x.$$

Comme au n° **10**, ces équations différentiées par rapport à x, X, T, donnent cinq équations distinctes où entrent les dérivées du deuxième ordre de S, et une qui ne contient que les dérivées premières

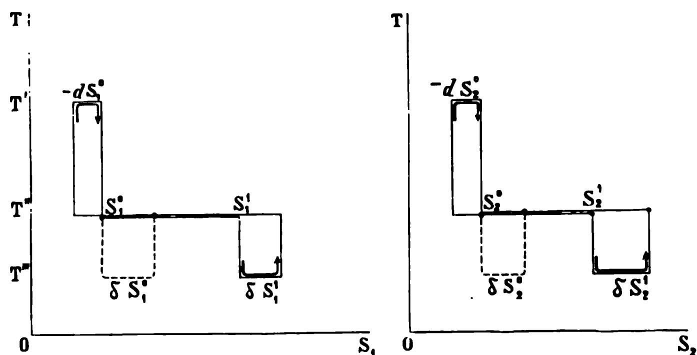
$$(28)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{\partial S}{\partial x}\left(b + T\frac{\partial b}{\partial T} - T\frac{b}{a}\frac{\partial b}{\partial X}\right) + \frac{\partial S}{\partial X}\left[\frac{b}{a} + T\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{b}{a}\right) + Tb\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{b}{a}\right)\right] \\ &\qquad + \frac{\partial(C_x - C_X)}{\partial T} + b\frac{\partial C_x}{\partial x} + \frac{b}{a}\frac{\partial C_X}{\partial X} = 0.\end{aligned}\right.$$

Les trois équations (27), (28) déterminent les trois dérivées premières de S. Différentiées, elles donnent en tout cinq plus trois ou huit équations distinctes contenant les six dérivées du second ordre. On peut éliminer complètement S et il reste deux équations distinctes entre les dérivées secondes par rapport à x, X, T des coefficients de dilatation et d'élasticité et des deux chaleurs spécifiques. Il sera instructif de les comparer aux deux équations analogues qui résultent de l'existence de l'énergie.

Les considérations du n° 19 subsistent à la condition d'y faire R égal à l'unité, ce qui rend identique l'équation (14).

27. *Cycle de Carnot élémentaire.* — La combinaison du cycle étudié dans le précédent article et de celui que nous venons d'analyser permet de former un cycle de Carnot formé de trois isothermes et de quatre adiabatiques deux à deux infiniment voisines, qui satisfait évidemment à l'axiome de Clausius par le seul fait de l'existence de l'entropie, dès qu'il est fermé. C'est ce cycle que j'appellerai *cycle élémentaire* (*fig.* 6). J'ai marqué en poin-

Fig. 6.



tillé la partie commune aux deux cycles, qui, parcourue deux fois en sens opposés, avec les mêmes systèmes de valeurs, disparaît de l'ensemble. La condition de fermeture s'obtiendrait facilement en combinant les conditions relatives aux deux cycles composants (n°s 14, 23). Il est plus simple de les obtenir directement comme au n° 23; avec les mêmes notations on trouve

$$\mathfrak{H}'_1\, dS_1^0 = \mathfrak{H}'_2\, dS_2^0, \qquad H''_1\, \delta S_1^1 = H''_2\, \delta S_2^1,$$

et comme condition de fermeture

$$\delta f_0 = + \mathfrak{M}'' \mathfrak{H}_1'' \, dS_1^0 - \mathfrak{M}'' \mathfrak{H}_2'' \, dS_2^0 = M'' H_1'' \delta S_1^1 - M'' H_2'' \delta S_2^1$$

ou

$$\delta f_0 = \mathfrak{M}'' \left(+ \mathfrak{H}_1'' - \frac{\mathfrak{H}_1' \mathfrak{H}_2''}{\mathfrak{H}_2'} \right) dS_1^0 = M'' \left(H_1'' - \frac{H_1''' H_2''}{H_2'''} \right) \delta S_1^1.$$

Si l'on a pris pour fonction S_2 l'entropie S, la condition de fermeture prend la forme

$$(29) \qquad \mathfrak{M}'' \left(\frac{\mathfrak{H}_1''}{T''} - \frac{\mathfrak{H}_1'}{T'} \right) dS_1^0 = M'' \left(\frac{H_1''}{T''} - \frac{H_1'''}{T'''} \right) \delta S_1^1,$$

$$(30) \qquad dS_2^0 = \frac{\mathfrak{H}_1' \, dS_1^0}{T'}, \qquad \delta S'_2 = \frac{H_1''' \delta S_1^1}{T'''}.$$

L'ensemble de ces relations montre comment il faut choisir dS_1^0, dS_2^0, δS_1^1, lorsqu'on s'est donné arbitrairement les trois isothermes T', T'', T''', les deux adiabatiques S_1^0, S_2^1 et S_1^1, S_2^1, ainsi que l'un des éléments dS_1^1.

On peut d'ailleurs supposer S_2^1 et S_2^0 égaux sans qu'il en soit de même pour S_1^1 et S_1^0. Ajoutons que les éléments de lignes isothermes qui font partie de ces cycles peuvent évidemment être remplacés par des éléments de lignes quelconques limitées aux mêmes adiabatiques.

Lorsque les valeurs de S_2^1 et S_2^0 sont égales ainsi que celles de S_1^1 et S_1^0 (n° **14**) et lorsqu'en outre les températures T' et T''' sont très peu différentes, il est facile de voir que dS_1^0 et δS_1^1 sont de signes contraires. En particulier, si l'on prend $T' = T'''$, pour que les deux éléments dS_1^0, δS_1^1 soient parcourus dans le même sens et puissent se faire suite, il faudra que la valeur commune de T' et T''' soit égale à T'' et que les deux éléments soient situés de part et d'autre de la température T''.

En dehors de ce cas, on ne peut rien affirmer à l'avance sur ces signes, puisque les signes de $\mathfrak{M}''$ et M'', ainsi que les grandeurs des $\mathfrak{H}$ et des H, dépendent non seulement des températures, mais des variables S_1 et S_2.

Cycle fermé quelconque. — *Un cycle fermé quelconque peut toujours être décomposé en une infinité de cycles de Carnot élémentaires.*

Considérons les deux projections sur les plans S_1T, S_2T du cycle C, décrit dans l'espace $(S_1 S_2 T)$. Le cycle est entièrement défini, si l'on connaît sur ces deux projections le sens de parcours. Les points correspondants sont ceux pour lesquels la température est la même ; deux d'entre eux sont le plus souvent définis sans ambiguïté : ce sont les points M, de température maximum, et m de température minimum ; la correspondance des autres est déterminée par le sens de parcours. Prenons les équations des courbes S_1T, S_2T sous la forme ([1])

$$(31) \qquad S_1 = f_1(T), \qquad S_2 = f_2(T).$$

Elles satisfont nécessairement à l'équation caractéristique du corps

$$H_1\, dS_1 = T\, dS_2$$

et par conséquent aux équations (30). Ces équations définiront entièrement le cycle par continuité, si l'on indique pour une valeur particulière de T les deux valeurs de S_1 et S_2 qui se correspondent. Chaque variation de T entraîne des variations déterminées de S_1 et S_2 ; en parcourant toute la courbe S_1T, il arrive un moment où l'on revient au système de valeurs initiales de T et de S_1 ; comme le cycle est fermé, on a suivi en même temps toute la courbe S_2T, et l'on retrouve la valeur initiale de S_2, en même temps que celles de T et S_1.

Cherchons à décomposer le cycle en cycles de Carnot élémentaires, ayant deux éléments communs avec le cycle donné, aux températures T' et T''', et un élément à la température arbitraire T'' commune à tous les cycles élémentaires. Toute la difficulté est de faire correspondre convenablement les températures T', T''';

([1]) Lorsque ces courbes seront formées de plusieurs lignes ayant des équations distinctes, par exemple $X = \text{const.}$, $x = \text{const.}$, il faudra faire pour chacune des lignes les opérations indiquées, et, au lieu d'une seule équation de correspondance, on en aura plusieurs distinctes suivant que les points seront sur l'une ou l'autre des lignes particulières dont se compose le cycle; mais cela ne change rien au raisonnement, la continuité des valeurs de S_1, S_2 subsistant aux angles et permettant de déterminer les valeurs correspondantes des diverses équations dès qu'on connaît le système de valeurs initiales.

C'est pour cette raison que dans l'équation (32) et dans la précédente on a distingué l'une de l'autre les fonctions F_1, F_2, et Φ_1, Φ_2.

cette loi de correspondance est contenue dans l'équation (29), qui exprime que les cycles élémentaires sont fermés. Dans le premier membre de cette équation, l'adiabatique S_1^0, S_2^0 sera donnée par

$$S_1^0 = f_1(T'), \qquad S_2^0 = f_2(T');$$

ce sont ces expressions qu'il faut mettre dans $\mathfrak{M}''$, $\mathfrak{H}''_1$, $\mathfrak{H}'_1$, lorsque l'élément à la température T' fait partie du cycle donné C. De même, dans le deuxième membre, on a

$$S'_1 = f_1(T'''), \qquad S'_2 = f_2(T''').$$

Enfin $\mathfrak{M}''$, $\mathfrak{H}''_1$, ainsi que M'', H''_1, contiennent en outre la température fixe T''. Tenant compte des expressions de dS_1^0 et $\delta S'_1$, l'équation de condition (29) prend la forme

$$\mathfrak{F}_1(T', T'')\,dT' = \mathfrak{F}_2(T''', T'')\,dT'''.$$

Telle est la relation qui, pour le cycle donné, doit exister entre les températures T', T'', T''' et les variations dT', dT''' le long du cycle, pour que le cycle élémentaire soit fermé. Intégrons cette équation, en nous rappelant que T'' est constante; elle deviendra

$$(32) \qquad \Phi_1(T', T'') = \Phi_2(T''', T'').$$

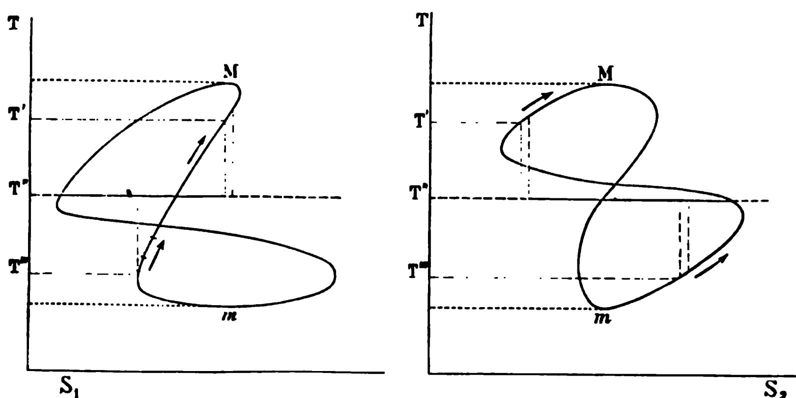
Cette condition nous montre comment il faut choisir les isothermes correspondantes pour que tous les cycles élémentaires soient fermés et se succèdent sans interruption.

L'équation (32) contient une constante arbitraire; nous pouvons donc choisir, pour l'un des systèmes de températures, $T' = T''' = T''$ comme point de départ. Les arcs dS_1^0, $\delta S'_1$ de ce premier cycle élémentaire sont situés de part et d'autre de l'isotherme T'' et parcourus dans le même sens. Les éléments correspondants des cycles élémentaires aux températures T', T''' formeront ainsi deux arcs du cycle C partant d'un même point T''. On continuera jusqu'à ce que les deux arcs de l'une des courbes, S_1T, se rejoignent; la courbe S_2T sera alors, elle aussi, complètement décrite.

Pour que tous les éléments soient décrits dans le sens du cycle C, il faut évidemment que le point de jonction soit à la température T''. Or il est facile de voir qu'on peut toujours trouver, entre les températures extrêmes, au moins une température T'', telle que tous les cycles élémentaires aient leurs températures T', T''' de

part et d'autre de T″ : quand on prend T″ très près de la température maximum, le point de jonction est au-dessous de T″; c'est l'inverse quand on prend T″ très près de la température minimum. Cette condition est évidemment suffisante tant que le cycle C, quelle que soit sa forme, n'est pas trop étendu; car les seuls changements de signes possibles des coefficients de l'équation (29) proviennent alors des changements de signe de T′ — T″, et de T‴ — T″.

Fig. 7.



Traçons donc ces cycles élémentaires; les lignes adiabatiques qui les composent, appartenant toutes à deux cycles élémentaires successifs, sont parcourues deux fois en sens inverse avec les mêmes systèmes de valeurs $S_1 S_2 T$, parce que chacun des cycles élémentaires est fermé. Il en est de même des lignes isothermes T″ à la température commune à tous les cycles. Il n'y a d'exception que pour les éléments aux températures T′, T‴, communs avec le cycle C, lesquels n'appartiennent qu'à un seul cycle élémentaire. Nous sommes d'ailleurs assurés que ces éléments sont décrits dans le même sens que pour le cycle C, lorsque celui-ci n'est pas trop étendu. Le cycle C est équivalent à l'ensemble des cycles élémentaires.

Un cycle fermé de forme quelconque peut toujours être décomposé en cycles de Carnot élémentaires, s'il n'est pas trop étendu.

La proposition s'étend vraisemblablement à un cycle fermé de grandeur quelconque; mais, telle qu'elle est, elle suffit à établir que l'étude du cycle de Carnot élémentaire donne toutes les conséquences de l'axiome de Clausius. Il n'y a rien à en tirer de plus que l'existence de l'entropie, c'est-à-dire d'une fonction S des trois variables X, x, T, telle que la quantité de chaleur mise en jeu par une déformation infiniment petite a pour expression $T\,dS$.

L'application de ces résultats à un exemple particulier sera l'objet d'un prochain article.

FORMULE DE BRIOT APPLIQUÉE A LA DISPERSION DANS LE SEL GEMME;

Par M. E. CARVALLO.

1. M. Langley ([1]), dans un très beau Mémoire sur les radiations calorifiques, a cru pouvoir affirmer que la formule de dispersion de Briot ne convient pas au sel gemme dans la portion étendue du spectre qu'il a pour la première fois étudiée. C'est là une erreur; et il importe d'autant plus de la rectifier que M. Ketteler a donné ([2]) une formule qui représente bien les observations citées. Il pourrait en résulter en effet un abandon regrettable de la formule de Briot.

2. M. Langley procède de la façon suivante : il considère la formule de Briot à quatre termes

$$\frac{1}{n^2} = kl^2 + a + \frac{b}{l^2} + \frac{c}{l^4},$$

où n représente l'indice de réfraction, $l = \frac{\lambda}{n}$ la longueur d'onde dans le milieu, égale au quotient de la longueur d'onde dans le vide par l'indice. Il détermine les quatre coefficients a, b, c, k au moyen des équations fournies par les données suivantes :

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. IX, p. 433; 1886.

([2]) *Dispersions Formeln* (*Wied. Ann.*, t. XXX).

Raies.	λ [1].	n.
	μ	
A............ ...	0,7601	1,53670
D_2	5889	1,54418
b_1.....	5183	1,54975
H...............	3968	1,56833

Enfin il applique la formule obtenue aux radiations calorifiques et trouve entre l'observation et le calcul des écarts qui deviennent considérables quand on avance vers les radiations calorifiques extrêmes (jusqu'à $\lambda = 5^{\mu},30$). Doit-on en conclure avec l'auteur que la formule de Briot est impuissante à représenter ses observations? Non, puisqu'une extrapolation n'est jamais permise et qu'elle est ici énorme : car la formule est calculée seulement pour l'intervalle de $\lambda = 0^{\mu},40$ à $\lambda = 0^{\mu},70$ et elle est appliquée jusqu'à $\lambda = 5^{\mu},30$.

3. J'ai repris la question par la méthode des moindres carrés, en appliquant aux nombres de M. Langley les formules que j'ai données [2] et qui permettent de faire le calcul par approximations successives, comme dans la méthode de Cauchy. Les résultats de la première partie de ce calcul sont inscrits dans le Tableau suivant :

Raies.	λ.	n.	$\frac{1}{n^2}$.	Δy.	$\Delta^2 y$.	$\Delta^3 y$.
	μ					
	5,3011	1,5186(± 2)	0,433624	+0,016678	+0,00428	−0,00015
	4,7191	1,5201(± 2)	432769	− 15823	+ 345	− 2
	4,1231	1,5215(± 1)	431972	+ 15026	+ 270	+ 7
	3,5341	1,5227(± 2)	431292	+ 14346	+ 210	+ 19
	2,9451	1,5243(± 0)	430387	+ 13441	− 131	− 2
	2,3560	1,5254(± 1)	429767	− 12821	− 91	− 12
	1,7670	1,5272(± 1)	428754	− 11808	+ 38	− 6
	1,1780	1,5301(± 1)	427130	+ 10184	+ 14	0
A....	0,75940	1,53670	423471	6524	− 08	− 08
C....	0,65630	1,54051	421377	4431	− 10	− 10
D_2...	0,58901	1,54418	419399	2453	− 9	− 1
b_1....	0,51838	1,54975	416368	− 578	+ 9	+ 18
F....	0,48614	1,55323	414504	− 2443	− 7	− 14
H_1...	0,39687	1,56833	406560	− 10386	− 4	− 11

(1) Les longueurs d'onde λ sont exprimées en prenant pour unité les microns ou millièmes de millimètre.

(2) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 30 janvier et 26 mars 1888.

La première colonne présente les longueurs d'onde ; la deuxième, les indices observés avec l'erreur probable estimée par M. Langley en unités du quatrième chiffre ; la troisième, les valeurs de $\frac{1}{n^2}$. Les colonnes Δy, $\Delta^2 y$, $\Delta^3 y$ donnent les écarts entre l'observation et le calcul quand on limite la formule de Briot successivement à 1, 2, 3 termes, savoir

$$(1) \qquad \frac{1}{n^2} = a,$$

$$(2) \qquad \frac{1}{n^2} = a + \frac{b}{l^2},$$

$$(3) \qquad \frac{1}{n^2} = a + \frac{b}{l^2} + cl^2.$$

La dernière colonne $\Delta^3 y$ présente des différences qui sont de l'ordre des erreurs d'observation ; il y a donc lieu de s'arrêter à ces différences.

Passant alors au calcul des coefficients, j'obtiens

$$a = 0,429373, \qquad b = 0,0014616, \qquad c = 0,000371,$$
$$\pm 12. \qquad\qquad \pm 29. \qquad\qquad \pm 18.$$

4. Les écarts $\Delta^3 y$ entre l'observation et la formule obtenue sont presque identiques à ceux qu'on déduit de la formule de M. Ketteler

$$n^2 = -k\lambda^2 + a^2 + \frac{D\lambda_m^2}{\lambda^2 - \lambda_m^2}, \qquad \left\{ \begin{array}{ll} k = 0,0008580, & D = 1,1410, \\ a^2 = 2,32883, & \lambda_m^2 = 0,01621. \end{array} \right.$$

Mais la première présente sur celle-ci quelques avantages :

1° Elle ne renferme que trois constantes au lieu de quatre ;

2° Étant linéaire par rapport aux coefficients inconnus, elle se prête mieux aux calculs d'interpolation, quelle que soit d'ailleurs la méthode employée :

3° Si l'on pose $l^2 = x$ et $\frac{1}{n^2} = y$, l'équation (3) s'écrit

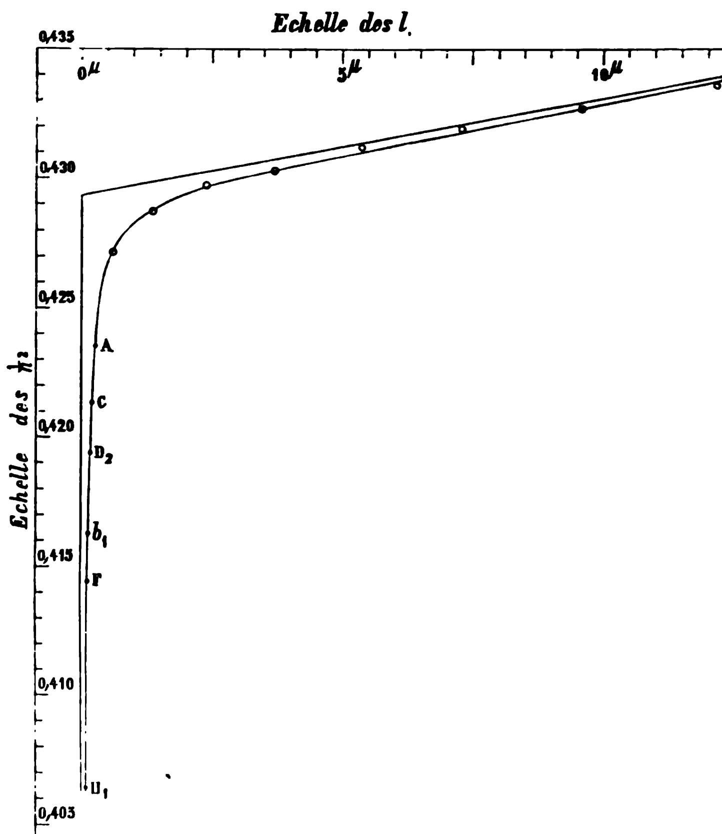
$$(4) \qquad y = a + \frac{b}{x} + cx.$$

Elle représente une hyperbole qui a pour asymptote l'axe Oy et

la droite

$$y = a + cx.$$

Fig. 1.



Si l'on pose $\frac{1}{l^2} = x'$, on obtient une deuxième hyperbole

$$y = a + bx' + \frac{c}{x'}.$$

5. Il est intéressant de joindre aux nombres précédents ceux qui résultent du Mémoire de M. Joubin sur la dispersion rotatoire magnétique ([1]) et de réunir la comparaison de tous ces nombres avec les deux formules précédentes. Ces nombres forment en effet

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XVI, p. 138 et 139.

une des séries les plus étendues qu'on connaisse. On comprendra que je n'aie pas tenté de calculer une formule embrassant les observations des deux physiciens en voyant la discordance notable qu'elles présentent dans la partie visible du spectre; cette discordance fait craindre que des erreurs systématiques rendent bien peu comparables les observations extrêmes qui sont faites par des méthodes si différentes et présentent tant de difficultés. Pour faciliter la comparaison, je donne ici n au lieu de $\frac{1}{n^2}$; les nombres de M. Joubin sont distingués par des caractères gras.

λ.	*n* observé.	Briot — *n* calculé.	Ketteler — *n* calculé.	Différences. Briot, obs.-cal.	Différences. Ketteler, obs.-cal.
μ 5,301(± 65)	1,5186(± 2)	1,51834	1,51835	+0,00026	+0,00025
4,712(± 43)	1,5201(± 2)	1,52007	1,52007	+ 3	+ 3
4,123(± 29)	1,5215(± 1)	1,56162	1,56162	— 12	— 12
3,534(± 19)	1,5227(± 2)	1,52303	1,52302	— 33	— 32
2,945(± 13)	1,5243(± 0)	1,52433	1,52431	— 3	— 1
2,356(± 9)	1,5254(± 1)	1,52561	1,52559	— 21	— 19
1,767(± 5)	1,5272(± 1)	1,52710	1,52712	+ 10	+ 8
1,178(± 2)	1,5301(± 1)	1,53010	1,53007	0	+ 3
0,75940	1,53670	1,53069	1,53666	+ 1	+ 4
65630	1,54051	1,54049	1,54048	+ 2	+ 3
64370	**1,54151**	**1,54111**	»	+ **40**	
58901	1,54414	1,54412	1,54413	+ 2	+ 1
53771	**1,54839**	**1,54802**	»	+ **37**	
53363	**1,54875**	**1,54840**	»	+ **35**	
51838	1,54975	1,54977	1,54979	— 2	— 4
50844	**1,55116**	**1,55079**	»	+ **37**	
48614	1,55323	1,55324	1,55327	— 1	— 4
47986	**1,55436**	**1,55404**	»	+ **32**	
46765	**1,55596**	**1,55568**	»	+ **28**	
44145	**1,55982**	**1,55955**	»	+ **27**	
39856	**1,56810**	**1,56793**	»	+ **17**	
39687	1,56833	1,56832	1,56830	+ 1	+ 3
36090	**1,57877**	**1,57832**	**1,5783**	+ **45**	+ **47**
34655	**1,58391**	**1,58340**	**1,5833**	+ **51**	+ **61**
34015	**1,58641**	**1,58591**	**1,5858**	+ **50**	+ **61**
32470	**1,59330**	**1,59272**	**1,5925**	+ **58**	+ **80**
27467	**1,62790**	**1,62647**	**1,6251**	+ **143**	+ **275**
25713	**1,64870**	**1,64547**	**1,6430**	+ **313**	+ **570**
23125	**1,68855**	**1,68682**	**1,6808**	+ **173**	+ **775**
22645	**1,69900**	**1,69836**	**1,6900**	+ **164**	+ **900**

DÉMONSTRATION ÉLÉMENTAIRE DE L'ÉQUIVALENCE D'UN COURANT PLAN INFINIMENT PETIT, ET D'UN PETIT AIMANT DE MÊME PUISSANCE ;

Par M. G. LÉON.

On peut, dans l'exposition des principes de l'électromagnétisme, suivre deux marches différentes :

1° Ou bien, comme l'a fait Maxwell, partir de l'équivalence des aimants et des courants supposée vérifiée par l'expérience et en déduire la loi de Laplace ;

2° Ou bien partir de cette loi pour démontrer l'équivalence des aimants et des courants.

C'est cette seconde marche qu'on suit généralement en France : malheureusement la démonstration du théorème qui nous occupe est purement analytique (Note de M. Cornu dans le *Traité de Maxwell,* t. II, p. 172). Voici une démonstration absolument géométrique, qui, par sa simplicité, pourra peut-être paraître de nature à figurer dans un Cours élémentaire.

Je m'appuierai sur les deux lemmes suivants :

Lemme I. — *On peut composer les moments magnétiques comme des forces en Statique ; en effet, les systèmes*

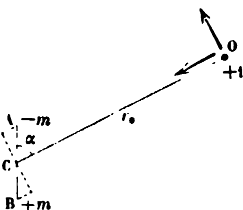


sont évidemment équivalents.

Lemme II. — *Un polyèdre fermé est en équilibre sous l'influence d'un fluide parfait qu'il renferme et, par conséquent, on peut remplacer les pressions sur toutes les faces, moins une, de ce polyèdre, par leur résultante, la pression sur cette dernière face.*

Je vais maintenant chercher successivement l'action d'un petit aimant sur un pôle d'aimant, et l'action d'un petit courant sur ce même pôle (de masse égale à l'unité). L'équivalence ressortira immédiatement de ces considérations.

Action d'un petit aimant sur un pôle magnétique de masse égale à l'unité. — Soit μ le moment magnétique de l'aimant AB, et supposons que AB fasse un angle α avec la droite OC ou r_0, qui joint le centre de l'aimant au pôle magnétique.



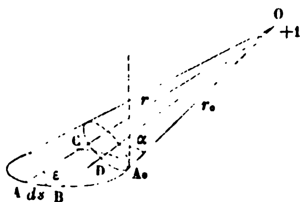
D'après le lemme I, on peut décomposer AB en deux aimants : l'un parallèle à r_0, de valeur $\mu \cos\alpha$, l'autre perpendiculaire à r_0, de valeur $\mu \sin\alpha$.

Le premier donne une force dirigée suivant r_0, $\frac{2\mu\cos\alpha}{r_0^3}$.

Le second donne une force perpendiculaire à r_0, $\frac{\mu \sin\alpha}{r_0^3}$.

Je ne donne pas la démonstration détaillée, qui est faite dans tous les cours, lorsqu'on expose la méthode de Gauss.

Action d'un petit courant fermé sur un pôle magnétique de masse égale à l'unité. — J'appelle α l'angle formé par la normale au plan du courant avec la droite OA_0, et r_0 cette droite OA_0 la plus courte distance de O au circuit ; σ la surface de circuit ; i l'intensité du courant qui le parcourt ; σ' la surface découpée dans le cône $O\sigma$ par un plan perpendiculaire à OA_0 en O.



D'après le théorème de Laplace, l'action du petit élément AB ou ds sur O est normale au plan $(O\,ds)$ et égale à

$$\frac{i\,ds \sin\varepsilon}{r^2} \quad \text{ou} \quad \frac{ir\,ds \sin\varepsilon}{r^3};$$

ce qui peut s'écrire en négligeant les infiniment petits du troisième ordre

$$\frac{ir\,ds\sin\varepsilon}{r_0^3}\left(1-3\frac{dr}{r_0}\right)$$

ou encore

$$i\frac{r\,ds\sin\varepsilon}{r_0^3}-\frac{3\,dr\,ds\sin\varepsilon}{r_0^3}i.$$

Mais $r\,ds\sin\varepsilon$ est le double de l'aire du triangle OAB, $dr\,ds\sin\varepsilon$ est l'aire du trapèze ABCD (en négligeant toujours les infiniment petits d'ordre supérieur au second), et l'action du petit courant sur le pôle d'aimant peut être comparée à celle d'un fluide parfait, dont la pression serait $\frac{i}{r_0^3}$ par unité de surface.

Appliquons maintenant le lemme II ; les pressions $\frac{i}{r_0^3}r\,ds\sin\varepsilon$ se composent en une pression normale à σ et égale à $\frac{i.2\sigma}{r_0^3}$.

Les pressions $-3\,dr\,ds\sin\varepsilon\frac{i}{r_0^3}$ se composent en deux pressions : l'une normale à σ et égale à $-\frac{3i}{r_0^3}\sigma$, l'autre perpendiculaire à σ' et égale à $+\frac{3i}{r_0^3}\sigma'$, ou comme $\sigma'=\sigma\sin\alpha$ égale à $+\frac{3i}{r_0^3}\sigma\sin\alpha$.

On a donc finalement :

1° Normalement à σ .... $-\frac{i}{r_0^3}\sigma$

2° Normalement à σ' .... $+\frac{3i}{r_0^3}\sigma\sin\alpha$

ou encore :

1° Suivant OA_0 .... $\frac{2i\sigma}{r_0^3}\sin\alpha$

2° Perpendiculairement à OA_0 .... $-\frac{i\sigma\cos\alpha}{r_0^3}$

Nous avons toujours compté comme positives les pressions dirigées vers l'extérieur des polyèdres ; en tenant compte de cette hypothèse, on voit que le petit aimant et le petit courant fermé exercent même action sur un pôle d'aimant, pourvu que le petit aimant soit perpendiculaire au plan du courant et qu'on ait

$$\mu = i\sigma. \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

THE AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE;

3ᵉ série, t. XXXVI; 2ᵉ semestre 1888.

CH.-E. MUNROE. — Effets ondulatoires produits par la détonation du coton-poudre, p. 48-50.

Un disque de coton-poudre, imprégné d'eau jusqu'à mi-hauteur, fut placé excentriquement dans un vase d'étain contenant de l'eau, sur un bloc de fer massif : celui-ci fut brisé par l'explosion. Les fragments du bloc présentent sur les bords, du côté opposé au coton-poudre, des rides circulaires à peu près équidistantes ($1^{mm},59$) et dont les crêtes sont infléchies vers l'extérieur : les rides les plus extérieures sont aussi les plus profondes.

R.-W. WILLSON. — Procédé pour la lecture des galvanomètres à miroir, etc., p. 50-52.

Le zéro de l'échelle est prolongé en dessous par un trait fortement accusé. En face du miroir mobile, parallèlement à sa position d'équilibre et le plus près de lui qu'il est possible, on installe une glace mince dont l'argenture, tournée vers l'échelle, est à moitié enlevée. En plaçant l'œil à une hauteur convenable, l'observateur verra : 1° l'image des divisions de la règle dans la moitié supérieure, argentée, de la glace; 2° l'image du trait unique dans le miroir mobile, à travers la moitié inférieure de la glace dont l'argenture a été enlevée. Quand le miroir est dans sa position d'équilibre, l'image du trait prolonge l'image de la division de la règle; la moindre déviation se traduit par un défaut de coïncidence qu'on saisit très bien à l'œil nu.

C. BARUS. — Théorie de la viscosité des solides proposée par Maxwell; particularités que présente sa vérification physique, p. 178-208.

Dans un article *Sur la constitution des corps* [1] paru dans l'*Encyclopédie britannique,* Maxwell esquisse en quelques mots une théorie de la viscosité des solides. D'après lui, les grou-

[1] MAXWELL, *Constitution of bodies* (*Encyclop. brit.*, 9ᵉ édition, p. 310; 1876).

pements moléculaires qui constituent les solides sont les uns stables, les autres instables, et les phénomènes de viscosité présentés par ces corps sont dus à la rupture des groupements instables.

M. Barus va plus loin et rapproche le phénomène de la viscosité de celui de l'électrolyse. Un solide rigide serait comparable à l'eau pure qui ne conduit pas le courant; un solide plus ou moins visqueux à une dissolution saline qui conduit non par l'eau qu'elle contient, mais par les molécules salines dissoutes, lesquelles se scindent suivant le schéma connu, en transportant l'électricité. Pour faire ressortir l'analogie, il suffit de remplacer les mots *conductibilité* par *viscosité*, *destruction des molécules* par *destruction de groupements moléculaires instables*.

L'acier est un corps chimiquement hétérogène; il contient des groupements moléculaires qui se modifient dans des limites très larges par la trempe ou le recuit. M. Barus s'est donc adressé à cette substance pour vérifier les conséquences de l'hypothèse de Maxwell. De nombreuses expériences, peu susceptibles d'être résumées en quelques lignes, il conclut que les moindres particularités offertes par l'acier trempé ou recuit peuvent être prévues ou interprétées par l'analogie électrolytique. Le résidu élastique est comparé à la polarisation.

E.-D. PRESTON. — Déviation du fil à plomb et variations de la gravité dans les îles Hawaï, p. 305-317.

Les conclusions de ce travail sont les suivantes :

1° Les déviations du fil à plomb sont plus grandes dans les îles que sur les montagnes continentales, probablement à cause de la légèreté relative de la masse d'eau environnante; d'autre part, le calcul de la masse des montagnes d'après la densité des éléments dont elles sont formées n'est plus ici en défaut, comme on l'a observé sur les continents, parce que, dans les îles, on l'évalue à partir du niveau réel de la mer, et non à partir du niveau de la mer relevé par l'attraction continentale.

2° Les déviations paraissent plus grandes au voisinage des volcans éteints que près des volcans en activité.

3° Les causes dites *cachées* (*hidden causes*), qui, pour l'Himalaya, amènent une variation de la gravité plusieurs fois supérieure

à celle qui résulte de l'attraction des montagnes elles-mêmes, n'existent pas aux îles Hawaï.

F.-B. PITCHER. — Spectres d'absorption de quelques solutions bleues, p. 332-336.

On sait que la couleur des liqueurs bleues ou violettes est toujours très loin de la saturation des bleus et violets spectraux, quelle que soit d'ailleurs la concentration des liqueurs ou l'épaisseur sous laquelle on les observe. La couleur de ces liqueurs est lavée de blanc et, dans les cas les plus favorables, contient toujours une assez forte proportion de rayons rouges.

M. Pitcher a étudié au spectrophotomètre des solutions de bleu de Prusse, d'outremer artificiel et d'indigo, ainsi que plusieurs préparations bleues commerciales de composition inconnue. Les premières ont fourni des spectres très caractéristiques et assez différents entre eux pour que l'examen spectrophotométrique des solutions inconnues ait indiqué, sans aucun doute possible, la nature du pigment bleu qu'elles contenaient.

L'auteur a encore étudié le tournesol neutre, acide ou alcalin, et le sulfate de cuivre neutre ou ammoniacal. Tous ces spectres accusent des minima d'intensité très caractéristiques par leur position et leur grandeur relative. L'examen spectrophotométrique peut donc fournir des renseignements précieux dans des conditions où l'examen spectroscopique ordinaire ne révélerait rien.

J.-H. LONG. — Polarisation rotatoire de quelques tartrates en dissolution, p. 351-358.

Le tartrate double de potasse et de soude $KNaC^4H^4O^6, 4H^2O$ en dissolution aqueuse possède un pouvoir rotatoire moléculaire indépendant de la concentration. On ajoute à 20^{gr} de ce sel des poids connus de divers sels inactifs, et l'on étend les dissolutions au volume fixe de 100^{cc}; les observations sont faites à $20°$ et dans des tubes de 20^{cm} de longueur.

L'addition de sels de soude produit toujours une diminution du pouvoir rotatoire, l'addition de sels de potasse ou d'ammoniaque, une augmentation. L'effet du sel inactif croît avec le poids employé.

L'effet de deux molécules de NaCl, NaBr, $NaAzO^3$ ou d'une molécule de $Na^2HPhO^4 + 12HO$ ou d'une demi-molécule de NaH^2PhO^2, H^2O est presque identiquement le même. Deux molécules de KBr, KCl, KI, $KAzO^3$, $KC^2H^3O^2$ s'équivalent aussi. D'autres sels de soude ou de potasse ne fournissent que des effets irréguliers.

M. Long pense que les phénomènes qu'il a observés s'expliquent, au moins en partie, par ce fait que le tartrate neutre de potasse possède un pouvoir rotatoire moléculaire plus fort, le tartrate neutre de soude, un pouvoir rotatoire plus faible que le tartrate double de potasse et de soude.

S.-P. LANGLEY. — Énergie et vision, p. 359-379.

L'objet de ce Mémoire est : 1° de comparer entre elles les quantités d'énergie nécessaires pour produire la vision distincte dans les diverses régions du spectre ; 2° d'obtenir une évaluation approchée de ces énergies.

1. On sait que la comparaison de l'intensité lumineuse des couleurs donne des résultats notablement différents suivant le procédé employé. M. Langley détermine les conditions dans lesquelles un petit carré de chiffres, détaché d'une page de logarithmes et encadré dans un écran noir, commence à devenir lisible. La lumière réfléchie par un héliostat est admise dans la chambre noire par une fente F_1, reçue par un collimateur et un prisme, réfléchie par un miroir argenté sur une deuxième fente F_2 ; enfin elle vient éclairer le carré de chiffres qu'on peut écarter ou rapprocher à volonté de F_2. Au besoin, on affaiblit dans un rapport connu la lumière incidente à l'aide d'un disque photométrique ou on l'augmente en élargissant la fente d'admission ; en somme, la radiation reçue par le carré de chiffres dans une même couleur peut varier de 1 à 225000 par le triple jeu de l'écran, du photomètre et de la fente.

La distribution de l'énergie dans le spectre normal, déterminée par l'échauffement d'une surface de noir de fumée (bolomètre), est suffisamment connue par les recherches antérieures de l'auteur. On connait aussi le facteur de correction qui permet de passer, pour une radiation donnée, du spectre normal au spectre prisma-

tique ou inversement. Mais il faut encore tenir compte de l'effet des deux réflexions : 1° sur l'héliostat; 2° sur le miroir. M. Langley donne à cette occasion les résultats d'expériences encore inédites qu'il a entreprises relativement au pouvoir réflecteur des miroirs argentés pour la chaleur de diverses longueurs d'onde. Pour $\lambda = 0^{\mu},35$, l'énergie est réduite dans un rapport égal à 2,70 par l'effet des deux réflexions; ce rapport devient égal à 1,27 pour $0^{\mu},50$, enfin à 1,13 pour $0^{\mu},75$. Il est donc possible de ramener les observations à ce qu'elles seraient si l'on pouvait supprimer les miroirs et remplacer le prisme par un réseau.

En divisant les valeurs corrigées des intensités lumineuses, évaluées dans ces expériences, par les valeurs correspondantes des quantités d'énergie contenues dans la lumière solaire de même longueur d'onde, on aura les intensités lumineuses conventionnelles correspondant à l'unité d'énergie pour chaque espèce de radiation.

M. Langley s'est adjoint trois collaborateurs qu'il désigne par les lettres F.W.V, B.E.L et E.M. M. Langley est légèrement presbyte, son œil est peu sensible à une lumière faible; F.W.V et B.E.L sont myopes; enfin E.M, garçon de 15 ans, jouit d'une vue parfaite. Le Tableau suivant résume les résultats des observations:

Sensibilité de l'œil pour une quantité d'énergie constante.

λ.	Langley.	F.W.V.	B.E.L.	E.M.	Moyenne.
μ					
0,34	»	0,0051	0,000	»	0,0026
0,38	»	0,0168	0,0030	»	0,0149
0,40	»	0,104	0,139	0,140	0,128
0,45	0,042	1,500	3,75	2,85	2,70
0,50	0,194	7,90	10,10	4,73	7,58
0,55	0,706	5,79	6,31	4,04	5,38
0,60	0,475	0,551	1,17	1,14	0,954
0,65	0,073	0,036	0,089	0,084	0,070
0,70	0,004	0,005	0,009	0,023	0,012
0,75	»	0,00007	0,00004	»	0,00006
0,768	»	0,00001	»	»	0,00001

Les résultats, on le voit, diffèrent beaucoup suivant la qualité de la vue de l'observateur. M. Langley a même cru ne pas devoir faire intervenir ses expériences personnelles (nombres de la

deuxième colonne) dans le calcul des moyennes. On reconnaît, en tout cas, qu'il faut une quantité d'énergie relativement énorme pour produire la vision distincte dans le rouge et dans le violet extrêmes, si on la compare avec celle qui est nécessaire dans le jaune moyen.

2. Il faut maintenant déterminer la plus petite quantité d'énergie que l'œil doit absorber, dans les diverses régions du spectre, pour produire une sensation distincte. A cet effet, on reçoit directement dans l'œil le faisceau lumineux issu de la fente F_2. Un aide placé hors de la chambre noire intercepte ou rétablit la lumière sans donner de signal, tandis que l'observateur énonce tout haut ses impressions. On affaiblit progressivement la lumière jusqu'à la limite où l'observateur commence à se tromper. Le dispositif photométrique permet de calculer le rapport de la lumière reçue par l'œil à la lumière incidente : des déterminations actinométriques sont faites simultanément et donnent l'intensité absolue de l'énergie calorifique dans la lumière incidente.

Les nombres qui suivent se rapportent à l'observateur F.W.V.

Couleurs.	λ.	Minimum d'énergie par seconde correspondant à la visibilité. En calories.	En ergs.
Violet	μ 0,40	$\frac{1}{6,3.10^{13}}$	$\frac{1}{1,5.10^{6}}$
Vert	0,55	$\frac{1}{1,5.10^{16}}$	$\frac{1}{3,6.10^{8}}$
Écarlate	0,65	$\frac{1}{6,6.10^{13}}$	$\frac{1}{1,6.10^{6}}$
Cramoisi	0,75	$\frac{1}{3,3.10^{10}}$	$\frac{4}{7,8.10^{2}}$

M. Langley a déterminé la durée minimum d'impression nécessaire pour que la lumière soit perçue avec certitude. Pour une intensité vingt fois plus forte que la dernière intensité perceptible, on a trouvé $0^s,507$; pour une intensité dix mille fois plus forte $0^s,242$. On peut donc admettre que, pour la lumière la plus faible possible, la durée minimum nécessaire à la sensation ne doit pas être de beaucoup supérieure à $0^s,5$. La plus petite quantité

d'énergie susceptible d'éveiller une sensation dans les diverses régions du spectre s'obtiendra donc en prenant la moitié des nombres du Tableau précédent. Dans la partie la plus éclatante du spectre, elle serait à peu près la septième partie d'un cent-millionième d'erg.

S.-P. LANGLEY. — Le spectre invisible du Soleil et de la Lune, p. 397-410.

Dans un Mémoire antérieur, M. Langley a annoncé que le maximum de chaleur dans le spectre lunaire correspond à une longueur d'onde de 13^{μ} à 14^{μ}, voisine de celle qui correspond aussi au maximum de chaleur rayonnée par la glace. Jusqu'ici les observations publiées par M. Langley sur le spectre solaire s'arrêtaient à $2^{\mu},8$. L'objet essentiel du présent Mémoire est de rechercher si le spectre solaire contient des radiations de très grande longueur d'onde en quantité suffisante pour être décelées par le bolomètre.

Pour résoudre cette question, l'auteur reçoit la lumière réfléchie par un héliostat sur un premier prisme de sel gemme. Au delà se trouve une fente mobile, un second prisme de sel gemme, enfin un bolomètre linéaire d'une grande sensibilité.

Le premier résultat obtenu par M. Langley a été de prolonger la description du spectre solaire calorifique jusqu'à la longueur d'onde de 5μ. Au delà des bandes sombres ω_1 et ω_2, voisines de 2μ (les dernières décrites dans le Mémoire antérieur), on trouve trois bandes sombres X, X_1, X_2 voisines de $2^{\mu},63$, $2^{\mu},88$ et $3^{\mu},02$, deux bandes plus faibles vers $3^{\mu},38$ et $3^{\mu},7$, enfin une large bande Y dont le maximum est compris entre $4^{\mu},20$ et $4^{\mu},40$. La courbe des intensités calorifiques paraît s'éteindre un peu au delà de 5^{μ}.

En déplaçant le bolomètre au delà de cette limite, on ne trouve plus rien jusque vers 10^{μ} et, si l'on bornait là les observations, on pourrait croire que toutes les radiations émises par le Soleil au delà de 5^{μ} sont complètement absorbées par notre atmosphère. Toutefois, après 10^{μ}, le bolomètre donne des indications non douteuses, quoique si faibles, que pour les rendre sensibles sur la courbe des intensités on a dû en multiplier les ordonnées par 100. Deux minima sont encore reconnaissables vers $10^{\mu},6$ et $15^{\mu},2$; les dernières radiations perceptibles atteignent 18^{μ}.

M. Langley a constaté que l'allure de la courbe des intensités dans toute la région au delà de 3^{μ} se modifie fortement suivant la saison et la hauteur du Soleil. Les bonnes observations de la partie extrême du spectre calorifique n'ont pu être faites qu'à midi et à des températures inférieures à $0°$. Dès que le Soleil s'abaisse et surtout que la température se relève, l'absorption exercée par l'atmosphère augmente au point de rendre les observations douteuses ou même les indications du bolomètre absolument nulles.

En terminant son Mémoire, M. Langley insiste sur le rôle qu'est appelée à jouer, en Météorologie, l'étude des radiations de très grande longueur d'onde. Notre atmosphère paraît relativement fort transparente pour des radiations de 11^{μ} à 14^{μ}, surtout quand elle est sèche. La chaleur rayonnée par la terre dans l'espace pendant les nuits froides, par les régions polaires, pendant la plus grande partie de l'année, doit être principalement composée de ces radiations qui dominent dans le spectre de la glace et dans le spectre lunaire, et qui, d'après les résultats du Mémoire actuel, ne font même pas défaut dans le spectre direct du Soleil.

C. BARUS. — Relations électriques générales des alliages de platine, p. 427-442.

M. Barus a préparé un grand nombre d'alliages de platine contenant moins de 10 pour 100 de métal étranger, les a façonnés sous forme de fil et a mesuré leurs résistances spécifiques à $0°$, $100°$ et $357°$ (ébullition du mercure), de façon à déterminer à la fois les valeurs c_0 de la conductibilité spécifique à $0°$ et α_0 du coefficient de variation avec la température rapporté aussi à $0°$. Il existe entre ces deux quantités une relation très sensiblement linéaire, et complètement indépendante de la nature du métal allié au platine :

$$\alpha_0 = -m + n c_0, \tag{1}$$

$$m = 0{,}0001939 \pm 0{,}0000233,$$
$$n = 0{,}03778 \pm 0{,}00054.$$

La valeur de m étant très petite, la droite représentée par l'équation (1) passe sensiblement par l'origine. Le coefficient de variation de la conductibilité avec la température est donc sensiblement proportionnel à la conductibilité elle-même ; les alliages

les plus résistants sont aussi ceux dont la conductibilité varie le moins avec la température.

La relation (1) est applicable aux expériences antérieures de MM. Barus et Strouhal ([1]) sur l'acier doux, trempé dur ou recuit à diverses températures, avec les valeurs suivantes de m et de n

$$m = -0,000303 \pm 0,000079,$$
$$n = +0,0620 \pm 0,0017.$$

Enfin les expériences de MM. Matthiessen et Vogt ([2]) vérifient aussi, quoique plus imparfaitement, la formule de M. Barus. On a respectivement pour les alliages d'or, d'argent et de cuivre :

Or	$m = -0,000045 \pm 0,000030,$ $n = +0,00721 \pm 0,00010.$
Argent	$m = -0,000112 \pm 0,000031,$ $n = +0,00538 \pm 0,00085.$
Cuivre	$m = -0,000386 \pm 0,000040,$ $n = 0,000551 \pm 0,00012.$

E. Bouty.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXVII; janvier 1889.

S.-P. Langley. — *Énergie et vision*, p. 1.

J.-A. Fleming. — *Projet d'étalon de résistance électrique*, p. 24.

F.-J. Smith. — *Instrument pour mesurer un dégagement de chaleur continu ou un courant électrique*, p. 28.

O. Heaviside. — *Solution générale des équations électromagnétiques de Maxwell dans un milieu homogène et isotrope, spécialement en vue de déterminer les solutions particulières et les formules pour le cas des ondes planes*, p. 29.

T. Pelham Dale. — *Limite supérieure de la réfraction dans le brome et l'iode*, p. 50.

J.-V. Jones. — *Calcul du coefficient d'induction mutuelle d'un cercle et d'une hélice de même axe*, p. 56.

([1]) Strouhal et Barus, *Wied. Ann.*, t. XX, p. 525; 1883.

([2]) Matthiessen et Vogt, *Phil. Mag.*, 4e série, t. XXVII, p. 467; 1863.

W. DE W. ABNEY. — *Mesure de l'intensité de la lumière réfléchie par des surfaces colorées*, p. 62.

J.-W.-W. WAGHORN. — *Note sur une modification de la méthode ordinaire pour déterminer la capacité électromagnétique*, p. 69.

J. PARKER. — *Sur les phénomènes thermo-électriques*, p. 72.

Février 1889.

J.-C. MAC CONNEL. — *Sur la polarisation de la lumière du ciel*, p. 81.

A.-W. RUCKER. — *Dimensions supprimées des quantités physiques*, p. 104.

S. NEWCOMB. — *Sur la définition des termes* énergie *et* travail, p. 115.

H. NAGASKA. — *Effets combinés de la torsion et d'une compression longitudinale sur l'aimantation du nickel. Note sur le même sujet par MM. J.-T. Bottomley et A. Tanakadaté*, p. 117.

J. TROWBRIDGE et W.-C. SABINE. — *Usage de la vapeur dans l'analyse spectrale*, p. 139.

W. SUTHERLAND. — *Réfraction moléculaire*, p. 141.

C. BARUS. — *Effets de viscosité résultant d'actions mécaniques, interprétés d'après la théorie de Maxwell*, p. 155.

T.-H. BLAKESLY. — *Quelques faits connexes aux systèmes d'unités de mesure*, p. 178.

G. HOOKHAM. — *Circuits magnétiques permanents*, p. 186.

Mars 1889.

E.-F. HERROUN. — *Écarts des forces électromotrices par rapport aux données thermochimiques*, p. 209.

J. WILLARD GIBBS. — *Comparaison de la théorie électrique de la lumière et de la théorie de Sir W. Thomson d'un éther quasi instable.* quasi labile æther. p. 238.

A.-E.-H. LOVE. — *Sur les oscillations d'un sphéroïde liquide tournant et sur la genèse de la Lune*, p. 254.

LORD RAYLEIGH. — *Histoire de la doctrine de l'énergie radiante*, p. 265.

W. BROWN. — *Note sur les aimants d'acier*, p. 270.

RECHERCHES SUR L'ÉLASTICITÉ DES SOLIDES ET LA COMPRESSIBILITÉ DU MERCURE;

Par M. E.-H. AMAGAT.

J'ai été conduit à cette étude par la nécessité de faire subir la correction de l'enveloppe aux résultats de mes recherches sur la dilatation et la compressibilité des liquides et des gaz; m'étant trouvé engagé dans cette voie, j'ai étendu mes recherches à un certain nombre de métaux, particulièrement au point de vue de la détermination du coefficient de Poisson, question assez controversée, et qui expérimentalement n'a point conduit jusqu'ici à des résultats d'ensemble nettement formulés. La première chose que j'ai cru devoir faire a été de légitimer l'emploi des formules générales de l'élasticité.

Comme il importe que les enveloppes étudiées aient rigoureusement la forme géométrique supposée par la théorie, j'ai adopté dans ces recherches la forme du cylindre circulaire à bases planes, plus facile à réaliser que les autres et conduisant à des formules assez simples.

1. *Première méthode de vérification des formules.* — Concevons deux cylindres formés de la même matière isotrope, ayant la même longueur et le même rayon intérieur R_0, mais des rayons extérieurs R et R_1 différents; comprimons ces deux cylindres d'un même nombre d'atmosphères par l'intérieur, puis par l'extérieur, puis par les deux simultanément. Si les formules sont la traduction exacte des phénomènes, nous devrons pouvoir vérifier que :

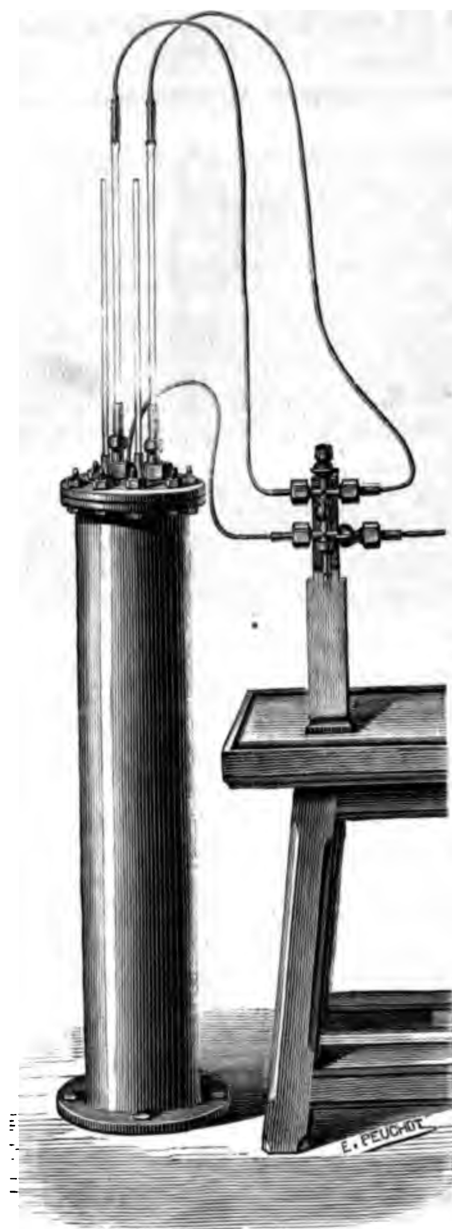
1° Dans le cas des deux pressions agissant simultanément, la variation de volume intérieur, et par suite la compressibilité apparente d'un même liquide dans les deux cylindres, est la même;

2° Le rapport des variations de volume intérieur des deux cylindres par pression extérieure est égal à $\frac{R^2(R_1^2 - R_0^2)}{R_1^2(R^2 - R_0^2)}$;

3° Ce rapport est aussi celui des variations de volume extérieur par pression intérieure;

4° Pour un même cylindre, la variation de volume intérieur par pression extérieure est égale à la variation de volume extérieur par pression intérieure.

Fig. 1.



Les expériences ont été faites avec une paire de cylindres de

bronze et deux paires de cylindres d'acier travaillés au tour avec le plus grand soin, dans des barreaux que M. Grobot, directeur des aciéries de la Marine d'Assailly, a bien voulu faire préparer spécialement dans ce but, pour les avoir aussi homogènes que possible.

Après avoir été transformés en piézomètres, ces cylindres ont été placés par paire dans l'appareil différentiel représenté par la *fig.* 1, lequel, malgré une construction notablement différente, revient au fond à l'appareil classique de Regnault disposé pour recevoir deux piézomètres.

On voit à droite, sur un support à part, une pièce portant trois robinets, dont le jeu permet, au moyen de petits tubes de cuivre flexibles, de distribuer la pression venant d'un réservoir d'air comprimé, soit à l'intérieur des piézomètres, soit à l'extérieur, soit aux deux simultanément.

Pour mesurer la déformation extérieure des piézomètres par pression intérieure, on a enveloppé chacun d'eux d'un second cylindre fermé par le bas et vissé en haut sur la face inférieure du couvercle boulonné: l'espace annulaire ainsi formé autour de chaque piézomètre est en communication avec chacune des deux tiges graduées qu'on voit émerger du couvercle à la partie antérieure; ces tiges jouent donc le même rôle que le tube correcteur de l'appareil de Jamin. Les deux tiges placées postérieurement sont celles des piézomètres.

Le réservoir tout entier, qui a plus de 1^{m} de hauteur, est plongé dans une cuve cylindrique remplie d'eau, qu'on n'a pas figurée.

Cette eau était entretenue à une température constante et aussi voisine que possible de celle du maximum de densité; dans ces circonstances, le coefficient de dilatation du liquide est sensiblement nul, ainsi que les variations de températures provenant des variations de pression, qui dans ces essais n'ont pas dépassé 7^{atm}; grâce à cet artifice, j'ai pu éviter, autant que cela est possible, les erreurs provenant des variations de température, qui sont une des grosses difficultés de ce genre d'expériences; les séries ont présenté une régularité et une concordance remarquables.

Voici le Tableau résumant l'ensemble des résultats :

Cylindres.	Valeurs de $\frac{R^2(R_1^2 - R_0^2)}{R_1^2(R^2 - R_0^2)}$ déduites des dimensions des cylindres.	des variations de volume intérieur.	des variations de volume extérieur.	Rapport des compressibilités apparentes de l'eau.	Numéros des cylindres.	Rapport des variations de volume extérieur et de volume intérieur.
Acier. 1re paire.	1,972	1,980	1,985	1,009	1	1,005
Acier. 2e paire..	3,312	3,274	3,266	0,994	2	1,005
					3	1,000
Bronze.	1,395	1,420	1,420	1,003	1	»
					2	1,006

Ces résultats sont les moyennes de plusieurs séries bien concordantes; la vérification, comme on le voit, ne laisse rien à désirer; mais il faut bien remarquer que c'est une vérification partielle nécessaire, mais non suffisante, car les formules vraies pourraient, tout en étant différentes des formules actuelles, avoir une forme telle, que les rapports vérifiés restent les mêmes; il est à remarquer que le bronze, qui ne satisfait certainement pas à la condition d'isotropie imposée par les formules, a donné d'aussi bons résultats que l'acier; il peut suffire pour ce genre de vérification que les deux cylindres comparés aient même coefficient longitudinal et même coefficient transversal.

Dans la suite de ce travail nous verrons d'autres vérifications d'un ordre tout différent et telles que l'ensemble puisse être considéré comme parfaitement concluant.

2. *Élasticité du verre et du cristal.* — J'ai cherché à déterminer, pour le verre et le cristal, le coefficient de Poisson et le coefficient de compressibilité cubique en évitant plusieurs causes d'erreur qui paraissent avoir faussé les résultats obtenus par Wertheim : d'après ce physicien, le coefficient de Poisson serait pour tous les solides égal à $\frac{1}{3}$; d'après plusieurs analystes, ce nombre doit être égal à $\frac{1}{4}$ pour tous les vrais solides isotropes : c'est aussi le résultat auquel est arrivé M. Cornu, pour le verre, en suivant une méthode purement optique.

Sans vouloir, pour le moment, discuter les expériences de Wertheim, je ferai remarquer que la mesure de l'allongement

des cylindres par traction, qui est l'une des données expérimentales de sa méthode, est déjà une opération délicate avec des cylindres réguliers, et qu'avec les tubes de verre ou de cristal, qu'il est impossible d'obtenir rigoureusement réguliers et droits, l'effet de redressement peut entraîner des erreurs notables; j'ai donc cherché pour ces deux corps à éviter la mesure d'allongement, et je me suis d'abord arrêté à la méthode que voici :

Je fais d'abord une première expérience par traction comme dans la méthode de Wertheim (indiquée par Regnault) et je détermine seulement la variation de volume intérieur; le même cylindre est ensuite comprimé par l'extérieur et je détermine encore la variation de volume intérieure; ces deux variations de volume sont exprimées par les relations

$$dV = \alpha(1 - 2\mu)VP \qquad (1)$$

et

$$dV_1 = \alpha \frac{R^2(5 - 4\mu)}{R^2 - R_0^2} P_1 V, \qquad (2)$$

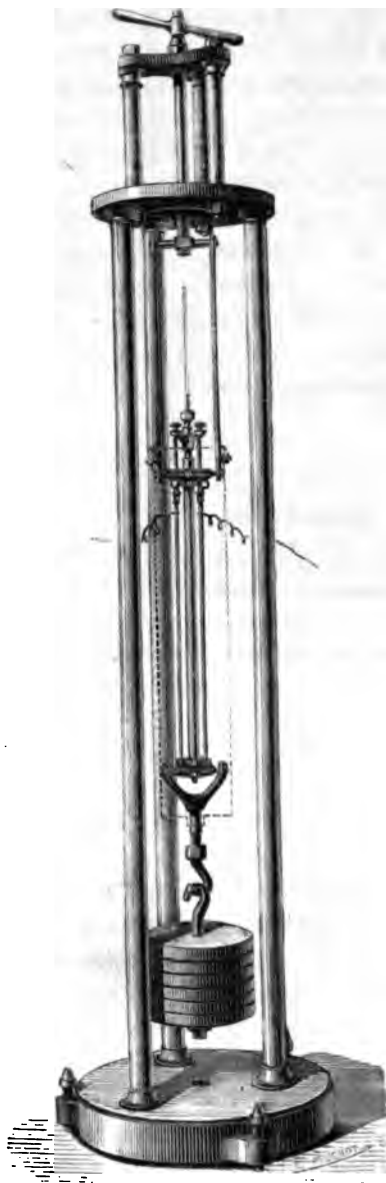
desquelles on tire les valeurs de α et de μ.

On remarquera que, si l'on désire seulement avoir le coefficient de compressibilité cubique, l'expérience par traction seule suffit; car la relation (1) donne la valeur du produit $\alpha(1 - 2\mu)$, qui est égale au tiers de ce coefficient, dont la détermination se trouve ainsi rendue indépendante de celle de μ.

Les tubes de verre et de cristal qui ont servi à ces recherches ont été étirés et recuits avec soin, spécialement dans ce but, à la cristallerie Guilbert-Martin, de Saint-Denis; pour chaque corps, on a choisi dans de grandes longueurs provenant d'une même potée les parties les plus régulières possibles, et M. Alvergniat en a fait des piézomètres, c'est-à-dire, en réalité, de grands thermomètres *à mercure* dont le réservoir avait 1^m de longueur; les bases de ces réservoirs ont été faites planes intérieurement et elles ont été prolongées par des parties massives portant des renflements destinés à fixer les deux extrémités sans masticage dans des suspensions à la Cardan par l'intermédiaire desquelles l'étirement devait être fait.

L'appareil construit pour cette opération est représenté *fig.* 2. Le cylindre soumis à la traction est ici un cylindre métallique por-

Fig. 2.



tant en plus un dispositif symétrique destiné aux mesures d'al-

longement et qu'il faut supposer supprimé dans le cas actuel.

Les rondelles de plomb formant la charge reposent d'abord sur un support placé sur le socle et qu'on n'a pas figuré; on produit la traction en soulevant le tout au moyen d'une vis entraînée par un écrou muni de deux bras, que l'on voit à la partie supérieure de l'appareil; l'opération se fait ainsi sans soubresauts et l'on évite la rupture des cylindres. Enfin on distingue en traits ponctués un grand manchon cylindrique retenu par deux petits tourillons et que l'on remplit d'eau, afin d'opérer à température constante; on remarquera du reste que, les piézomètres étant remplis de mercure, les erreurs provenant des variations de température sont moins à craindre que s'ils étaient remplis d'eau, à moins, toutefois, d'opérer comme ci-dessus à la température du maximum de densité.

Voici le Tableau résumant l'ensemble des résultats :

	Numéros des cylindres.	Cristal et verre. — Coefficients de Poisson.	Cristal et verre. — Coefficients d'allongement.	Cristal et verre. — Coefficients de compressibilité cubique.	Mercure. — Coefficients de compressibilité apparente.	Mercure. — Coefficients de compressibilité absolue.
Verre.	1.....	0,2476	0,000001434	0,000002202	0,000001696	0,000003898
	2.....	0,2450	0,000001437	0,000002200	0,000001680	0,000003880
	3.....	0,2428	0,000001419	0,000002190	0,000001744	0,000003934
	Moy.	0,2451	0,000001430	0,000002197	0,000001707	0,000003904
Cristal.	1.....	0,2538	0,000001604	0,000002369	0,000001547	0,000003916
	2.....	0,2481	0,000001603	0,000002423	0,000001502	0,000003925
	3.....	0,2534	0,000001624	0,000002403	0,000001470	0,000003937
	4.....	0,2443	0,000001580	0,000002424	0,000001530	0,000003954
	Moy.	0,2499	0,000001602	0,000002405	0,000001512	0,000003933
				Moyenne générale pour le mercure......		0,000003918

3. *Compressibilité du mercure.* — Les nombres donnés jusqu'ici varient du simple au double. Regnault avait indiqué comme valeur approchée du coefficient de compressibilité 0,000003517. Grassi, après les expériences de Wertheim, a réduit ce nombre à 0,00000295. MM. Amaury et Descamps, suivant une méthode indiquée par Jamin, sont arrivés au nombre 0,00000187.

Récemment M. le professeur Tait a obtenu 0,0000036 (*Challender,* Part IV). Enfin je viens de trouver le nombre 0,00000391 8

comme moyenne de résultats bien concordants consignés au Tableau qui précède; je n'ai eu, pour obtenir ces résultats, qu'à employer les piézomètres que j'ai décrits plus haut, dont le coefficient m'était connu et qui se trouvaient tout chargés de mercure. Les expériences ont été faites entre 1^{atm} et 50^{atm}; j'ai dû, pour obtenir la pression par l'intérieur et l'extérieur simultanément, employer un dispositif, très simple du reste, autre que celui qu'on emploie aux pressions plus faibles.

Le nombre de MM. Amaury et Descamps, qui s'écarte tant des autres, est le résultat d'expériences soignées; malheureusement, la méthode, quoique devenue classique, est notoirement inexacte. Elle suppose, en effet, que la variation de volume des parois d'un piézomètre comprimé par l'intérieur est négligeable, alors qu'en réalité elle est de l'ordre de grandeur de la correction à effectuer. M. Guillaume, qui a déjà fait cette remarque (*Comptes rendus*, 13 décembre 1886), a fait subir aux résultats de MM. Amaury et Descamps la correction la plus probable d'après les données dont on dispose et il a été conduit au nombre 0,0000039, la pression étant estimée en mégadynes. Ce résultat est pour ainsi dire identique à celui auquel je viens d'arriver.

Le résultat de M. Tait est un peu moins fort que le mien; mais il est donné comme étant un peu trop faible d'après la méthode même qui l'a fourni. Il faut aussi remarquer que les expériences que je viens de faire n'ont pas dépassé 50^{atm}, tandis que M. Tait a été jusqu'à 450^{atm}, ce qui n'a pu que diminuer la compressibilité moyenne du mercure; en tenant compte de ces observations, le résultat de M. Tait et le mien peuvent être considérés comme concordants.

SUR LES CHALEURS SPÉCIFIQUES DES DISSOLUTIONS;

PAR M. E. MATHIAS.

Lorsqu'on a besoin de connaître les chaleurs spécifiques des dissolutions de substances salines [1] (acides, bases, sels) à diffé-

[1] J'emploierai dans ce travail le mot *sel* avec le sens très général, qu'on lui donnait autrefois, de corps soluble et cristallisable.

rents degrés de concentration, on est souvent arrêté par le trop petit nombre de déterminations qui ont été réalisées et par le manque de formules *simples et générales* pour en représenter les résultats.

Plusieurs formules particulières ont cependant été proposées par MM. Schüller, Winkelmann, Marignac, Pfaundler et Berthelot pour les dissolutions aqueuses : nous allons les passer en revue.

Formules de M. Schüller (1). — Ce physicien définit une dissolution saline aqueuse par le poids p de sel dissous dans 100 parties d'eau. Soit k la chaleur spécifique du sel à l'état *solide;* la chaleur spécifique de la dissolution calculée par la *règle des mélanges* serait

$$\frac{100 + pk}{100 + p}.$$

M. Schüller représente ses expériences au moyen des trois formules suivantes

$$\gamma = A\,\frac{100 + pk}{100 + p}, \tag{1}$$

$$\gamma = (A - Bp)\,\frac{100 + pk}{100 + p}, \tag{2}$$

$$\gamma = (1 - \alpha p + \beta p^2)\,\frac{100 + pk}{100 + p}, \tag{3}$$

où A, B, α, β sont des constantes positives et où $A < 1$.

Remarquons avec M. Marignac (2) que les formules (1) et (2) ne peuvent s'appliquer aux dissolutions très étendues, puisqu'on en conclurait que la chaleur spécifique de ces dissolutions ne pourrait dépasser $A (< 1)$, quelque petite que fût la proportion de sel.

Formule de M. Winkelmann. — p ayant la même signification que précédemment, M. Winkelmann a pu représenter les expériences de MM. Schüller, Marignac et Thomsen par des formules du premier et du second degré en p, applicables dans certains in-

---

(1) J.-H. Schuller, *Pogg. Ann.*, t. CXXXVI, p. 70 et 235; 1869.

(2) Marignac, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4e série, t. XXII, p. 406; 1871.

tervalles,

$$\gamma = A - Bp,$$
$$\gamma = A - Bp + Cp^2.$$

Or, dans ces formules, purement empiriques, $A \neq 1$, bien que voisin de 1; donc la formule ne peut s'appliquer aux dilutions extrêmes ([1]).

Formule de M. Marignac. — Désignons par C la chaleur spécifique moléculaire d'une dissolution contenant n molécules d'eau pour 1 de sel; $18n$ est la chaleur spécifique moléculaire du dissolvant, et la différence $C - 18n$ peut être représentée par un développement en série ordonné par rapport aux puissances croissantes de $\frac{1}{n}$:

$$C = 18n + a + \frac{b}{n} + \frac{c}{n^2} + \frac{d}{n^3} + \dots;$$

a, b, c, d, ... sont des constantes rapidement décroissantes.

Généralement, n variant de 15 à $+\infty$, il suffit de prendre *trois* constantes; pour l'acide sulfurique, M. Marignac a été jusqu'à *quatre*.

La formule de M. Marignac et la formule (3) de M. Schüller exigent un long calcul, et, comme celles de M. Winkelmann, ne dégagent aucune loi simple pour la variation de la chaleur spécifique avec la dilution.

Formule de M. Pfaundler. — M. Pfaundler représente la chaleur spécifique moléculaire C des dissolutions aqueuses d'acide sulfurique par les deux formules ([2])

$$C = 16,25 + 7,6n,$$
$$C = 8,45 + 9,15n,$$

applicables, la première de $n = 0$ à $n = 5$, la seconde pour $n > 5$ ([3]).

([1]) A. WINKELMANN, *Pogg. Ann.*, t. CXLIX, p. 16; 1873.

([2]) BERTHELOT, *Mécanique chimique*, t. I, p. 496; PFAUNDLER, *Jahresb. der Chemie von Strecker für* 1869, p. 122.

([3]) La deuxième formule devient illusoire pour $n > 200$; car, pour $n = 270$, elle donne $\gamma = 1$, et, pour $n = \infty$, elle tend vers 1,0166. Elle ne peut donc servir pour les dissolutions très étendues.

Formule de M. Berthelot. — M. Berthelot met les chaleurs spécifiques moléculaires des dissolutions aqueuses sous la forme $18n + K$, avec

$$K = C - \frac{(C + a)18n}{18n + b};$$

C est la chaleur spécifique moléculaire du sel solide, a et b sont des constantes.

Cette formule exprime que, pour une dissolution formée par $1^{éq}$ de sel dissous dans nH^2O^2, l'excès K de la chaleur spécifique moléculaire de la dissolution sur celle du dissolvant tend, pour des dilutions extrêmes, vers une limite $-a$ qui est négative pour la plupart des sels minéraux, mais qui est positive dans le cas des acétates. La formule de M. Marignac jouit d'ailleurs de la même propriété ([1]).

Pour les dissolutions non aqueuses, aucune formule n'a été proposée; MM. Schüller et Marignac ont seulement reconnu que, dans un certain nombre de cas, la règle des mélanges est applicable ([2]).

I. *Nouvelle formule.* — La formule suivante s'applique à toutes les dissolutions, aqueuses ou non, mais dont la chaleur spécifique ne présente pas de maximum ([3]).

Considérons une dissolution contenant n équivalents ([4]) du dissolvant pour $1^{éq}$ du corps dissous; à partir d'une certaine limite inférieure de n (généralement égale à 20 ou 25, quelquefois à 15 ou 10 pour les solutions *aqueuses,* et qui s'abaisse beaucoup plus pour les autres dissolutions), la chaleur spécifique γ_n est repré-

---

([1]) BERTHELOT, *Mécanique chimique*, t. I, p. 126.

([2]) BERTHELOT, *Mécanique chimique*, t. I, p. 494. En particulier, le chloroforme et le sulfure de carbone ont des chaleurs spécifiques qui ne diffèrent que de moins de $\frac{1}{20}$ de leur valeur (0,2337 et 0,2442); il est illusoire pour ces corps de chercher à vérifier la règle des mélanges, comme l'a tenté M. Schüller, dont les expériences relatives à un mélange déterminé présentent d'ailleurs des différences de l'ordre du *vingtième*.

([3]) Comme la dissolution d'alcool dans l'eau, par exemple.

([4]) Il ne paraît pas y avoir avantage à se servir pour cette formule de la notation atomique plutôt que de celle des équivalents.

sentée par la formule

$$\gamma_n = \frac{a + n}{b + n} c; \tag{4}$$

c est la chaleur spécifique du dissolvant, a et b sont des constantes [1].

Voici quelques exemples de vérifications pris dans des séries de corps très différentes :

DISSOLUTIONS AQUEUSES [2].

n.	$HCl + nHO$ calculé.	$HCl + nHO$ observé.	OBSERVAT.	$CrO^3 + nHO$ calculé.	$CrO^3 + nHO$ observé.	OBSERVAT.	$NaO, HO + nHO$ calculé.	$NaO, HO + nHO$ observé.	OBSERVAT.	$KO, HO + nHO$ calculé.	$KO, HO + nHO$ observé.	OBSERVAT.
∞...	1	1		1	1		1	1		1	1	
400..	0,9820	0,9835	Mar.	»	»	»	0,9828	0,983	Th.	0,9757	0,975	Th.
Id..	Id.	0,979	Th.	»	»	»	»	»	»	»	»	»
200..	0,9649	0,9650	Mar.	0,9696	0,9698	Mar.	0,9680	0,968	Th.	0,9540	0,954	Th.
Id...	Id.	0,964	Th.	»	»	»	»	»	»	»	»	»
100..	0,9330	0,9336	Mar.	0,9422	0,9419	Mar.	0,9436	0,942	Th.	0,9164	0,916	Th.
Id...	Id.	0,932	Th.	»	»	»	»	»	»	»	»	»
60..	»	»	»	»	»	»	0,9190	0,919	Th.	0,8760	0,876	Th.
50.	0,8778	0,8789	Mar.	0,8951	0,8962	Mar.	»	»	»	»	»	»
40..	0,8529	0,855	Th.	»	»	»	»	»	»	»	»	»
30..	»	»	»	»	»	»	0,8794	0,878	Th.	»	»	»
25..	0,7900	0,7881	Mar.	0,8227	0,8251	Mar.	»	»	»	»	»	»
10..	»	»	»	0,6974	0,6964	Mar.	»	»	»	»	»	»
	$\gamma_n = \frac{2,73 + n}{10,1 + n}$			$\gamma_n = \frac{4,8 + n}{11,22 + n}$			$\gamma_n = \frac{24,023 + n}{31,43 + n}$			$\gamma_n = \frac{12,326 + n}{22,564 + n}$		

[1] Si l'on se sert de la formule (4) pour calculer la chaleur spécifique moléculaire, celle-ci affec la forme que lui donne M. Berthelot, bien que les deux formules soient irréductibles. On le vo aisément en tirant de la formule de M. Berthelot l'expression de la chaleur spécifique γ_n: el se présente sous la forme du quotient de deux trinômes du second degré en n, alors que la formu (4) est le quotient de deux binômes linéaires.

[2] Mar., Marignac. Th., Thomsen.

DISSOLUTIONS AQUEUSES.

n.	$NaCl+n\,HO$ calculé.	$NaCl+n\,HO$ observé.	OBSERVAT.	$KO,CO^2+n\,HO$ calculé.	$KO,CO^2+n\,HO$ observé.	OBSERVAT.	$NaO,SO^3+n\,HO$ calculé.	$NaO,SO^3+n\,HO$ observé.	OBSERVAT.	$C^{12}H^{11}O^{11}+n\,HO$ calculé.	$C^{12}H^{11}O^{11}+n\,HO$ observé.	OBSERVAT.
....	1	1		1	1		1	1		1	1	
o..	0,9796	0,9782	Mar.	»	»	»	»	»	»	0,9738	0,9742	Mar.
d...	Id.	0,978	Th.	»	»	»	»	»	»	»	»	»
o..	0,9611	0,9596	Mar.	0,9549	0,9543	Mar.	0,9578	0,9576	Mar.	0,9500	0,9500	Mar.
d...	Id.	0,962	Th.	»	»	»	»	»	»	»	»	»
o..	0,9287	0,9281	Mar.	0,9160	0,9157	Mar.	0,9250	0,9250	Mar.	0,9082	0,9091	Mar.
d...	Id.	0,931	Th.	»	»	»	»	»	»	»	»	»
o..	0,8931	0,895	Th.	»	»	»	»	»	»	»	»	»
o..	0,8778	0,8761	Mar.	0,8519	0,8509	Mar.	0,8769	0,8755	Mar.	0,8424	0,8425	Mar.
o..	0,8575	0,863	Th.	»	»	»	»	»	»	»	»	»
5..	0,8100	0,8100	Mar.	0,7604	0,7596	Mar.	0,8191	0,8191	Mar.	0,7545	0,7558	Mar.
5..	»	»	»	0,6820	0,6831	Mar.	»	»	»	»	»	»
	$\gamma_n=\frac{11,45+n}{20+n}$			$\gamma_n=\frac{5,8+n}{15,5+n}$			$\gamma_n=\frac{18,51+n}{28,12+n}$			$\gamma_n=\frac{8,778+n}{19,77+n}$		

DISSOLUTIONS NON AQUEUSES.

Dissolutions dans le sulfure de carbone.

n.	$I+n\,CS^2$ calculé.	$I+n\,CS^2$ observé.	n.	$S+n\,CS^2$ calculé.	$S+n\,CS^2$ observé.	OBSERVATEUR.
∞....	0,238	0,238	∞.......	0,238	0,238	Marignac
40...	0,2280	0,228	10......	0,2350	0,235	Id.
20...	0,2194	0,219	4......	0,2326	0,232	Id.
»...	»	»	2......	0,2307	0,232	Id.
»...	»	»	1......	0,229	0,229	Id.
0...	0,1082	0,1082	0......	0,226	<0,234	Id.
	$\gamma_n=\frac{1,518+n}{3,34+n}\,0,238$			$\gamma_n=\frac{3,33+n}{3,5-n}\,0,233$		

Dissolution dans l'alcool.

n.	$C^{12}H^6 + nC^4H^6O^2$ calculé.	$C^{12}H^6 + nC^4H^6O^2$ observé.	OBSERVATEUR.
x......	0,6067	0,6067	Schüller
6,845..	0,5862	0,5862	Id.
3,424..	0,5697	0,5666	Id.
2,327..	0,5569	0,5565	Id.
1,612..	0,5424	0,5465	Id.
0......	0,4194	0,4194	Id.
	$\gamma_n = \dfrac{0,5815 + n}{0,8412 + n}\, 0,6067$		

Comme on le voit, la concordance entre les résultats calculés et observés atteint le plus souvent $\frac{1}{1000}$, c'est-à-dire dépasse l'exactitude des expériences.

J'ai vérifié la généralité ([1]) de la formule (4) en calculant *toutes* les expériences de MM. Marignac et Thomsen sans exception. La vérification a porté sur *quatre-vingts* corps environ. L'erreur atteint rarement 3 unités du troisième ordre décimal ([2]).

Seul de tous les sels examinés, le *chlorure de zinc* en dissolution aqueuse étendue n'obéit pas rigoureusement à ma formule; on sait que les dissolutions de ce sel, quand on les étend d'eau, laissent déposer de l'oxychlorure de zinc. Je me borne à enregistrer cette remarquable exception ([3]).

([1]) Elle s'applique également aux dissolutions des mélanges de sels et aux dissolutions des sels dissociables (exemple, bisulfate de soude).

([2]) Surtout pour les expériences de M. Marignac, quand l'erreur atteint 4 unités, comme pour le chlorure de magnésium (22°-52°) et l'azotate de soude (22°-52°), on doit en conclure qu'on se trouve en présence d'une erreur expérimentale fortuite. Dans les cas précédents, l'irrégularité de l'expérience à 100 molécules d'eau est évidente dans le Tableau dressé par M. Marignac lui-même (p. 420 des *Annales de Chimie*, t. VIII; 1876).

([3]) Signalons cependant que $\gamma = \dfrac{0,8557 + n}{7,516 + n}$ représente d'une façon remarquablement exacte les expériences de M. Marignac depuis $n = 10$ jusqu'à $n = 50$ (la chaleur spécifique variant de 0,6 à 0,9); pour $n = 100$ l'erreur atteint 5 unités du troisième ordre, et 8 unités pour $n = 200$.

Le Tableau suivant donne les valeurs de a et de b pour toutes les expériences de MM. Marignac [1] et Thomsen [2], ainsi que la limite inférieure (n) jusqu'où la formule correspondante est applicable; la dernière colonne (p) indique le poids maximum de sel dissous dans 100^{gr} d'eau, correspondant à n :

(1) MARIGNAC, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4e série, t. XXII, p. 385; 1871, et 5e série, t. VIII, p. 410; 1876.

(2) THOMSEN, *Thermochemische Untersuchungen*, t. I, p. 25 et suivantes.

CORPS.	TEMPÉRATURES.	EXPÉRIMENTATEURS.	COEFFICIENTS de la formule *a*.	*b*	SOLUTION la plus concentrée à laquelle la formule s'applique *n*.	*p*.
		Chlorures, bromures, iodures.				
H Cl	20-24°	Mar.	1,974	9,227	12,5	32,44
	16-20	Th.			20	20,28
K Cl	17-22	Mar.	5,046	16,225	50	16,55
	16-20	Th.	6,388	17,816	30	27,60
	20-51	Mar. et Andrews	5,699	16,754	50	16,55
K Br	20-51	Mar. et Th.	5,486	22,147	50	26,44
KI	20-51	Mar. et Th.	2,635	23,585	50	36,88
Na Cl	16-20	Mar.	13,499	22,488	25	26,00
	16-20	Th.	11,74	20,00	20	32,50
	0-15	Person	9,68	17,78	19,935	32,60
	22-52	Mar.	8,821	17,002	50	13,00
Na Br	20-52	Th. et Mar.	7,318	20,833	50	22,88
Na I.	20-51	Th. et Mar.	4,1076	23,575	50	33,33
AzH^4Cl	16-20	Th.	5,326	12,553	20	29,72
	20-52	Mar.	5,209	12,139	25	23,77
Ca Cl	20-25	Th. et Mar.	4,530	14,08	50	12,33
	21-51	Mar.	3,543	12,866	25	24,66
Sr Cl	21-26	Mar.	4,096	16,433	50	17,55
	19-51	Mar.	6,032	18,625	50	17,55
Ba Cl	22-27	Th. et Mar.	2,342	17,105	50	23,11
	21-52	Mar.	1,990	16,611	50	23,11
Mg Cl	18-23	Mar.	5,538	14,527	50	10,55
	22-52	Mar.	2,30	10,367	15	38,15
			4,144	12,77	25	21,11
Mn Cl	19-52	Mar.	9,553	19,98	50	14,00
Ni Cl	24-55	Mar.	7,536	19,252	25	28,80
Cu Cl	19-51	Mar.	8,149	17,553	25	29,86
		Azotates.				
AzO^5, HO	16-20	Th.	6,5480	14,568	20	35,00
	21-52	Mar.	16,654	19,33	25	28,00
KO, AzO^5	16-20	Th.	15,804	29,091	50	22,44
	18-23	Mar.	14,086	27,027	50	22,44
	22-52	Mar.	2,576	19,078	50	22,44

CORPS.	TEMPÉRATURES.	EXPÉRIMENTATEURS.	COEFFICIENTS de la formule		SOLUTION la plus concentrée à laquelle la formule s'applique	
			a.	*b*.	*n*.	*p*.
			Azotates. (Suite.)			
NaO, AzO^5	16-20°	Th.	13,857	24,027	20	47,22
	18-23	Mar.	19,545	30,011	50	18,88
	0-20	Person	10,70	19,67	14,4	65,49
	22-52	Mar.	11,486	20,918	25	37,77
AzH^4O, AzO^5	16-20	Th.	10,658	19,077	40	22,22
	20-52	Mar.			25	35,55
AzO, AzO^5	25-52	Mar.	5,082	15,083	50	16,88
CaO, AzO^5	20-25	Mar.	9,744	20,528	50	18,22
	21-51	Mar.	8,485	19,117	15	60,74
SrO, AzO^5	21-26	Mar.	7,4805	20,724	100	11,72
	19-51	Mar.	10,917	24,571	100	11,72
PbO, AzO^5	21-26	Th. et Mar.	7,017	25,95	50	36,66
	18-51	Mar.	5,611	24,148	50	36,66
MgO, AzO^5	17-22	Mar.	5,398	15,167	50	16,44
	21-52	Mar.	5,773	15,662	15	54,81
MnO, AzO^5	19-51	Mar.	7,042	18,56	50	19,88
NiO, AzO^5	24-55	Mar.	6,791	19,333	25	40,66
CuO, AzO^5	18-50	Mar.	3,335	14,602	50	20,81
ZnO, AzO^5	20-52	Mar.	4,966	16,758	25	42,09
			Sulfates.			
SO^3, HO	16-20	Mar.	3,901	8,854	15	36,30
	16-20	Th.	2,407	7,074	15	36,30
KO, SO^3	18-23	Th. et Mar.	8,192	20,682	100	9,68
	19-52	Mar. et Andrews	9,339	21,218	100	9,68
NaO, SO^3	16-20	Th.	21,014	31,429	65	12,13
	19-24	Mar.	17,641	27,278	50	15,77
	21-52	Mar.	16,562	25,741	25	31,55
$(NaO, HO)^{\frac{1}{2}}, SO^3$	20	Mar.	15,247	21,35	25	26,66
AzH^4O, SO^3	16-20	Th.	11,946	24,154	30	24,44
	19-51	Mar.	7,172	15,065	25	29,33
MgO, SO^3	16-20	Th.	8,657	18,492	20	33,33
	19-24	Mar.	11,481	21,043	50	13,33
	22-52	Mar.	18,206	28,488	50	13,33

CORPS.	TEMPÉRATURES.	EXPÉRIMENTATEURS.	COEFFICIENTS de la formule		SOLUTION la plus concentrée à laquelle la formule s'applique	
			a.	*b.*	*n.*	*p.*
		Sulfates. (Suite.)				
MnO, SO^3	19-51°	Mar.	4,755	14,876	50	16,77
NiO, SO^3	25-56	Mar.	4,018	14,53	50	17,22
CuO, SO^3	18-23	Th. et Mar.	7,421	18,269	50	17,70
	20-53	Mar.	9,843	20,238	50	17,70
ZnO, SO^3	20-52	Mar.	4,619	14,868	50	17,93
GlO, SO^3	21-52	Mar.	3,789	9,748	25	23,40
$Al^{\frac{2}{3}}O, SO^3$	21-53	Mar.	6,647	12,676	25	25,40
		Chromates.				
CrO^3, HO	21-53	Mar.	4,800	11,22	10	65,83
KO, CrO^3	20-51	Mar.	5,372	18,318	50	21,64
NaO, CrO^3	21-52	Mar.	13,313	24,056	25	36,13
AzH^4O, CrO^3	22-53	Mar.	6,105	14,042	25	33,88
		Carbonates.				
KO, CO^2	22-27	Mar.	8,564	19,24	50	15,36
	21-52	Mar.	5,800	15,5	15	51,22
NaO, CO^2	16-20	Th.	41,045	51,613	50	11,79
	21-26	Mar.	19,052	26,41	50	11,79
	21-52	Mar.	21,634	28,918	25	23,58
		Phosphates, arséniates, pyrophosphates, métaphosphates.				
$NaO, 2HO, PhO^5$	24-55	Mar.	10,148	21,232	50	26,66
$NaO, 2HO, AsO^5$	26-57	Mar.	13,072	30	50	36,44
$2NaO, HO, PhO^5$	23-54	Mar.	63,170	81,616	200	7,88
	20-24	Person et Mar.	61,66	80	200	7,88
$2NaO, HO, AsO^5$	25-56	Mar.	34,998	57,894	100	20,66
$2NaO, PhO^5$	24-55	Mar.	15,205	29,552	200	7,40
NaO, PhO^5	24-55	Mar.	8,763	19,074	50	22,66

CORPS.	TEMPÉRATURES.	EXPÉRIMENTATEURS.	COEFFICIENTS de la formule		SOLUTION la plus concentrée à laquelle la formule s'applique	
			a.	*b*.	*n*.	*p*.
			Acétates.			
$HO, C^4H^3O^3$	21-52°	Mar.	0,5372	2,819	10	66,66
$KO, C^4H^3O^3$	20-51	Mar. et Andrews	8,36	18,168	25	43,62
$NaO, C^4H^3O^3$	16-20	Th.	21,115	29,135	40	22,77
	20-25	Mar.	27,991	36,407	50	18,22
	19-52	Mar.	15,275	22,23	50	18,22
$CaO, C^4H^3O^3$	20-25	Mar.	8,365	15,476	50	17,55
	22-52	Mar.	14,329	21,804	50	17,55
$SrO, C^4H^3O^3$	20-52	Mar.	11,636	22,47	50	22,83
$BaO, C^4H^3O^3$	19-52	Mar.	10,149	23,658	50	28,33
$PbO, C^4H^3O^3$	21-26	Mar.	7,692	22,798	50	36,11
	18-51	Mar.	5,749	20,06	25	72,22
$MgO, C^4H^3O^3$	21-52	Mar.	7,772	13,8	50	15,87
$MnO, C^4H^3O^3$	19-52	Mar.	11,419	18,724	50	19,22
$NiO, C^4H^3O^3$	25-56	Mar.	15,561	23,31	50	19,66
$ZnO, C^4H^3O^3$	19-51	Mar.	1,40	6,20	30	33,96
			Oxalates.			
$C^4H^2O^8$	20-52	Mar.	34,476	42,711	100	10.00
$C^4K^2O^8$	21-52	Mar.	11,953	33,452	100	18,47
			Bases.			
KO, HO	16-20	Th.	12,326	22,564	60	10,37
NaO, HO	16-20	Th.	28,954	36,894	15	29,63
			Substances organiques.			
$C^8H^6O^{12}$ (acide tartrique)	16-20	Th.	14,2	25,0	50	33,77
$C^{12}H^{11}O^{11}$ (sucre)	16-20	Mar.	8,778	19,77	25	76,00

Remarque. — Dans le Tableau précédent, j'ai joint aux expériences de MM. Marignac et Thomsen celles de Person [1] et d'Andrews [2], qui concordent avec elles. Cette concordance n'existe pas toujours, même entre les nombres de MM. Marignac et Thomsen, et il n'est pas toujours possible [3] de trouver un système de valeurs de a et b pouvant représenter à la fois les expériences de ces deux expérimentateurs avec la précision que M. Marignac admet pour ses déterminations, c'est-à-dire à 2 ou rarement à 3 unités du troisième ordre décimal. En conséquence, j'ai généralement calculé une formule particulière pour représenter les nombres de chaque expérimentateur, ce qui m'a toujours été possible, avec cet ordre d'approximation.

Bien que la formule s'applique surtout aux dissolutions étendues, dans beaucoup de cas elle est encore applicable, avec la même précision, à des dissolutions relativement très concentrées. C'est ainsi que le poids de sel dissous dans 100^{gr} d'eau atteint 76^{gr} dans le cas du sucre, $72^{gr},22$ pour l'acétate de plomb, $66^{gr},66$ pour l'acide acétique, etc. [4].

II. *Signification de la formule* (4). — La formule proposée s'interprète assez simplement. Soit e l'équivalent du dissolvant; posons

$$\gamma_0 = \frac{ae}{b}, \qquad E = eb;$$

---

[1] PERSON, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XXXIII, p. 437; 1851. — Les nombres acceptables de cet expérimentateur sont toujours un peu plus grands que ceux de MM. Marignac et Thomsen; quant à ceux que je n'ai pas cités, ils sont en désaccord formel avec les résultats de ces expérimentateurs. Il en est de même pour la plupart des déterminations de M. Schüller, comme M. Winkelmann l'a remarqué le premier (*Pogg. Ann.*, t. CXLIX, p. 20, 21 et 22).

[2] ANDREWS, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XIV, p. 92; 1845.

[3] Comme j'ai réussi à le faire pour les exemples des pages 208 et 209.

[4] Afin de rendre aussi *comparables* que possible les valeurs de a et de b trouvées pour les divers sels, on a généralement admis pour définir ces coefficients les systèmes de valeurs de $n = 25$ et 100 ou 50 et 200, selon que la valeur de n la plus petite était 25 ou 50.

Lorsqu'il a existé des déterminations pour $n = 25$, il a toujours été possible de trouver une formule applicable de $n = 25$ à $n = \infty$; lorsque, dans la Table précédente, la limite de n est plus grande que 20 ou 25, c'est qu'il n'existait de déterminations que pour des dissolutions plus étendues.

la relation (4) peut se mettre sous la forme (5)

$$(5)\qquad E\gamma_0 + nec = \gamma_n(E + ne),$$

d'où le théorème suivant :

On obtient la formule proposée en appliquant à la dissolution, à partir d'une certaine valeur minimum de n, la règle des mélanges (ou loi de Wœstyn), à la condition d'attribuer au corps dissous un nouvel équivalent (E) *et une nouvelle chaleur spécifique à l'état liquide* (γ_0), *tous deux indépendants de la dilution.*

Lorsqu'il est possible ([1]) d'identifier γ_0 avec la chaleur spécifique à l'état liquide du corps dissous, le théorème précédent se simplifie :

On peut, à partir d'une certaine valeur minimum de n, appliquer la loi de Wœstyn à la dissolution, à la seule condition d'attribuer au corps dissous un nouvel équivalent (E) *indépendant de la dilution.*

Dans tous les cas, la formule proposée n'est qu'une forme plus générale de la règle des mélanges ([2]).

([1]) C'est le cas de la dissolution d'iode dans le sulfure de carbone, de la dissolution de benzine dans l'alcool (*voir* p. 210); pour la solution aqueuse d'acide sulfurique (Thomsen), γ_0 coïncide avec les nombres donnés par Kopp et Pfaundler pour la chaleur spécifique de l'acide monohydraté.

Mais, pratiquement, on ne devra jamais sacrifier l'exactitude de la formule au désir de simplifier sa signification théorique par de telles identifications.

([2]) Si l'on désigne γ_0 et E par les expressions de *chaleur spécifique apparente à l'état liquide* et d'*équivalent apparent* du corps dissous, on peut, d'une façon très symétrique, donner des significations aux constantes a et b, ainsi qu'à $\frac{a}{b}$. On a en effet

$$a = \frac{E\gamma_0}{ec}, \qquad b = \frac{E}{e}, \qquad \frac{a}{b} = \frac{\gamma_0}{c}.$$

Par conséquent :

a est le rapport de la chaleur spécifique moléculaire apparente du corps dissous à la chaleur spécifique moléculaire du dissolvant;

b est le rapport de l'équivalent apparent du corps dissous à l'équivalent du dissolvant;

$\frac{a}{b}$ est le rapport de la chaleur spécifique apparente du corps dissous (*à l'état liquide*) *à la chaleur spécifique du dissolvant.*

Relations tirées de la formule proposée. — Il y a lieu de remarquer que les corps qui ont des analogies chimiques présentent généralement ([1]) des valeurs de b très voisines et, par suite, des équivalents *apparents* ($E = eb$) sensiblement égaux. C'est le cas des sulfates et des chromates de même base, des sulfates de la série magnésienne, des chlorures, bromures et iodures alcalins, etc. On s'en convaincra par le Tableau suivant extrait du Tableau général (p. 212 à 215) et exclusivement formé avec les nombres de M. Marignac.

TEMPÉRATURE.	CORPS.	b.	TEMPÉRATURE.	CORPS.	b.
20°-51°	KCl	16,754	19°-51°	$\mathrm{AzH^4O, SO^3}$	15,065
22-51	NaCl	17,002	22-53	$\mathrm{AzH^4O, CrO}$	14,042
19-51	SrCl	18,625	19-51	$\mathrm{MnO, SO^3}$	14,876
21-52	BaCl	16,611	25-56	$\mathrm{NiO, SO^3}$	14,53
			20-52	$\mathrm{ZnO, SO^3}$	14,868
20-51	KBr	22,147			
20-52	NaBr	20,833	21-52	$\mathrm{NaO, SO^3}$	25,74
20-51	KI	23,585	21-52	$\mathrm{NaO, CrO^3}$	24,05
20-51	NaI	23,575	19-52	$\mathrm{KO, SO^3}$	21,218
			20-51	$\mathrm{KO, CrO^3}$	18,238
21-52	$\mathrm{HO, AzO^5}$	19,33			
21-52	$\mathrm{KO, AzO^5}$	19,078	19-52	$\mathrm{NaO, C^4H^3O^3}$	22,23
20-52	$\mathrm{NaO, AzO^5}$	20,918	22-52	$\mathrm{CaO, C^4H^3O^3}$	21,804
20-51	$\mathrm{AzH^4O, AzO^5}$	19,077	20-52	$\mathrm{SrO, C^4H^3O^3}$	22,47
21-51	$\mathrm{CaO, AzO^5}$	19,117	19-52	$\mathrm{BaO, C^4H^3O^3}$	23,658
19-51	$\mathrm{MnO, AzO^5}$	18,56	18-51	$\mathrm{PbO, C^4H^3O^3}$	20,06
24-55	$\mathrm{NiO, AzO^5}$	19,33	25-56	$\mathrm{NiO, C^4H^3O^3}$	23,31

Il y a plus, et l'on peut imposer à chacun de ces groupes de corps une même valeur simple de b, 15, 20, 25, par exemple, sans altérer notablement l'exactitude de la formule, tout au moins pour $n \geqq 25$ ([2]).

En effet, dans la résolution des équations qui servent à calculer a et b au moyen de deux valeurs de γ, b en particulier est le

([1]) Les phosphates et arséniates paraissent faire exception à cette règle.

([2]) Il suffit alors de prendre a avec deux décimales au plus. Voici quelques

quotient de deux quantités très petites; une faible variation dans les valeurs admises pour γ fait varier très sensiblement le rapport qui donne b et, par suite, a. Cette indétermination est d'autant moindre qu'il a été fait des expériences sur des dissolutions plus concentrées ([1]).

Considérons en particulier les corps qui admettent des valeurs de b égales. Il existe alors entre les chaleurs spécifiques γ, γ' de deux dissolutions aqueuses d'un même groupe, et pour une même concentration, une relation *linéaire* dépendant d'un *seul* coefficient x, et qui est de la forme

$$\gamma' = x\gamma + 1 - x.$$

Si l'on a

$$\gamma = \frac{a + n}{b + n}, \qquad \gamma' = \frac{a' + n}{b + n},$$

exemples de formules simples trouvées de cette façon et qui le cèdent à peine en précision à celles du Tableau des pages 212-215.

TEMPÉRATURES.	CORPS.	a.	b.	EXPÉRIMENTATEURS.	TEMPÉRATURES.	CORPS.	a.	b.	EXPÉRIMENTATEURS.
16-20°	NaO,HO	22,7	30	Th.	21-52°	GlO,SO^3	4	10	M.
16-20	KO,HO	10	20	Th.	20	$(NaO,HO)^{\frac{1}{2}}$,SO^3	14	20	M.
16-20	HCl	2,65	10	Th. et M.	19-24	MgO,SO^3	10,4	20	M.
21-52	$C^4H^4O^4$	2,47	5	M.	22-53	CuO,SO^3	9,65	20	M.
16-20	$C^4H^4O^{12}$	9,8	20	Th.	18-23	CuO,SO^3	9	20	M.
					18-23	KO,SO^3	7,6	20	M.
16-20	NaCl	11,45	20	Th.	20-51	KO,CrO^3	6,75	20	M.
16-20	KCl	8	20	Th.					
20-52	KBr	6,5	20	M.	20-52	AzH^4O,AzO^5	11,5	20	Th. et M.
24-55	NiCl	8,15	20	M.	24-55	NiO,AzO^5	7,4	20	M.
19-52	MnCl	9,57	20	M.	19-51	ZnO,$C^4H^3O^3$	4,83	10	M.
20	$C^{12}H^{11}O^{11}$	9	20	M.	21-52	$K^2C^4O^4$	8,8	20	M.

([1]) Dans le cas de sels très solubles pour lesquels la chaleur spécifique n'aurait été mesurée que jusqu'à $n = 50$, par exemple, il y aurait danger à extrapoler beaucoup en deçà de cette limite, puisque les dissolutions étendues déterminent mal le système (a, b).

on trouve facilement

$$x = \frac{b - a'}{b - a}.$$

Le coefficient x se détermine simplement, et sans passer par l'intermédiaire de la formule (4), en remarquant que $x = \frac{1 - \gamma'}{1 - \gamma}$; c'est donc *le rapport constant qui existe entre les compléments des chaleurs spécifiques correspondant à des dilutions égales*.

Le rapport x connu permet de calculer γ' au moyen de γ, comme le montre le Tableau suivant [1], où γ et γ' sont les nombres expérimentaux de M. Marignac :

---

[1] Dans le cas plus général où $\gamma = \frac{a + n}{b + n} c$, $\gamma' = \frac{a' + n}{b + n} c'$, la relation linéaire est de la forme

$$\gamma' = x\gamma + c' - cx \qquad \text{avec} \qquad x = \frac{b - a'}{b - a} \frac{c'}{c},$$

et x peut se calculer, sans passer par les formules précédentes, en remarquant que l'on a $x = \frac{c' - \gamma'}{c - \gamma}$.

n.	γ.	γ'.	$\dfrac{1-\gamma'}{1-\gamma}$.	x.	γ' calculé.
		Iodures de potassium et de sodium.			
400	0,9560	0,9505	1,1250	1,132	0,9502
200	0,9174	0,9063	1,1348		0,9065
100	0,8499	0,8301	1,1319		0,8301
50	0,7490	0,7153	1,1342		0,7158
		Chlorures de potassium et de sodium.			
200	0,9623	0,9490	1,3527	1,356	0,9489
100	0,9304	0,9055	1,3577		0,9056
50	0,8779	0,8344	1,3562		0,8344
		Acide azotique et azotate de potasse.			
200	0,9618	0,9475	1,3743	1,34	0,9488
100	0,9273	0,9028	1,3370		0,9026
50	0,8752	0,8335	1,3341		0,8327
		Azotates de soude et de nickel.			
200	0,9610	0,9409	1,5128	1,485	0,9420
100	0,9293	0,8949	1,4865		0,8950
50	0,8797	0,8228	1,4730		0,8213
25	0,8090	0,7171	1,4811		0,7163
		Sulfate et chromate de soude.			
200	0,9596	0,9511	1,2104	1,20	0,9515
100	0,9270	0,9134	1,1863		0,9124
50	0,8784	0,8560	1,1842		0,8541
25	0,8191	0,7810	1,2106		0,7829

Pour deux corps du même groupe, on peut donc passer de l'un à l'autre au moyen d'un seul coefficient et avec une exactitude qui atteint le plus souvent $\frac{1}{1000}$, pour $n \geqq 25$.

Dans le cas de deux corps ayant des valeurs de b différentes, $b' = kb$, la relation linéaire précédente subsiste, mais les chaleurs spécifiques qu'il faut prendre sont γ'_{kn} et γ_n, c'est-à-dire *celles qui correspondent à un rapport des dilutions constant et égal à k.*

Le coefficient x se détermine comme précédemment. Voici quelques exemples où $k = 2$:

n.	γ_n.	γ'_{2n}.	$\frac{1-\gamma'_{2n}}{1-\gamma_n}$ ou $\frac{1-\gamma_n}{1-\gamma'_{2n}}$.	x.	CALCULÉ.
			Acide sulfurique et sulfate de cuivre.		
100	0,9545	0,9503	1,0923		0,9506
50	0,9155	0,9084	1,0840	1,086	0,9082
25	0,8537	0,8411	1,0861		0,8411
			Acide chlorhydrique et chlorure de potassium.		
100	0,9336	0,9483	1,2843		0,9348
50	0,8786	0,9032	1,2531	1,26	0,8780
25	0,7881	0,8312	1,2553		0,7873

Dans son étude sur les chaleurs spécifiques des dissolutions salines, M. Marignac avait posé les deux questions suivantes ([1]) : « Ces chaleurs spécifiques sont-elles tellement liées à la nature des acides et des bases qu'elles forment des séries exactement parallèles, de telle sorte que l'on puisse les calculer, au moins approximativement, comme on peut le faire pour les densités, lorsqu'on a déterminé, par d'autres sels, l'influence séparée de la base et de l'acide, ou bien varient-elles d'un sel à l'autre par des causes indépendantes de la base et de l'acide? »

De l'existence des relations linéaires que j'ai signalées il résulte que, pour de nombreux groupes de corps, chimiquement semblables, les chaleurs spécifiques des dissolutions étendues forment des séries exactement parallèles, et que les acides et les bases ne paraissent en aucune façon se distinguer des sels proprement dits, ni posséder une action séparée constante ([2]).

([1]) MARIGNAC, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 5e série, t. VIII, p. 410; 1871.

([2]) Car le coefficient x des relations linéaires varie d'une façon tout à fait arbitraire.

SUR LE SIÈGE DE LA FORCE ÉLECTROMOTRICE DE CONTACT;

PAR M. A. POTIER.

Un article de M. Gouy (¹) a récemment appelé l'attention sur la différence apparente de potentiel des métaux en contact. M. Gouy est porté à voir dans des actions chimiques la cause de cette différence, et assimile le condensateur formé de deux plateaux zinc et cuivre, réunis par un conducteur métallique, à une pile extrêmement résistante, où l'air remplacerait le liquide actif; l'énergie nécessaire à l'entretien de ce courant serait fournie par l'oxydation de traces de zinc.

On peut objecter à cette manière de voir que, si l'on rapproche et éloigne alternativement les deux plateaux du condensateur, il devrait y avoir aussi alternativement oxydation et désoxydation du zinc, ce qui paraît peu probable, vu la stabilité de l'oxyde de zinc.

Dans une Note un peu plus ancienne (²), j'avais cherché à montrer que le rapprochement des plateaux, qui correspond à la fois à la production d'un travail extérieur et à l'accroissement de l'énergie électrique, était nécessairement accompagnée d'une diminution de l'énergie du système; que la chaleur empruntée au milieu ambiant ne contribuait au travail produit que pour une fraction négligeable dans une première approximation. La différence de potentiel observée est la valeur de cette diminution d'énergie par unité d'électricité transférée d'un plateau à l'autre quand on fait varier leur distance. Or ni l'intérieur des métaux, ni leur surface de jonction n'éprouve d'altération par le fait de cette modification de l'état électrique; leur surface extérieure seule en éprouve; c'est donc cette surface, ou la couche excessivement mince qui l'avoisine, qui est le siège des phénomènes qui produisent cette diminution d'énergie; il faut donc conclure que l'énergie d'un métal en contact avec l'air varie avec la charge; cette énergie ou au moins la part qui en revient à cette couche mince, et que l'on peut désigner sous le nom d'*énergie superficielle*, est proportion-

(¹) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VII, p. 205; 1888.
(²) *Ibid.*, t. IV, p. 220; 1885.

nelle à la surface et à une fonction de la densité superficielle qu'on représentera par M(ε) pour le métal M, si la densité est ε; ceci est un fait d'expérience, et il ne semble pas, en présence de la réversibilité du phénomène, qu'il soit possible d'aller plus loin, et d'attribuer à une véritable combinaison chimique la variation d'énergie des surfaces, surtout quand on voit des métaux, aussi peu oxydables que l'argent et l'or, donner des différences de potentiel entre eux.

Je rappellerai la relation entre M (ε) et la différence de potentiel observée. Si M et M' représentent les deux métaux, ε et ε' leurs densités superficielles, le gain total d'énergie interne sera la quantité désignée par A dans la Note précitée, et l'on aura

$$A = \frac{dM}{d\varepsilon} - \frac{dM'}{d\varepsilon'} = V,$$

en négligeant dans une première approximation les phénomènes thermiques qu'on peut englober sous le nom d'*effet Peltier,* à la jonction des métaux ou à leur surface.

L'expérience montre que V est, dans certaines limites au moins, indépendant des charges; pour les métaux on pourrait admettre que les dérivées $\frac{dM}{d\varepsilon}$ sont constantes et l'énergie superficielle totale d'un métal varierait proportionnellement à sa charge, indépendamment de la distribution de cette charge.

Si, dans le circuit métallique qui réunit les armatures, on introduit une pile de force électromotrice E, c'est-à-dire dans laquelle le passage de l'unité d'électricité corresponde à une perte d'énergie $-\Delta U'$ et à un gain de chaleur Jq' liés par la relation $E = -\Delta U' + Jq'$, l'équation ci-dessus devient

$$\frac{dM}{d\varepsilon} - \frac{dM'}{d\varepsilon} = V' + E = V,$$

en appelant V la différence de potentiel observée dans ce cas.

Il paraît dès lors évident que la différence de potentiel, qui est d'une manière générale la somme algébrique des forces électromotrices, doit être attribuée à l'existence à la surface de chaque métal d'une force électromotrice $\frac{dM}{d\varepsilon}$, dirigée du métal vers l'air.

La surface d'un métal se conduit donc comme la surface d'une

électrode; pendant qu'une électrode se polarise, une quantité d'électricité s'accumule sur sa surface, et son énergie $M(\varepsilon)$ par unité de surface varie; il en est de même de l'énergie $L(\varepsilon')$ de l'unité de surface du liquide; l'arrivée d'une charge égale à l'unité sur la surface métallique est accompagnée du départ d'une charge égale de la surface liquide, et la variation d'énergie est

$$\frac{dM(\varepsilon)}{d\varepsilon} - \frac{dL(\varepsilon')}{d\varepsilon'};$$

tant qu'il n'y a pas d'action chimique, c'est encore la force électromotrice due au contact de l'électrolyte et de l'électrode, c'est-à-dire que, si S est la surface de contact, la variation de l'énergie de l'ensemble est $P d(S\varepsilon)$. Lorsque la surface de l'électrode est de plus extensible, la théorie de Gauss donne pour l'énergie un terme TS, où T est la tension superficielle : l'énergie totale est donc de la forme $(T + P\varepsilon) S = US$ et l'on doit avoir $\frac{dU}{d\varepsilon} = P$, ce qui exige $dT + \varepsilon dP = 0$, ou la relation découverte par M. Lippmann (¹).

Il est d'ailleurs inutile d'insister sur ce point après l'étude si complète de M. Blondlot (²) sur la polarisation.

Dans ce travail, M. Blondlot a trouvé de plus que, pour les solutions aqueuses diverses, P était la même fonction de ε' pour le platine; c'est-à-dire que la fonction L serait la même pour toutes ces dissolutions; ce qui semble indiquer que les éléments de l'eau jouent dans la polarisation le rôle prédominant, sinon exclusif.

Mais on peut tirer de la théorie deux autres conséquences dont l'une au moins est déjà vérifiée par les expériences de M. Pellat : si deux métaux plongent dans le même liquide, la polarisation de l'ensemble est $P - P'$; si les charges par unité de surfaces ε sont les mêmes pour les deux métaux, la différence $P - P'$ se réduit à

$$\frac{dM(\varepsilon)}{d\varepsilon} - \frac{dM'(\varepsilon)}{d\varepsilon};$$

elle sera donc la différence de potentiel observée dans l'air entre les deux métaux, ce que M. Pellat a vérifié dans le cas de $\varepsilon = 0$ (³).

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 1875.
(²) Thèse et *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. X, p. 441.
(³) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CVIII, p. 567. M. Pellat

On conclura encore de là que les capacités de polarisation $\frac{d\varepsilon}{dP}$ de deux métaux différents sont les mêmes fonctions de ε; on trouve en effet que $\frac{d\,M(\varepsilon)}{d\varepsilon}$ est sensiblement constant; si P et P_1 sont les valeurs des forces électromotrices correspondant à une même valeur de ε, on a donc $\frac{dP}{d\varepsilon} = \frac{dP_1}{d\varepsilon}$.

Or M. Lippmann a donné pour le mercure la relation entre T et P; on connaît donc aussi la relation entre ε et P, ou inversement entre P et ε.

La notion, que l'énergie d'une surface conductrice est fonction de sa densité superficielle, nécessaire pour expliquer la différence de potentiel observée par Volta et ses successeurs, suffit donc également pour les phénomènes de polarisation.

Si, dans une première approximation, j'ai négligé les phénomènes thermiques, il est néanmoins facile de voir que ceux-ci rentrent dans la théorie; la tension capillaire T varie avec la température. Il en est de même des P, des M et des L; or il résulte des principes de la Thermodynamique que, si $X\,dx$ est le travail des forces extérieures correspondant à une variation de la variable x, la température ne peut être maintenue constante qu'en cédant au système la quantité de chaleur équivalente à $-\Theta\,\frac{\partial X}{\partial \Theta}\,dx$, ou que le coefficient de dx dans la différentielle de l'énergie est

$$X - \Theta\,\frac{\partial x}{\partial \Theta} = \frac{\partial U}{\partial x}.$$

Dans la question actuelle les X sont les forces électromotrices. Il résulte donc simplement de l'expérience que l'énergie $M(\varepsilon)$ dépend aussi de la température, que la différence de potentiel n'est pas rigoureusement égale à la variation d'énergie, mais en diffère de l'effet Peltier, dont l'existence est la conséquence de cette dépendance.

---

trouve pour la force électromotrice du couple zinc-sulfate de zinc-mercure $0^{volt},52$, quand les deux métaux sont amenés à avoir une charge nulle; c'est la valeur donnée par Hankel pour la différence de potentiel entre le zinc et le mercure; il n'y a pas ici à tenir compte des expériences plus anciennes du même auteur (*Comptes rendus*, t. CIV, p. 1099) dans l'eau acidulée, où l'action chimique proprement dite intervient.

SUR LA CONSERVATION DE L'ÉLECTRICITÉ ET LA CONSERVATION DU POIDS DANS LES TRANSFORMATIONS DES SYSTÈMES MATÉRIELS;

PAR M. GOUY.

Je me propose de montrer comment ces deux lois générales [1] peuvent être rattachées au principe de Carnot.

Nous nous occuperons d'abord des actions électriques, en prenant comme point de départ expérimental la loi de Coulomb, qui exprime les actions mutuelles de conducteurs très petits, invariables, à température constante, isolés et électrisés, tels, par exemple, que les boules de la balance de Coulomb. De cette loi résulte la notion de masse électrique, considérée comme le coefficient m ou m' qui entre dans l'expression $\frac{mm'}{r^2}$ de la force agissant entre deux de ces conducteurs. Dans ces conditions expresses, l'invariabilité de ce coefficient fait partie intégrante de la loi des actions électriques; nous pourrons donc considérer des masses électriques *invariables,* réalisées par de très petits conducteurs électrisés, qui sont et restent isolés et invariables, à température constante.

Considérons un système matériel quelconque S, électrisé et isolé. Nous admettrons qu'il existe de même, aux divers points de S, des masses électriques M agissant suivant la loi précédente, mais qui peuvent varier, suivant les transformations de S, d'une manière inconnue. Nous allons montrer que la somme algébrique de ces masses, ΣM, demeure invariable.

Considérons une transformation quelconque de S; désignons par A un quelconque des états par lesquels passe ce système. Soit θ le travail fourni, pendant la transformation, par des forces extérieures appliquées au système S. Le travail θ peut être employé à produire en S tel effet thermique que l'on voudra, en sorte qu'il est inutile de considérer des sources de chaleur extérieures.

---

[1] Pour l'énoncé exact de la loi de conservation de l'électricité, et son rôle dans les théories électriques, je renverrai le lecteur au Mémoire de M. Lippmann (*Journal de Physique,* 1e série, t. X, p. 381; 1881).

Supposons que des masses électriques invariables m, définies comme plus haut, égales et en très grand nombre, mais telles que Σm ait une valeur déterminée, soient uniformément réparties sur une sphère de rayon R enfermant S, et maintenues en place par des forces extérieures. Remarquons que les forces électriques produites par ces masses ont une résultante nulle en tous les points de S; par suite, tout ce qui se passe en S, et notamment le travail θ, est indépendant de la présence des masses m.

Soit R_0 la valeur initiale de R : nous ferons varier R avant la transformation de S, de R_0 à R_1, chacune des masses m étant déplacée suivant un rayon de la sphère. R restera ensuite invariable jusqu'à ce que S ait atteint l'état A, et, pendant que S est dans cet état, R reviendra définitivement à sa valeur initiale R_0.

Soit θ' le travail produit par les forces électriques agissant sur les masses m, à l'encontre des forces extérieures qui maintiennent ces masses. Le travail $d\theta'$ produit quand R prend l'accroissement dR est

$$d\theta' = \frac{\Sigma m \Sigma M}{R^2} dR \text{ [1]};$$

en désignant par M la masse électrique existant, à cet instant, en un point quelconque de S, et en négligeant un terme dépendant des actions mutuelles des masses m, qui disparaîtrait dans l'intégration. Il vient donc

$$\theta' = \int_{R_0}^{R_1} \frac{\Sigma m \Sigma M_0}{R^2} dR + \int_{R_1}^{R_0} \frac{\Sigma m \Sigma M_1}{R^2} dR = \Sigma m (\Sigma M_0 - \Sigma M_1)\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1}\right),$$

en désignant par M_0, M_1 les masses électriques existant en un point quelconque de S dans l'état initial et dans l'état A.

Supposons que l'on ait $\Sigma M_0 \gtrless \Sigma M_1$. Comme nous pouvons disposer du signe de $\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1}$, nous pouvons toujours faire que θ' soit positif. Σm étant arbitraire, θ' pourra être rendu aussi grand qu'on le voudra. Toute difficulté sur ce point disparaît si l'on remarque qu'on peut considérer, au lieu d'une seule sphère, n sphères concentriques variant ensemble, en conservant leurs intervalles. Si

---

[1] On établit aisément cette formule par un calcul analogue à celui du *flux de force*.

l'on suppose que l'écartement des masses m est le même sur toutes ces sphères, le facteur $\frac{\Sigma m}{R^2}$ dans l'expression de $d\theta'$ aura la même valeur pour toutes, et par suite le travail total sera proportionnel à n, et pourra être accru sans limite.

Considérons maintenant l'ensemble du système S et des masses m. Cet ensemble constitue une machine à laquelle on fournit le travail θ, et qui rend le travail θ', sans l'intervention de sources de chaleur.

Si la transformation du système S forme un cycle fermé, on ne peut pas avoir $\theta' > \theta$, car il y aurait production de travail, ce qui est en opposition avec le principe de Carnot ([1]). Or le travail θ' peut être accru sans limite, à moins qu'on n'ait $\Sigma M_0 = \Sigma M_1$. Il faut donc que cette égalité ait lieu, et, par suite, que l'on ait toujours $\Sigma M =$ const., puisque l'état A a été choisi arbitrairement ([2]). C'est la loi de la conservation de l'électricité.

S'il est impossible de ramener le système S à son état initial, la production de travail par la machine idéale que nous considérons est rendue possible, au point de vue du principe de Carnot, par la modification de S. Mais, si l'on se refuse à admettre qu'une modification finie puisse suffire pour rendre possible la production d'une quantité illimitée de travail, la conclusion précédente subsiste.

([1]) Mais non avec le principe de l'équivalence, si l'on regarde comme possible qu'un effet thermique se produise sur les masses m; le travail serait alors produit aux dépens de la chaleur du milieu ambiant. On peut démontrer que cet effet thermique n'a pas lieu si les forces électrostatiques sont indépendantes de la température; c'est sous cette forme que la démonstration a été publiée précédemment [*Sur la conservation de l'électricité et la Thermodynamique* (*Comptes rendus*, 1888)]. La démonstration donnée ici est plus directe et indépendante de cette hypothèse; elle peut servir à en démontrer l'exactitude, en considérant comme transformation du système S l'échauffement d'un conducteur électrisé qui constituerait ce système.

([2]) Pour éviter toute difficulté, il convient de limiter la démonstration aux états A qui sont *stables*, et peuvent être maintenus aussi longtemps qu'on le veut. Dès lors, le déplacement des masses m peut être opéré avec une vitesse infiniment petite, et il n'y a pas lieu de s'occuper d'autre chose que des forces statiques, régies par la loi de Coulomb. De plus, au cas où un effet thermique se produirait sur les masses m par leur transport dans le champ, électrique ou magnétique, la température des petits conducteurs qui les supportent resterait alors égale à la température du milieu ambiant, supposée constante, et nous n'avons pas besoin de savoir si les forces électriques sont indépendantes de la température.

La même démonstration s'applique en général aux centres de forces agissant suivant la loi du carré des distances, et notamment à l'attraction newtonienne; *m* et M désignent alors les coefficients de cette attraction. L'invariabilité de ΣM dans les diverses transformations (variation de température, combinaison chimique, etc.) s'exprime, en langage ordinaire, par la loi de la conservation du poids de la matière.

EFFETS ÉLECTRIQUES DE LA LUMIÈRE SUR LE SÉLÉNIUM;

PAR M. DÉSIRÉ KORDA.

Comme les expériences de MM. Adams et Day (1), Fritts (2), Kalischer (3) et celles plus récentes de MM. de Uljanin (4) et Righi (5) l'ont établi, le sélénium, sous l'influence de la lumière, présente deux phénomènes électriques complètement différents. Les radiations lumineuses produisent d'abord une force électromotrice dans les récepteurs sélénieux; d'autre part, elles ont une influence remarquable sur l'intensité du courant qu'on fait circuler à travers la masse sélénieuse en augmentant, au moins en apparence, dans une proportion considérable, la conductibilité électrique de celle-ci. Ces deux phénomènes semblent tout d'abord être étroitement liés l'un à l'autre; mais, en réalité, ils se montrent, après un examen approfondi, complètement indépendants, du moins en ce qui concerne leur intensité. Aussi n'a-t-on pu fournir jusqu'ici une explication satisfaisante de leur existence.

Sur un point, cependant, tous les expérimentateurs sont d'accord. C'est que le sélénium sensible semble être composé de deux masses différentes, dont une est bonne, l'autre mauvaise conduc-

---

(1) *Proc. Roy. Soc.*, t. XXV, p. 113; 1876.
(2) *La Lumière électrique*, t. XV, p. 226; 1885.
(3) *Wiedemann's Annalen*, t. XXXI, p. 104, 1887, et t. XXXV, p. 397; 1888.
(4) *Wiedemann's Annalen*, t. XXXIV, p. 241.
(5) *Studi offerti dalla Università Padovana alla Bolognese nell' VIII centenario, ecc.*, vol. III.

trice de l'électricité. Cette modification, la plus sensible à l'action de la lumière, aussi bien pour le changement de résistance que pour la production de force électromotrice, s'obtient, comme on a pu l'établir après les recherches classiques de M. Werner Siemens ([1]), en chauffant le sélénium amorphe à 200° C. et le maintenant assez longtemps à cette température.

L'aspect de la surface du sélénium ainsi préparé donne une forte vraisemblance à une théorie concernant la composition de cette masse, théorie due à M. Shelford Bidwell ([2]) qui, le premier, a établi que du soufre cristallisé en poudre, mélangé à une masse bonne conductrice, comme le sulfite d'argent ou le graphite pulvérisé, éprouve des changements de résistence analogues à ceux du sélénium sensible; mais que, mélangé à une masse mauvaise conductrice, comme la gomme-laque, il reste insensible à la lumière. Suivant son opinion, la conductibilité du sélénium cristallisé provient uniquement des substances étrangères, surtout des sélénites qui, analogues au graphite dans le cas du soufre, forment un réseau bon conducteur autour des petits cristaux sélénieux dont la résistance propre est très grande.

En effet déjà, après une heure de chauffe à une température constante de 200° C., il se forme sur la surface du sélénium en fusion, aux bords, puis vers le milieu, des taches cristallines, grisâtres, sillonnées par des traits foncés et après une chauffe suffisamment prolongée toute la surface prend cet aspect caractéristique.

Pour les expériences que j'ai entreprises avec cette modification du sélénium, j'ai procédé de la manière suivante :

J'ai cherché tout d'abord à comparer l'influence de la lumière dans les deux cas : 1° où la direction des radiations lumineuses et celle du courant sont les mêmes et 2° où elles sont perpendiculaires l'une à l'autre.

A cet effet, j'ai construit des récepteurs ayant trois électrodes pour l'introduction du courant. Ils étaient formés de deux minces rubans en cuivre ou laiton de 10^{mm} de largeur et d'une épaisseur

([1]) *Monatsberichte der Berliner Akademie*, 17 feb. 1876; 7 juin 1877.

([2]) *On the sensitiveness of selenium to light and the development of a similar property in sulphur* [*Phil. Mag.*, (5), t. XX, p. 178; 1885.

de $\frac{1}{10}$ de millimètre, séparés par deux rubans de même largeur de papier bien isolant. Le tout fut plié en zigzag et serré par deux agrafes en cuivre faisant bornes. Sur l'une des surfaces formées par les tranches, j'ai déposé une mince couche de sélénium après avoir chauffé le récepteur jusqu'à une température, où le sélénium amorphe reste bien fluide et pénètre dans les sillons étroits formés entre les plis par la contraction que le papier avait éprouvée, par suite de la température élevée. J'ai recouvert cette couche, pendant la fusion, d'une électrode en verre platiné qui laisse passer une lumière grisâtre, isolée du cuivre avec soin, partout où un contact aurait pu se produire, par des lames très minces de mica et pourvu sur le bord, au moyen d'une soudure à l'étain, d'un bout de fil conducteur.

Pour les rendre sensibles, tous ces récepteurs furent chauffés suivant la méthode de M. Siemens pendant trois heures dans un bain de paraffine à la température de 200° C., et, après qu'ils se furent lentement refroidis dans le bain même, ils servirent aussitôt aux expériences. A cet effet, ils furent intercalés dans un pont comprenant un rhéostat pouvant donner une résistance d'un million d'ohms et fermé sur un galvanomètre très sensible de Thomson relié à 2 daniells. Ils étaient placés dans une boîte en bois qu'on pouvait fermer par un couvercle à coulisse. En ouvrant ce couvercle, les radiations venant d'un héliostat, concentrées par une lentille et traversant un vase de $0^m,10$ de diamètre, rempli de solution d'alun, ont pu pénétrer à travers le verre platiné jusqu'au sélénium. L'effet produit était alors le suivant :

Quand le platine et un des rubans en cuivre formaient les électrodes, le changement que la lumière produisait dans la résistance du récepteur était toujours très considérable. Dans un cas, par exemple, la résistance mesurée dans l'obscurité était de 50000 ohms et de 30000 ohms à la lumière. La diminution est donc presque la moitié de la résistance primitive. Dans un autre cas, la diminution était encore plus remarquable, car à une résistance de 80000 ohms dans l'obscurité correspondaient seulement 27000 ohms à la lumière.

D'autre part, quand on a employé comme électrodes les deux bornes, reliées aux rubans en cuivre, on a encore pu constater des changements dans la résistance; seulement ils étaient moins

grands que dans le cas précédent. Le plus grand changement fut observé sur le récepteur que nous venons de mentionner en deuxième lieu. A l'obscurité, sa résistance était de 30000 ohms et à la lumière de 21000 ohms.

Outre ces récepteurs, d'autres plus simples, formés seulement de deux électrodes en verre platiné et d'une plaque sélénieuse, furent aussi examinés. Ces recherches m'ont donné les résultats suivants :

La polarisation dans l'obscurité, que je mesurais tout d'abord, n'avait aucun rapport avec la sensibilité et semblait avoir pour cause unique les électrolytes faisant partie de la masse conductrice.

Le faible courant que la lumière engendre fut tout d'abord constaté avec le galvanomètre, qui, à cet effet, fut relié directement avec les deux électrodes de platine. On trouva que ces courants instantanés et d'une constance remarquable allaient toujours vers l'électrode éclairée. Leur différence de potentiel fut mesurée avec un électromètre de M. Mascart, d'une sensibilité de $0^{\text{volt}},001$. Elle variait, pour les différents récepteurs, entre $0^{\text{volt}},05$ et $0^{\text{volt}},15$, indépendamment de la sensibilité pour le changement de résistance.

En admettant que le sélénium sensible est composé de cristaux et d'une masse amorphe bonne conductrice mélangée, je me trouvai conduit à examiner l'action de la lumière sur des cristaux sélénieux. Mais, comme la fabrication de ces cristaux entraîne de grandes difficultés, je me suis borné provisoirement à recommencer les mêmes recherches avec des cristaux de soufre.

Il s'agissait d'établir si ces cristaux, sous l'action de la lumière, offrent des phénomènes analogues à la pyro-électricité.

Pour observer des tensions photo-électriques sur des cristaux de soufre, j'ai d'abord essayé, mais sans succès, d'amener directement l'électricité à l'aiguille au moyen d'une petite spirale en

(1) Cette idée me fut donnée par les expériences précises de M. W. Hankel (a), suivant lesquelles certains cristaux, exposés à la lumière solaire, montrent sur la face éclairée une tension assez grande d'électricité négative et sur les faces opposées, ainsi qu'aux arêtes et aux sommets, une tension d'électricité positive qui disparaît avec la lumière.

(a) *Wied. Ann.*, t. II, p. 66; 1877, et t. XI, p. 269; 1880.

fil de cuivre, comme dans les expériences bien connues de Gaugain pour constater le courant produit par une élévation de température dans les cristaux de tourmaline. J'ai alors employé la méthode d'influence de la manière suivante. La pointe d'un fil de cuivre, fixé sur un support en verre bien isolé et relié par un fil très fin à l'aiguille de l'électromètre Mascart, mais de façon à pouvoir se mouvoir dans tous les sens, pouvait être approchée de chaque point de la surface à examiner. On avait soin de la toucher du doigt avant chaque expérience pour enlever l'électricité qu'elle pouvait encore contenir.

Or cette méthode a un grand inconvénient. En effet, la lumière engendre sur les différentes parties des cristaux des tensions électriques contraires. Il peut donc arriver, dans le cas où l'on ne réussit pas à enlever complètement l'une d'elles, qu'elles influent en même temps sur la pointe et que, par conséquent, l'une détruise l'action de l'autre. J'ai cependant réussi à constater sur deux cristaux de soufre d'à peu près $0^m,02$ de longueur une tension électrique produite par la lumière. En laissant tomber sur la surface du cristal les radiations solaires qui, pendant ces expériences, ont dû également traverser la lentille convexe et la solution d'alun, j'ai obtenu une déviation de 10 divisions, dès que j'ai approché la pointe du fil de la surface éclairée. Les arêtes ont montré une tension plus faible. En prolongeant l'action de la lumière, la déviation a augmenté jusqu'à 15 divisions; mais, en rétablissant l'obscurité au moyen d'un écran, l'aiguille est retournée lentement à sa position première. Le délai indiquait clairement que l'électricité avait dû pénétrer profondément dans la masse du cristal. En amenant de nouveau la lumière après avoir relié soigneusement au sol, au moyen d'une spirale, toutes les parties qui avaient donné une déviation, j'ai observé vers les sommets du cristal une tension contraire à la précédente, c'est-à-dire positive et d'une intensité moins grande, ne donnant au maximum qu'une déviation de 5 à 6 divisions. J'ai essayé aussi, mais sans succès, de produire un courant avec ces cristaux. J'attribue cet insuccès à la résistance considérable du soufre.

Ces recherches sont encore incomplètes. Il resterait à établir si des cristaux séléniеux montrent également, sous l'action de la lumière, une trace de tension électrique, et cela dans une propor-

tion plus considérable que mes cristaux de soufre. S'il en est ainsi, je propose d'expliquer, ainsi qu'il suit, les phénomènes que produit la lumière dans le sélénium sensible et dans certains mélanges de soufre.

La modification du sélénium sensible à la lumière consiste dans un mélange de petits cristaux presque microscopiques, mauvais conducteurs de l'électricité et d'une masse bonne conductrice formée de sélénium amorphe, de sélénites et d'autres substances étrangères qui peuvent s'y trouver. Les radiations lumineuses pénétrant à travers le verre platiné jusqu'à la surface sélénieuse cristalline produisent sur les faces frappées une tension électrique négative, tandis que les arètes et les parties opposées montrent de l'électricité positive. Celle-ci décompose par influence l'électricité neutre de la couche bonne conductrice qui se trouve au-dessous, et ainsi de suite jusqu'à l'électrode obscure où l'électricité positive, devenue libre, tend à neutraliser l'électricité négative des faces éclairées, ce qui produit le courant vers l'électrode éclairée. Partout où l'action électrique a lieu à travers des cristaux (dont le pouvoir inducteur spécifique ne peut pas beaucoup différer de celui du soufre 2,24), les électricités contraires se déplacent dans ces cristaux comme dans le verre d'une bouteille de Leyde.

Dans le cas où le courant d'une pile arrive perpendiculairement aux radiations lumineuses dans le récepteur éclairé, l'électricité circule dans des veines sous l'action perpendiculaire de quantités électriques égales et contraires. Les surfaces de niveau sont alors des plans coïncidant avec la direction du courant, c'est-à-dire qu'il n'y aura pas de différence de potentiel entre les cristaux sélénieux dans la direction du courant. Si les cristaux étaient arrangés d'une façon absolument régulière, il ne pourrait donc y avoir aucun changement du courant par l'action de la lumière, comme dans le cas où un courant passe entre les deux plateaux également chargés d'un condensateur.

Mais, dès que le courant arrive parallèlement aux radiations lumineuses, l'électricité positive, ayant une tension relativement grande, circule autour des cristaux à travers la masse bonne conductrice de sélénium amorphe. Elle neutralise l'électricité négative qui s'y trouve et rend libre l'électricité positive. L'effet se

traduit de la même façon qu'une augmentation de la conductibilité des cristaux : la résistance du récepteur diminue. Dès que la source lumineuse disparaît, l'influence cesse et l'état normal revient.

Il s'ensuit qu'il ne peut y avoir aucun rapport entre la force électromotrice engendrée par la lumière et la diminution de la résistance du récepteur, comme nos résultats l'ont clairement établi. En effet, la première ne dépend que de la surface cristalline frappée par les radiations, tandis que la seconde dépend du nombre des cristaux intermédiaires, à travers lesquels l'influence a lieu.

On s'explique aussi pourquoi les récepteurs de trop grande ou de trop petite résistance sont beaucoup moins sensibles que ceux dont la résistance varie entre 50000 ohms et 150000 ohms. Les seconds, comme du reste leur meilleure conductibilité semble l'indiquer, contiennent trop peu de cristaux et beaucoup de masse amorphe bonne conductrice. La surface cristalline exposée à la lumière n'est donc pas suffisamment grande, tandis que les premiers contiennent trop de cristaux et trop peu de masse conductrice, comme leur grande résistance nous le fait voir. La neutralisation de l'électricité déplacée dans les cristaux ne peut donc pas avoir lieu aussi complètement que dans les récepteurs dont la résistance ne dépasse pas les limites indiquées.

Enfin, le phénomène de la diminution de la sensibilité, liée à une diminution étonnante de la résistance du récepteur, peut être expliquée par la formation, sur les faces des cristaux, d'une couche chimique bonne conductrice, produite par l'air et par le gaz, qui se développe dans le sélénium pendant qu'on le chauffe. En effet, l'action de la lumière est, en général, maximum le jour même de la fabrication du récepteur; elle diminue rapidement avec le temps et finit par devenir nulle. M. Siemens a déjà observé que le lendemain de la fabrication la diminution est brusque, la sensibilité étant à peine la moitié de sa valeur primitive.

Un courant alternatif peut quelquefois rendre, pour peu de temps, une petite fraction de la sensibilité en réélevant en même temps considérablement la résistance de la plaque sélénieuse. Cela tient peut-être à ce que les secousses produites par le courant de la bobine d'induction brisent la couche chimique bonne conductrice, qui offre alors plus de résistance au courant et en

même temps les rayons peuvent parvenir de nouveau plus ou moins complètement aux faces des cristaux jusqu'à ce qu'une nouvelle couche se forme.

HALL. — Experiments on the effect of magnetic force on the equipotential lines of an electric current (Sur la déviation des lignes équipotentielles dans un champ magnétique); *American Journal*, 3e série, t. XXXVI, p. 131 et 277; 1888.

Les nouvelles expériences de M. Hall ont eu principalement pour but d'examiner l'influence des dimensions de la lame étudiée sur la production du phénomène dans les métaux les plus magnétiques. Il a été établi dès 1883 [1] qu'une partie de l'*effet transversal* (2 pour 100 environ) demeure dans l'acier fortement trempé, après qu'on l'a retiré du champ magnétique.

Il en est de même avec le cobalt; mais l'effet résiduel s'élève à peine à 1 pour 100 de l'effet temporaire qui lui a donné naissance. Bien qu'il n'ait pu mettre en évidence aucun effet permanent sur le nickel et le bismuth, M. Hall pense que le phénomène qui porte son nom est en relation avec l'intensité de l'aimantation. Or une lame placée, comme de coutume, normalement aux lignes de force du champ doit s'aimanter d'autant plus facilement et arriver à saturation d'autant plus vite qu'elle est plus épaisse et moins large. On doit donc s'attendre à ce que le *pouvoir rotatoire* $R = \frac{E\varepsilon}{CM}$ (E désigne la force électromotrice transversale née sous l'influence du champ M, la lame d'épaisseur ε étant traversée par un courant longitudinal C) soit aussi d'autant plus grand que la lame est plus épaisse et plus étroite.

C'est en effet ce qui se vérifie très bien pour le fer, le nickel et le cobalt, tant que le champ magnétique n'est pas suffisant pour produire la saturation. Rien de semblable n'a été observé avec l'argent et le bismuth.

Quand on s'approche de la saturation magnétique, le courant transversal augmente toujours, mais de moins en moins vite, de sorte qu'il pourrait tendre vers une limite.

Nous relèverons quelques détails.

---

[1] Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 519.

Fer de Norvège. — Les coefficients R de deux lames très différentes de largeur et d'épaisseur se sont trouvés dans le rapport

			C.G.S.
De 100 à 436	dans un champ	égal à	3800
De 100 à 323	»	»	6000
De 100 à 265	»	»	7100

Or, en s'appuyant sur les formules données par Maxwell et en tenant compte de la forme des lames, M. Hall montre que, pour les faibles valeurs du champ, l'induction magnétique doit être quatre à cinq fois plus forte dans la seconde lame que dans la première.

La lame la plus épaisse devait être presque saturée dans le champ de 6000, et R n'augmentait que de 1 à 2 pour 100 quand on passait de 8000 à 10500.

Cobalt. — M. Hall opère sur deux lames de même épaisseur, mais de largeur différente, et trouve pour la plus étroite un coefficient R supérieur d'environ 12 pour 100 à celui de la plus large.

Avec une lame très mince (épaisseur $0^{mm},048$, largeur $11^{mm},5$), R varie de 0,0117 à 0,0112 lorsque le champ passe de 5000 à 9000 environ. Cet échantillon contient du fer et du carbone; il est plus dur que le fer, moins dur que l'acier trempé; il n'est pas cassant. Antérieurement, M. Hall avait trouvé $R = 0,00246$ avec un échantillon de cobalt fondu, cassant, renfermant du nickel et peut-être un peu de fer.

Nickel. — Deux lames minces de nature différente ont donné des valeurs de R dans le rapport de 2 à 3. Avec l'une et l'autre, R diminue quand on augmente le champ. On a, par exemple,

$$R = \begin{cases} 0,0092 \\ 0,0058 \end{cases} \quad \text{pour} \quad M = \begin{cases} 3500, \\ 9000. \end{cases}$$

Bismuth. — M. Hall paraît ignorer complètement mes expériences sur le bismuth; il s'attache à montrer, ainsi que je l'ai fait, il y a trois ou quatre ans (1), que R diminue rapidement à mesure

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 116; 1886.

que le champ magnétique augmente, mais que, contrairement à l'opinion de MM. Ettinghausen et Nernst, l'effet transverse (E) augmente toujours avec le champ et qu'il est proportionnel à C.

D'un autre côté, M. Hall trouve, comme MM. Ettinghausen et Nernst, que le phénomène présente une certaine dyssymétrie; l'intensité du courant transverse a varié dans certaines expériences avec la direction du courant longitudinal et du champ magnétique. Mais la lame étudiée s'échauffait assez pour faire fondre le mélange de résine et de cire d'abeilles qui servait à la fixer sur verre. Or j'ai montré, dès 1884, que l'effet observé en pareil cas est considérablement altéré par l'inégale distribution des températures due au défaut d'uniformité de l'épaisseur de la lame. Il y a lieu de revenir sur ce point en prenant la précaution indispensable de maintenir uniforme la température.

Remarques. — Il est regrettable que M. Hall n'ait pas tenu compte dans l'évaluation de la *rotation* des lignes équipotentielles de l'augmentation de la résistance électrique du bismuth dans le champ, et qu'il ait conservé aux lames dans toutes ses expériences la forme de croix, au lieu de déterminer, comme je l'ai fait, les différences de potentiel entre deux points bien déterminés.

Eu égard aux diverses causes d'erreur signalées par M. Hall, on peut admettre que dans chaque série d'expériences l'erreur relative ne dépasse pas, en général, 5 pour 100. Quant aux valeurs absolues des résultats (R), elles peuvent être entachées d'erreurs beaucoup plus grandes, tenant surtout à l'incertitude que comporte la détermination de l'épaisseur des lames minces. Je rappellerai que, pour éviter cette difficulté, j'ai remplacé le coefficient R de M. Hall par la *déviation* de la ligne équipotentielle moyenne.

A. Leduc.

F. KOHLRAUSCH. — Ueber den electrischen Leitungswiderstand des Quecksilbers (Résistance électrique du mercure); *Wied. Ann.*, t. XXXV, p. 700; 1888.

M. F. Kohlrausch, pour déterminer en unités absolues la résistance électrique du mercure, reprend la méthode d'amortissement de Weber, qui consiste à observer l'amortissement des os-

cillations d'un barreau aimanté dans un cadre galvanométrique. Comme ce cadre doit être très rapproché du barreau pour produire un amortissement notable, il devient difficile de déterminer directement sa constante; mais, comme l'avait déjà fait M. Dorn, on peut déterminer cette constante par comparaison avec une boussole des tangentes dont les dimensions sont suffisantes pour pouvoir être déterminées avec précision.

On trouvera dans le Mémoire l'indication de toutes les mesures accessoires et de toutes les corrections que comporte la méthode.

L'auteur conclut de ses expériences, poursuivies pendant les années 1886 et 1887, que l'ohm équivaut à une colonne de mercure à 0° de 1^{mmq} de section et de longueur

$$106^{cm},32.$$

La résistance spécifique absolue du mercure à 0°, en unités C.G.S., serait, d'après cela,

$$94060.$$

Jusqu'à présent, la méthode d'amortissement, d'une application compliquée, avait toujours conduit à des nombres plus faibles, tandis que ce résultat (106,32) se place parmi les plus forts qu'aient fournis les autres méthodes. Il n'est pas sans intérêt de remarquer, par exemple, que MM. Mascart, de Nerville et Benoît ont trouvé, en 1884, 106,37 par la rotation d'un cadre vertical et 106,30 avec la méthode d'induction par les courants; et que MM. Rowland et Kimball ont obtenu, à la même époque et par la dernière méthode, le résultat 106,31. CH. RIVIÈRE.

G. DE METZ. — Ueber die temporäre Doppelbrechung des Lichtes in rotirenden Flüssigkeiten (Sur la double réfraction temporaire de la lumière dans les liquides animés d'un mouvement de rotation); *Wied. Ann.*, t. XXXV, p. 497; 1888.

L'auteur poursuit avec un appareil analogue l'étude entreprise par M. Kundt (1) de ce cas de double réfraction. Il étudie les

(1) *Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 539; 1881.

lois de la variation de la différence de marche δ contractée entre les rayons ordinaire et extraordinaire. Pour une colonne liquide de 15^{cm}, la plus grande valeur de δ a été $0,2487\lambda$.

Un cylindre mobile tourne à l'intérieur d'un cylindre fixe concentrique, et entraîne dans son mouvement le liquide qui remplit l'espace annulaire. Un faisceau lumineux polarisé par un nicol traverse le liquide parallèlement aux génératrices des deux cylindres. La vibration elliptique due à la double réfraction est étudiée par la méthode de Jamin, avec un compensateur de Babinet et un nicol analyseur.

Quand le liquide est en repos, la frange est à 45° de la verticale. Par suite de la rotation, elle cesse d'être rectiligne, tourne sa concavité dans le sens du mouvement et éprouve un déplacement d'ensemble dans le même sens. *Le signe de la double réfraction dépend donc du sens du mouvement du liquide.* On observe une région, toujours la même, de la frange, et l'on calcule le δ correspondant, par la formule de Jamin [1].

Une première série d'expériences sur l'huile de ricin et l'huile d'olive vieille a pour but de déterminer l'influence de la température, lorsque la vitesse de rotation reste constante. Elle montre que δ *décroît rapidement quand la température s'élève* :

Pour $t = 21°,75$.......... $\delta = 0,119\lambda$
Pour $t = 37°,80$.......... $\delta = 0,042\lambda$

Les variations de δ pouvant dépendre des variations du coefficient η de frottement intérieur du liquide, l'auteur mesure η de 5° en 5° entre 15° et 40° par la méthode de Poiseuille. Par exemple, à 25°, en unité C.G.S.

Pour l'huile de ricin [2]... $\eta = 0,005230 \times 1,359 \times 980,89$
Pour l'huile d'olive vieille. $\eta = 0,0007005 \times 1,359 \times 980,89$

De la comparaison des courbes $\delta = f(t)$ et $\eta = \varphi(t)$, il ressort

---

(1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XXIX, p. 273; 1850.

(2) 0,005230, 0,0007005 sont les nombres donnés par l'auteur en prenant les mêmes unités que Poiseuille.

J'ai laissé en évidence les coefficients de transformation, afin de permettre une comparaison facile avec les nombres donnés dans la *Physique* de MM. Jamin et Bouty. On voit ainsi que η pour l'huile de ricin est un peu supérieure au coefficient de frottement par la glycérine.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

5ᵉ série, t. XXVII; avril 1889.

H. Hertz. — *Sur les rayons de force électriques*, p. 289.

Lord Rayleigh. — *Sur la limite de l'interférence, quand la lumière rayonnée provient de molécules en mouvement*, p. 298.

W. Sutherland. — *Sur la loi des forces moléculaires*, p. 305.

W.-W. Waghorn. — *Note sur la mesure des résistances*, p. 322.

G.-F. Fitzgerald. — *Sur les dimensions des unités électromagnétiques*, p. 323.

O. Heaviside. — *Sur les effets électromagnétiques dus au mouvement de l'électrisation à travers un diélectrique*, p. 324.

O. Lodge. — *Rotation du plan de polarisation de la lumière par la décharge d'une bouteille de Leyde*, p. 339.

J. Viriamu Jones. — *Usage des figures de Lissajous pour déterminer une vitesse de rotation, et d'un récepteur de Morse pour mesurer la période d'un diapason ou d'une anche*, p. 349.

G. Gore. — *Perte d'énergie voltaïque des électrolytes résultant d'une combinaison*, p. 353.

Wiedemann's Annalen.

T. XXXVI, n° 3; 1889.

H.-A. Lorentz. — *Théorie de la thermo-électricité*, p. 593.

M. Planck. — *Théorie de la thermo-électricité dans les conducteurs métalliques*, p. 624.

E. Wiedemann et H. Ebert. — *Sur les décharges électriques*, p. 643.

W.-H. Schultze. — *Propriétés électrolytiques du mica à de hautes températures*, p. 655.

K. Schreber. — *Sur les forces électromotrices de couches minces d'hydrates de peroxydes*, p. 662.

H. Lorberg. — *Théorie de l'induction magnéto-électrique*, p. 671.

G. Tammann. — *Sur les lois de von Babo et de Wüllner relatives aux tensions de vapeur des dissolutions salines*, p. 692.

K. Angstrom. — *Remarques sur la transmission de la chaleur de diverses longueurs d'onde à travers des milieux troubles*, p. 715.

K. Wesendonck. — *Sur la théorie de l'élasticité*, p. 725.

E. Lommel. — *Franges d'interférence subjectives dans le spectre objectif*, p. 729.

E. Lommel. — *Nouvelle méthode pour la mesure de la rotation du plan de polarisation par les lignes de Fraunhofer*, p. 731.

E. Lommel. — *Interférences par la double réfraction circulaire*, p. 733.

W. Voigt. — *Sur les constantes élastiques adiabatiques*, p. 743.

K. Himstedt. — *Sur la formule de Kirchhoff pour la capacité d'un condensateur à anneau de garde*, p. 759.

J.-J. Boguski et L. Natanson. — *Baromètre avec lecture par contact*, p. 761.

F.-C.-G. Muller. — *Nouveau baromètre et thermomètre à air*, p. 763.

F. Lippich. — *Remarques sur un Mémoire de M. G.-H. von Wyss*, p. 767.

T. XXXVI, n° 4; 1889.

H. Hertz. — *Sur les rayons de force électriques*, p. 769.

J. Bergmann. — *Observations sur les changements de la conductibilité électrique des métaux après un fort échauffement, opérées à l'aide de la balance d'induction*, p. 783.

S. Tereschin. — *Constantes diélectriques de quelques liquides organiques*, p. 792.

D. Goldhammer. — *Influence de l'aimantation sur la conductibilité électrique des métaux*, p. 804.

A. Kundt. — *Variation de la vitesse de la lumière dans les métaux avec la température*, p. 824

M. Wien. — *Mesure de l'intensité des sons*, p. 834.

L. Graetz. — *Sur la loi de rayonnement proposée par M. H.-F. Weber*, p. 857.

P. Drude. — *Sur les couches superficielles* (IIe Partie), p. 865.

J. Milthaler. — *Variation de la chaleur spécifique du mercure avec la température*, p. 897.

A. Blumcke. — *Sur les isothermes de quelques mélanges d'acides sulfureux et carbonique*, p. 911.

H. Krause. — *Sur l'absorption et la condensation de l'acide carbonique par des surfaces de verre polies*, p. 923.

SUR LES PHÉNOMÈNES DITS ACTINO-ÉLECTRIQUES;

PAR M. BICHAT.

Au cours de ses belles recherches sur les oscillations électriques, M. Hertz (1) découvrit un fait singulier et bien inattendu. Une bobine de Ruhmkorff étant reliée à un excitateur, on écarte les branches de ce dernier jusqu'au moment où l'étincelle cesse de se produire. Si, à ce moment, on éclaire cet excitateur par une étincelle obtenue au moyen d'une seconde bobine de Ruhmkorff, on constate que les étincelles éclatent de nouveau et, par suite, que le fait seul de l'éclairement a augmenté la distance explosive. M. Hertz a démontré, en effet, que le fait observé ne dépend, en aucune façon, d'une action électrique; il suffit, pour l'obtenir, d'éclairer l'excitateur par une source de lumière quelconque riche en rayons ultra-violets.

Le phénomène découvert par M. Hertz fut étudié en Allemagne par MM. Arrhenius (2), Wiedemann et Ebert (3), M. Hallwachs (4); en Italie, par M. Righi (5); en Russie, par M. Stoletow (6). Nous avons pu, M. Blondlot et moi (7), ajouter un certain nombre de faits nouveaux à ceux qui étaient antérieurement connus.

MM. Wiedemann et Ebert, dans leurs premières recherches, adoptèrent la disposition suivante : les deux branches d'un excitateur étaient disposées parallèlement à l'axe d'un tube de verre portant, au niveau des boules, une ouverture fermée par une plaque de quartz. Une lentille de quartz permettait de concentrer sur l'une ou l'autre des boules de l'excitateur les radiations d'une lampe électrique placée à une certaine distance. L'une des boules était reliée à l'un des pôles d'une machine de Holtz et l'autre

(1) *Wied. Ann.*, t. XXXI, p. 983; 1887.
(2) *Wied. Ann.*, t. XXXII, p. 545, et t. XXXIII, p. 638.
(3) *Wied. Ann.*, t. XXXIII, p. 241, et t. XXXV, p. 209.
(4) *Wied. Ann.*, t. XXXIII, p. 301, et t. XXXIV, p. 731.
(5) *Rend. R. Accad. Roma*, t. IV, p. 185, 498, 578.
(6) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CVI, p. 1149 1593, et CVII, p. 91.
(7) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CVI, p. 1349, et t. CVII, p. 29 et 557.

boule était mise en communication avec la terre par l'intermédiaire d'un tube de Geissler ou d'un téléphone.

Si l'on éclaire la boule positive, l'aspect du tube de Geissler ne change pas et le son rendu par le téléphone conserve la même hauteur.

Si l'on éclaire au contraire la boule négative, on observe un changement fort appréciable dans l'aspect du tube de Geissler, et le changement de hauteur du son rendu par le téléphone indique que le nombre des décharges dans l'unité de temps augmente environ dans le rapport de 4 à 3. L'illumination reste d'ailleurs sans effet si les boules de l'excitateur se trouvent soit au-dessus, soit au-dessous de la plaque de quartz, de telle sorte que la lumière soit obligée, pour les frapper, de traverser la paroi en verre du tube qui les contient. Ils constatèrent que la nature du métal a une influence : le platine, le zinc, le cuivre donnent des effets très marqués; le fer, l'aluminium, l'argent donnent des effets très faibles. En faisant éclater une étincelle entre un métal et un liquide, ils constatèrent que les liquides colorés, en général, se conduisent comme les métaux.

La nature du gaz a une influence : ainsi l'effet produit est plus grand avec l'hydrogène qu'avec l'air: il est plus grand encore avec l'acide carbonique qu'avec l'hydrogène. Enfin l'effet croît quand on raréfie le gaz jusqu'à une pression de $0^m,03$ à $0^m,04$; il décroît ensuite si l'on continue à faire le vide. La pression du maximum d'effet varie d'ailleurs avec la nature du gaz.

M. Wilhelm Hallwachs a employé, pour ses recherches, une méthode complètement différente. Un plateau métallique parfaitement isolé est relié à un électroscope à feuille d'or également bien isolé. On électrise l'électroscope; si les isolants sont bons, la divergence des feuilles peut se maintenir pendant un temps très long. Au moyen d'un arc électrique on peut illuminer le plateau métallique. Si l'électrisation du système plateau et électroscope est positive, on constate que l'illumination ne modifie pas la déperdition d'une manière sensible. Si l'électrisation est négative, l'illumination du plateau produit un rapprochement très rapide des feuilles d'or.

En interposant diverses substances sur le trajet de la lumière, M. Hallwachs a pu dresser une liste des corps plus ou moins

transparents pour les radiations efficaces. Parmi les corps transparents, je citerai le quartz, le gypse, le spath-fluor et, parmi les corps non transparents, le verre et le mica.

Par une expérience très simple, M. Hallwachs détermina d'une manière précise la nature des radiations efficaces. Pour cela, il forma un spectre avec un prisme de quartz et il constata que les radiations rouges et infra-rouges n'ont aucune action et que les radiations violettes et ultra-violettes produisent seules un rapide rapprochement des feuilles d'or.

Toutes les expériences qui précèdent sont relatives aux changements apportés par les radiations ultra-violettes à certains phénomènes électriques observés avec des appareils chargés à un haut potentiel. Presqu'à la même époque, MM. Righi et Stoletow ont montré que cette influence des radiations ultra-violettes se fait encore sentir sur les corps chargés à un potentiel relativement faible.

La disposition expérimentale employée par ces deux physiciens est la même : une lame métallique et un grillage sont disposés parallèlement l'un à l'autre à quelques millimètres de distance. M. Righi relie simplement ces deux conducteurs aux deux paires de quadrants d'un électromètre ; M. Stoletow relie la lame pleine au pôle négatif d'une pile d'une centaine d'éléments de Volta, le grillage au pôle positif et, sur le circuit, il intercale un galvanomètre astatique à très grande résistance de sir W. Thomson. Si l'on éclaire la lame négative à travers la toile métallique au moyen d'un arc électrique, on constate une déviation du galvanomètre. Si le grillage est, au contraire, relié au pôle négatif et la lame au pôle positif, la déviation est nulle. Avec cet appareil, comme avec celui de M. Hallwachs, on constate que le quartz est transparent et que le verre est opaque pour les radiations efficaces. Quand le grillage et le plateau sont constitués par des métaux différents, le grillage étant positif par rapport au plateau, on obtient des effets sans l'interposition d'aucune pile.

M. Righi a constaté que certains gaz comme le gaz d'éclairage ou les vapeurs de sulfure de carbone absorbent fortement les radiations efficaces. L'air lui-même absorbe notablement. M. Stoletow a constaté que l'acide carbonique donne un courant deux fois plus intense que l'air. Enfin on retrouve l'influence de la

pression déjà observée avec les appareils chargés à un haut potentiel.

Il nous a semblé intéressant, à M. Blondlot et à moi, d'examiner quelles modifications pourraient apporter à ces curieux phénomènes divers changements dans les conditions expérimentales. En premier lieu, nous avons recherché ce qui arriverait si l'on remplaçait la lame métallique négative destinée à recevoir les radiations par un liquide. A cet effet, nous avons substitué à cette lame métallique une plaque de verre presque verticale; sur la face de cette plaque tournée vers la toile métallique, on faisait ruisseler un courant d'eau amené par un tube percé de trous, en communication avec un réservoir isolé. La lame d'eau ainsi obtenue était reliée au pôle négatif d'une pile constituée par 80 éléments de Volta. Le reste de l'appareil était disposé comme dans l'expérience de M. Stoletow. Afin d'augmenter l'effet de l'arc voltaïque, on employait comme charbon positif un charbon contenant une âme formée par un fil d'aluminium.

L'expérience ainsi faite nous a montré que, lors de l'illumination, l'*aiguille du galvanomètre reste rigoureusement au zéro*. Or, dans les mêmes conditions, en substituant une lame métallique à une lame d'eau, on obtenait sur l'échelle du galvanomètre une déviation de plus d'un mètre. Cette expérience démontre l'inefficacité complète des radiations lorsqu'elles sont reçues par une lame d'eau.

Afin d'écarter l'objection qui pourrait être faite en raison du mouvement du liquide dans le dispositif précédent, nous avons répété notre expérience en disposant la toile métallique horizontalement au-dessus d'un cristallisoir rempli d'eau et en produisant l'illumination par le haut. Cette fois encore le résultat a été rigoureusement négatif.

Ayant pensé que la disparition du phénomène lors de la substitution d'une lame d'eau à une lame métallique pouvait tenir au contraste des propriétés absorbantes des deux corps, nous avons répété l'expérience de M. Stoletow avec la lame de métal, en interposant sur le trajet des radiations une lame d'eau entièrement libre de 2^{mm} ou 3^{mm} d'épaisseur obtenue en faisant écouler ce liquide par un large ajutage aplati. Nous avons constaté que l'interposition de cet écran d'eau ne diminue en rien la déviation galvalnométrique. Il faut en conclure que, dans les con-

ditions où nous avons opéré, *la transparence de l'eau pour les rayons efficaces est parfaite*. Il y a là une preuve que les rayons efficaces ne sont pas les rayons calorifiques; car nous avons constaté que notre lame d'eau absorbait plus de la moitié de la chaleur incidente. M. Hallwachs avait déjà reconnu qu'une mince couche d'eau mouillant une lame de gypse verticale placée sur le trajet des radiations ne diminuait pas leur action sur le passage de l'électricité à haute tension au travers des gaz.

Voici encore quelques faits que nous avons observés : en remplaçant dans l'expérience décrite plus haut l'eau du cristallisoir par de l'encre, nous avons constaté l'inefficacité de l'illumination; le carton blanc produit un effet certain, quoique faible; mais cet effet devient très considérable si l'on recouvre le carton de noir de fumée ou de plombagine.

M. Stoletow a constaté, de son côté, que les solutions de fuchsine et de violet d'aniline se comportent comme un métal. Plus le liquide est opaque pour les rayons efficaces, plus il est capable de servir comme lame sensible.

Tous ces faits montrent que l'illumination permet le passage du courant entre le plateau et le grillage de l'appareil employé par M. Stoletow. Ce transport de l'électricité s'effectue-t-il par voie de conduction ou par voie de convection? Il m'a paru intéressant de résoudre cette question.

Le fait seul que l'on n'obtient aucune déviation du galvanomètre quand, dans l'expérience de M. Stoletow, on remplace la lame métallique par une lame d'eau, semble prouver que le transport de l'électricité ne s'effectue point par voie de conduction. Les expériences suivantes confirment cette manière de voir.

Un cylindre métallique enduit intérieurement de noir de fumée est électrisé négativement et mis en relation avec un électromètre. On constate que la déperdition n'est pas modifiée quand on éclaire l'intérieur du cylindre, au moyen d'une ouverture latérale, par des radiations ultra-violettes, tandis qu'elle est considérablement accélérée quand on fait tomber le faisceau de lumière électrique sur l'extérieur du cylindre. Ici encore, si le faisceau lumineux constituait une sorte de conducteur, il serait également apte à effectuer la décharge en touchant un point extérieur ou intérieur du cylindre métallique.

Le tourniquet électrique que j'ai récemment décrit ([1]), placé dans un cylindre conducteur non isolé, commençait à se mettre en mouvement, à la lumière diffuse, pour un potentiel négatif de 63 unités C.G.S. Illuminé par un arc électrique dont le charbon positif contenait une âme en aluminium, il commença à tourner d'une manière douteuse pour un potentiel de 22 (C.G.S.). L'interposition d'une lame de verre suffit pour empêcher tout effet de l'illumination.

Il semble donc que la convection joue le rôle essentiel dans les phénomènes qui nous occupent.

Les expériences suivantes que nous avons réalisées, M. Blondlot et moi, montrent que ces phénomènes de convection peuvent être singulièrement facilités quand, à l'effet de l'illumination, on ajoute celui que peut produire un vif courant d'air.

I. Un plateau et un grillage, découpés dans la même feuille de laiton et bien décapés, sont disposés en regard l'un de l'autre. On fait tomber sur le plateau, à travers les mailles du grillage, un faisceau de lumière électrique obtenu en employant un charbon positif contenant une âme en aluminium. Le plateau est relié à l'une des paires de quadrants d'un électromètre, l'autre paire de quadrants étant reliée au grillage et au sol. On constate que le plateau prend, par l'illumination, une charge positive, c'est-à-dire perd de l'électricité négative. Le potentiel qu'il acquiert est de 3 à 4 volts.

II. Les choses étant ainsi disposées, si l'on vient à diriger contre le plateau un courant d'air, on constate aussitôt que la déviation de l'électromètre devient six à sept fois plus grande. L'expérience réussit avec de l'air parfaitement desséché, comprimé dans un réservoir jusqu'à 8^{atm}; on obtient déjà des effets très marqués en agitant simplement l'air dans le voisinage du plateau à l'aide d'une feuille de carton. Tout effet de l'insufflation disparaît d'ailleurs quand on supprime la lumière.

III. Il faut remarquer que, dans cette expérience, la face du

([1]) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 7 mai 1888.

plateau sur laquelle on fait agir la lumière ne possède au début aucune charge, puisque, à ce moment, le plateau et le grillage, ayant été reliés l'un à l'autre, sont au même potentiel. L électricité négative enlevée par l'illumination ou par le souffle ne provient donc pas d'une charge statique apparente existant à la surface du plateau.

On pouvait objecter toutefois que l'état physique des surfaces du grillage et du plateau n'est peut-être pas identique et que, par suite, il existe de petites charges statiques sur les faces en regard du condensateur qu'ils forment. Pour éclaircir ce doute, nous avons fait l'expérience suivante. Au lieu de mettre le grillage en communication avec le sol, on le relie au pôle négatif d'une pile dont le pôle positif est au sol. En employant une pile de force électromotrice d'environ 2 volts, on peut être sûr, lorsque le plateau est relié au sol, que sa face interne est revêtue d'une charge positive, puisque les différences de potentiels entre les couches qui recouvrent deux métaux en contact n'atteignent jamais cette valeur. Les choses étant ainsi disposées, le plateau est mis en communication avec l'un des pôles d'un électromètre, dont l'autre pôle est constamment au sol. On l'illumine alors, et l'on constate qu'il devient négatif, c'est-à-dire qu'il perd de l'électricité positive. Si maintenant on insuffle de l'air sur le plateau, on voit aussitôt la déviation de l'électromètre changer de sens et devenir très grande, ce qui indique que le plateau perd de l'électricité négative, bien qu'il soit recouvert d'une couche d'électricité positive. Il est donc certain que *l'électricité qui est enlevée par l'insufflation n'est pas prise à la charge statique du plateau.*

En remplaçant l'électromètre par un galvanomètre très sensible, on peut observer des faits analogues aux précédents.

1. Le grillage et le plateau étant réunis par l'intermédiaire du galvanomètre sans l'interposition d'aucune pile, si l'on illumine le plateau à travers le grillage, on ne constate la production d'aucun courant appréciable. Si l'on vient à diriger sur le plateau un courant d'air sec à une pression de 7^{atm} à 8^{atm}, on constate aussitôt la production d'un courant qui indique que le plateau perd de l'électricité négative : c'est la répétition, sous une autre forme, de la première expérience faite avec l'électromètre, avec cette dif-

férence toutefois que le galvanomètre, moins sensible que l'électromètre, n'indique pas le dégagement de l'électricité sous l'influence de la lumière seule avant l'insufflation (¹).

2. Si l'on intercale dans le circuit une pile de 60 éléments de Volta dont le pôle négatif est relié au plateau, l'illumination donne, comme on sait, naissance à un courant. Si, lorsque le courant est devenu constant, on insuffle de l'air sec sur le plateau, on observe une forte augmentation de la déviation galvanométrique. Il peut arriver cependant exceptionnellement, dans des circonstances que nous n'avons pu définir encore, que l'insufflation produise, au lieu d'une augmentation, une légère diminution de la déviation.

Tous ces phénomènes ne se produisent que grâce à l'illumination : l'insufflation sans illumination reste absolument sans effet.

Nous croyons que tous les faits que nous venons de décrire peuvent être expliqués en admettant que l'action combinée de la lumière et de l'insufflation agit non seulement sur la charge apparente de la surface du plateau due à son électrisation préalable, mais encore sur la moitié située dans l'air de la couche double qui produit la différence électrique entre l'air et le métal. Il suffit de supposer que le métal est positif par rapport à l'air. Les courants produits par l'insufflation nous paraissent tout à fait analogues à ceux que l'on obtient en plongeant deux lames métalliques dans un électrolyte et agitant l'une d'elles.

En terminant, j'indiquerai certains faits montrant l'action des radiations ultra-violettes dans des circonstances qu'il me paraît intéressant de signaler.

Si l'on éclaire par des radiations ultra-violettes un conducteur quelconque relié à un électromètre, on constate que l'électromètre devient aussitôt positif et atteint un potentiel de 7 à 8 volts, c'est-à-dire que l'air en contact avec le conducteur se charge négativement. C'est l'expérience de M. Righi sous une autre forme.

On a observé exceptionnellement, dans le cuivre, une électri-

(¹) Cette moindre sensibilité fait que certaines expériences, qui réussissent avec l'électromètre, donnent un résultat négatif avec le galvanomètre. C'est ainsi que M. Stoletow n'a obtenu aucun résultat en remplaçant, dans une expérience que nous avons précédemment décrite, la lame d'eau par une feuille de carton mouillé. En réalité, avec l'électromètre, le carton mouillé donne un effet des plus marqués.

sation négative de l'électromètre; mais la charge acquise dans ce cas par l'électromètre était toujours très faible.

Les potentiels les plus élevés ont été obtenus en éclairant, dans les conditions indiquées plus haut, une plante quelconque disposée sur un support isolant. Ici la règle générale est que l'électrisation produite sous l'influence de l'illumination est *négative*. La déviation de l'électromètre peut atteindre et dépasser 200 divisions, ce qui correspond à un potentiel supérieur à 20 volts. L'air qui environne la plante est donc électrisé positivement. Une seule fois, avec un géranium, on a obtenu une électrisation positive de la plante.

Après avoir passé en revue toutes ces expériences, il y aurait lieu de les coordonner et de leur chercher une explication. Un essai de ce genre a été fait par M. Wiedemann; nous ne le suivrons point sur ce terrain. Nous pensons qu'il est préférable, pour le moment du moins, de rester dans le domaine des faits. Il est problable d'ailleurs que cette action singulière des radiations ultra-violettes n'est pas seulement capable de s'exercer sur certains phénomènes électriques, mais qu'elle doit aussi se manifester dans des phénomènes qui dépendent des propriétés superficielles des corps.

COMPARAISONS DE RÈGLES MÉTRIQUES ET MESURES DE DILATATIONS;

PAR M. RENÉ BENOÎT.

Les volumes I, II, III et VI des *Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures* contiennent, réparti dans plusieurs Mémoires, l'exposé des déterminations de longueurs et des mesures de dilatations que j'ai exécutées, depuis quelques années, dans cet établissement ([1]). Ces études se poursuivent encore. Celles, en particulier, qui se rapportent aux nou-

---

([1]) *Études sur l'appareil de M. Fizeau pour la mesure des dilatations* (*Travaux et Mémoires*, etc., t. I, 1881). *Mesure de dilatations et comparaisons de règles métriques* (*Ibid.*, t. II, 1883). *Mesures de dilatations et comparaisons de règles métriques*, 2ᵉ Partie (*Ibid.*, t. III, 1884). *Nouvelles études et mesures de dilatations par la méthode de M. Fizeau* (*Ibid.*, t. VI, 1888). Comme études analogues, faites également au Bureau et publiées dans la même Collection, je mentionnerai encore *Comparaisons des mètres à la température ambiante*, par J. Pernet (*Ibid.*, t. IV, 1886).

veaux prototypes du mètre, qui doivent être distribués prochainement aux États signataires de la *Convention du Mètre* de 1875, approchent actuellement de leur terme, et seront ultérieurement publiées par le Bureau. Je me propose de donner ici un résumé des travaux déjà faits, en décrivant sommairement les méthodes employées, et reproduisant quelques résultats qui peuvent présenter un intérêt général. Pour plus amples détails, je renverrai aux Mémoires originaux.

Les études qui m'ont été confiées par le Comité international et dont il s'agit ici peuvent se diviser en deux séries très distinctes, non par leur objet, mais par les méthodes mises en œuvre et les instruments employés. Les unes ont été faites sur des règles métriques à *traits*, par la méthode dite *du Comparateur;* les autres ont porté sur des fragments de ces mêmes règles ou sur des échantillons de natures diverses, par la méthode de M. Fizeau, qui repose, comme on sait, sur l'observation d'un phénomène d'interférence. Je les passerai successivement en revue.

I. — Mesures par la méthode du comparateur.

Ces mesures ont porté sur un certain nombre de règles, d'origine, de nature et d'importance diverses. Les unes sont des étalons provisoires ou secondaires du mètre, ou des échelles complètes, appartenant au Bureau international et faisant partie de son outillage scientifique, ou bien détachées de certains de ses instruments (baromètres normaux, manomètres, etc.); d'autres sont d'anciens étalons de longueur appartenant aux services des Poids et Mesures ou à des établissements scientifiques de divers pays, etc. Entre toutes, celle qui présente le plus d'intérêt est l'*Étalon international provisoire*, désigné dans les cahiers du Bureau par le symbole I_2. C'est, en effet, la règle qui a servi d'intermédiaire pour passer de l'ancien *Mètre des Archives* au nouveau Prototype international [1].

[1] Le passage du *Mètre des Archives* au *Mètre international* présentait des difficultés particulières. Le Mètre des Archives est un étalon *à bouts*, c'est-à-dire dont la longueur est définie par la distance, à zéro, des milieux des deux faces, normales à son axe, qui le terminent. Le Mètre international, comme tous les nouveaux prototypes, devait être un étalon *à traits*, c'est-à-dire constitué par une règle plus longue que le Mètre, et dont la longueur est définie par la distance,

Cette règle est construite en alliage de platine et d'iridium, à 10 pour 100 d'iridium. Sa section a la forme dite *en* X, qui a été adoptée par la Commission internationale pour les nouveaux prototypes. Cette section est représentée, en vraie grandeur, dans la *fig.* 1 ci-contre. Les traits limitatifs sont tracés sur la surface supérieure du jambage transversal, surface qui contient le centre de gravité de la section, et coïncide par suite avec le plan des fibres

---

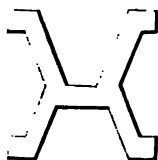
à zéro, de deux traits fins tracés sur l'une de ses faces. La Commission internationale du Mètre, réunie à Paris en 1872, ayant décidé de « prendre comme point de départ, pour l'exécution du Mètre international, le Mètre des Archives, dans l'état où il se trouve (*Résolutions de la Commission internationale du Mètre*, Art. I) », il s'agissait de conserver identiquement la même longueur, tout en lui donnant une représentation matérielle de nature différente. Ce n'est pas ici le lieu d'exposer les méthodes qui ont été employées pour atteindre ce but; tous les travaux qui se rapportent à cette question seront prochainement publiés en détail par la Section française de la Commission internationale. Je dirai seulement qu'un étalon provisoire fut d'abord construit et tracé approximativement à la longueur du Mètre des Archives, puis soumis à une longue série de comparaisons avec ce dernier, pendant l'automne et l'hiver 1881-1882. Ces comparaisons, faites au Conservatoire des Arts et Métiers, par M. Gustave Tresca et par moi, sous la direction d'une Commission mixte composée de MM. Dumas, H. Tresca et Cornu, de la Section française, et de MM. Broch, Foerster et Stas, du Comité international, conduisirent, toutes réductions et calculs terminés, à ce résultat, que la distance des traits limitatifs de la Règle provisoire I_2, un peu trop grande, excédait à zéro la longueur du Mètre des Archives de 6^{μ} à très peu près. En conséquence, la longueur ($I_{2(0)} - 6^{\mu}$) fut, par décision du Comité, adoptée, à partir de ce moment, comme représentant l'unité de longueur pour tous les travaux du Bureau international, et devint le mètre provisoire auquel tous leurs résultats furent rapportés. Depuis, il a été construit, par les soins de la Section française, une série de nouvelles règles du même métal et de même forme, qui doit fournir d'abord le nouveau Prototype international et ses *témoins*, puis les Prototypes nationaux à distribuer aux États contractants. Ces règles ont été tracées d'après l'Étalon provisoire I_2 et en tenant compte de l'excès de longueur de celui-ci. Le succès de ces opérations a été tel que, parmi ces nouveaux mètres, tous d'ailleurs extrêmement voisins les uns des autres, il s'en trouve plusieurs qui reproduisent la longueur du Mètre des Archives, dans les limites d'exactitude des observations les plus précises qu'on puisse faire, et satisfont par conséquent à la condition qu'on s'était proposée. C'est parmi ceux-ci qu'on a choisi, une fois terminés les calculs de compensation des comparaisons qui ont été faites entre toutes ces règles, le nouveau Prototype, qui doit devenir, après avoir été sanctionné par la Conférence des délégués des Gouvernements, l'étalon fondamental du système métrique.

([1]) *Voir*, sur cette forme en X et les raisons qui l'ont fait adopter, *Procès-Verbaux de la Commission internationale du Mètre*, réunions de 1872, p. 61-68 et p. 191-209; annexe VII : *Note sur la forme qu'il convient de donner aux mètres que la Commission internationale doit construire*, par H. Tresca.

neutres; l'un des avantages de cette forme est, en conséquence, que la longueur de la règle, c'est-à-dire la distance des traits, est indépendante du mode de support.

Les *comparateurs* qui sont employés aux études des longueurs à traits, tels qu'on les construit aujourd'hui, sont constitués essentiellement par des microscopes à micromètre, le plus souvent au

Fig. 1.



nombre de deux, montés verticalement et solidement assujettis dans des positions fixes. Au-dessous d'eux, un mécanisme approprié permet d'amener successivement dans leurs plans de visée les règles ou échelles que l'on veut étudier. Suivant l'objet spécial des travaux auxquels ils doivent servir, les dispositions qui sont propres à chacun d'eux peuvent d'ailleurs varier considérablement (1).

---

(1) Au point de vue du principe même de la construction et de la méthode de comparaison, on pourrait diviser les comparateurs en deux classes : les comparateurs *à mouvement transversal* et les *comparateurs à mouvement longitudinal*; ceux-ci se prêtent particulièrement au *tracé* des règles; c'est avec un instrument de ce genre, au Conservatoire des Arts et Métiers, que l'on a *copié* le Mètre des Archives sur les nouveaux étalons.

Les comparateurs que possède actuellement le Bureau international appartiennent au premier type, préférable pour l'étude des règles. Ils sont au nombre de quatre :

1° *Comparateur Brunner*, destiné spécialement à l'établissement des *équations* ou des différences de longueur des règles;

2° *Comparateur à dilatation*, servant également pour de simples comparaisons, mais destiné principalement à la mesure des coefficients de dilatation;

3° *Comparateur universel*, destiné à la détermination des longueurs différentes du mètre, ou appartenant à d'autres systèmes de mesure : toise, yard, etc. (jusqu'à 4^m), ainsi qu'à celle des longueurs à bouts; cet appareil sert encore à étudier les subdivisions, et permet de passer, par des étalonnages successifs, de l'unité principale à ses sous-multiples d'ordre quelconque;

4° *Comparateur géodésique*, destiné à la détermination des grandes règles qui servent à mesurer les bases, en Géodésie; cet appareil, de dimensions inaccoutumées, comporte sept microscopes à micromètre; tous les mouvements nécessaires aux opérations s'y exécutent par l'électricité, qui lui fournit également l'éclairage.

Celui qui a servi aux études dont il s'agit ici est le *Comparateur à dilatation*, représenté *fig*. 2.

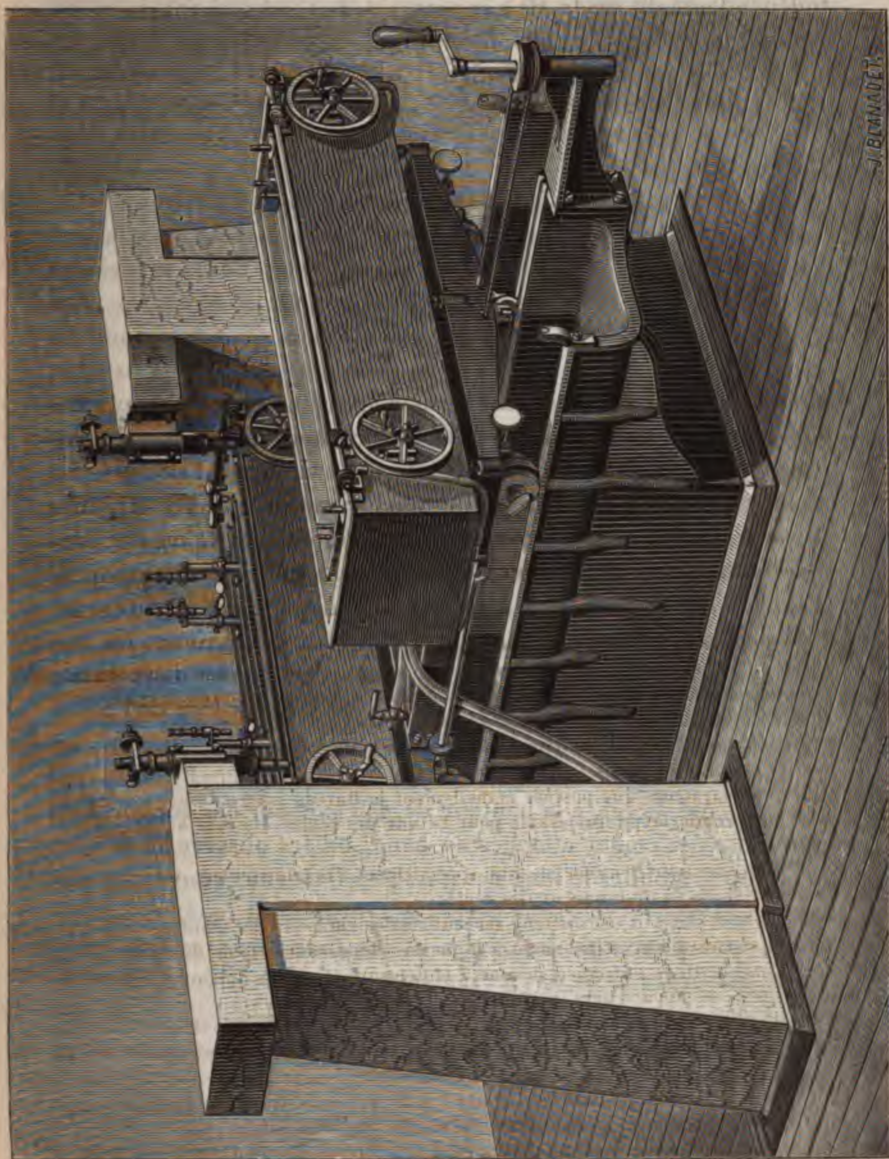


Fig. 2.

Les deux microscopes sont scellés, au moyen de fortes équerres de fonte, sur deux gros piliers monolithes, montés eux-mêmes sur

une fondation en béton profonde, massive et très solide. Ils ont été réglés de manière que leurs axes, exactement verticaux, soient à un mètre de distance l'un de l'autre, et que leurs plans focaux soient sur une même horizontale. Les micromètres, qui ont été construits par MM. Brunner, à Paris, présentent la disposition ordinaire des micromètres usités dans les instruments de Géodésie et d'Astronomie. Les pointés se font en encadrant le trait entre deux fils parallèles.

Le grossissement des microscopes est de 90 à 95 environ.

Au-dessous, est le corps même du comparateur, composé d'abord d'un fort et massif bâti de fonte, formant par ses bords supérieurs une sorte de chemin de fer, sur lequel roule un lourd chariot, qui sert de support à deux auges parallèles. Dans ces auges, longues cuves métalliques à doubles parois, protégées par un revêtement de chêne, doivent être enfermées les règles à comparer, que le déplacement du chariot permet d'amener alternativement sous les microscopes. A cet effet, l'axe de chacune d'elles est occupé par un support ou *banc*, de forme appropriée, muni des divers organes de rectification, à l'aide desquels l'observateur peut, en agissant sur des boutons extérieurs tout en ayant l'œil aux microscopes, gouverner les règles, les mettre au point aux deux extrémités, les déplacer longitudinalement ou transversalement, suivant les besoins. Les mètres à étudier sont en général posés sur deux galets ou rouleaux parallèles, fixés au banc, à une distance l'un de l'autre calculée pour réduire au minimum les effets de la flexion. Chacun d'eux est accompagné de quatre thermomètres, placés horizontalement à côté de lui, à la hauteur de son axe, sur des supports en fourchette également attachés au banc; on les observe au moyen de lunettes, mobiles le long des glissières fixées aux couvercles des auges. Ces couvercles sont percés des orifices et fenêtres nécessaires, tant pour voir les règles et les thermomètres que pour laisser passer les tiges des mécanismes de rectification. L'une des auges peut, à volonté, recevoir deux bancs semblables, placés parallèlement l'un à côté de l'autre, pour la comparaison de deux règles à la même température.

Tout l'appareil est complètement isolé du parquet environnant, qui l'entoure sans le toucher, de manière à le soustraire à toute chance de vibrations ou d'ébranlements.

Le mouvement du chariot peut être produit, soit rapidement, au

moyen d'une manivelle qui l'entraîne par l'intermédiaire d'une corde, soit micrométriquement, au moyen d'engrenages placés en dessous, sur lesquels l'observateur agit à l'aide de longues tringles munies de boutons, qui règnent des deux côtés suivant toute la longueur de l'instrument.

Ce comparateur a été construit spécialement en vue de mesures à effectuer dans un liquide. Ce liquide est le plus ordinairement de l'eau pure, qui, sur des règles en platine ou platine iridié, n'exerce aucune influence nuisible appréciable, alors même que son action est prolongée pendant très longtemps. On a encore employé l'eau, sans inconvénient, pour des mètres en laiton, en bronze ou en bronze d'aluminium, tracés sur lame d'argent incrustée. Pour des règles de fer ou d'acier, après divers essais suivis d'insuccès plus ou moins complets (glycérine, pétrole, huiles végétales), on a eu recours à une solution saturée de borate de soude, dans laquelle ces métaux peuvent se conserver assez longtemps sans s'oxyder, et qui présente les qualités de fluidité et de transparence nécessaires pour permettre les observations optiques dans de bonnes conditions. On s'est assuré, par des études préalables, que la présence de la couche liquide d'une certaine épaisseur, au travers de laquelle s'observent les traits, ne peut donner lieu à aucune erreur systématique appréciable.

Des agitateurs permettent de mélanger énergiquement les couches du bain, entre les pointés successifs sur les règles, de manière à assurer, autant que possible, l'uniformité de la température. Ils sont constitués par des hélices, qui, en tournant rapidement dans des boîtes cylindriques, aspirent le liquide à l'une des extrémités de l'appareil pour le reverser à l'autre. Chacune des auges en porte deux : l'un pour le liquide intérieur qui baigne les règles, l'autre pour celui qui remplit la double paroi. Le mouvement est imprimé aux agitateurs au moyen de cordes sans fin réfléchies sur des poulies de renvoi, et entraînées par des volants extérieurs que l'on fait tourner par des manivelles [1].

---

[1] Pour les déterminations plus récentes, on a introduit dans le comparateur certains perfectionnements. En particulier, le montage du comparateur géodésique ayant amené le Bureau à créer une installation électrique assez complète,

Dans la plupart des déterminations métrologiques, l'une des conditions essentielles de l'exactitude des résultats est la constance, aussi parfaite que possible, de la température pendant toute la durée des observations. Tant qu'on opère à la température ambiante, cette condition se satisfait sans aucune difficulté, dans des salles qui sont, comme celles de l'Observatoire du Bureau, entourées de murs épais, fermées de toutes parts, et mises complètement à l'abri, par la disposition de leurs fenêtres, de la pénétration des rayons solaires. Mais lorsqu'on a besoin, comme dans les mesures de dilatations, de passer par des températures différentes et quelquefois très éloignées de la température ambiante, on est obligé, pour les obtenir et les maintenir invariables, de recourir à des procédés plus ou moins compliqués. On y est parvenu, dans notre comparateur, au moyen d'une circulation continue d'eau dans la double paroi des auges, dans les conditions suivantes.

L'eau est fournie par un grand réservoir métallique, extérieur à la salle, mis en communication avec le comparateur par un tuyau de caoutchouc à parois épaisses, et alimenté par un robinet branché sur la conduite générale de l'établissement. Ce robinet est muni d'un flotteur, qui maintient automatiquement le niveau constant, pendant que l'eau s'écoule par le tuyau de caoutchouc, remplit la double paroi (qui contient 48^{lit} environ) et se déverse ensuite par des trop-pleins qui la conduisent à un égout.

En traversant le réservoir, l'eau est chauffée par une couronne de becs de gaz, placée au-dessous et gouvernée par un thermo-régulateur à tension de vapeur, actionné par de l'éther chlorhydrique (¹), et dont on déplace à volonté la glissière suivant la température que l'on veut obtenir. La vitesse d'écoulement se règle au moyen d'un robinet spécial muni d'une graduation. La double paroi de l'auge du comparateur est ainsi traversée par un courant uniforme d'eau, à une température très sensiblement constante, et, au bout de quelques heures, il s'établit, dans le bain

on en a profité pour actionner ces agitateurs par de petits électromoteurs fixés sur les auges.

(¹) *Régulateur de température*, par R. Benoît (*Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 3[illegible]; 1879).

dans lequel plongent les règles, un état d'équilibre presque complet entre la chaleur reçue de l'eau chaude qui afflue et la chaleur perdue par rayonnement. Quand toutes les conditions de l'expérience ont été soigneusement réglées, une fois cet état d'équilibre établi, la température peut être maintenue constante, à quelques centièmes de degré près, pendant des heures entières, même avec des écarts de 30 à 35 degrés par rapport à la température ambiante. Il y a deux installations semblables et indépendantes, une pour chacune des deux auges.

Les températures voisines de zéro s'obtiennent en remplissant la double paroi de glace concassée, et couvrant en outre l'auge d'un couvercle spécial, formant cuvette, également chargé de glace. Les températures intermédiaires entre zéro et la température ambiante peuvent s'obtenir en préparant d'avance, dans le réservoir extérieur, de l'eau refroidie par de la glace, et en réglant convenablement l'écoulement de cette eau dans la double paroi de l'auge.

Le principe de la méthode de comparaison de deux règles à traits est le suivant :

Soient, dans une observation donnée, A, B les traits délimitatifs de la règle placée sous les microscopes, dont les objectifs sont en c, c' (*fig.* 3). Les pointés faits sur ces traits conduisent à des lectures a, b des micromètres. Soient P, Q les deux points qui, dans le plan horizontal AB, correspondraient aux zéros ou aux points de départ des lectures micrométriques. Soient en outre ν, σ les valeurs respectives, en microns, d'une division dans chacun des micromètres. On a

$$AB = BQ + AP - BQ = PQ + a\nu - b\sigma.$$

La différence $a\nu - b\sigma$ des lectures (toutes réductions faites) des deux micromètres exprime donc, en microns, l'excès (positif ou négatif) de la longueur de la règle sur la longueur PQ, qui est constante tant que les microscopes restent immobiles, et à peu près égale à la distance de leurs axes. Si l'on substitue une autre règle à la précédente, on aura de même

$$A'B' = PQ + a'\nu - b'\sigma.$$

En retranchant cette équation de la précédente, PQ s'élimine et

l'on obtient la différence en microns des deux règles comparées, dans les conditions de l'expérience :

$$AB - A'B' = (a - a')\nu - (b - b')\sigma.$$

L'éclairement des tracés se fait verticalement, par l'axe même du microscope, au moyen d'un miroir plan incliné à 45°, fixé dans le tube au-dessus de l'objectif et percé d'un orifice central. Cet

Fig. 3.



éclairement, pour donner des résultats constants dans les mesures micrométriques, doit satisfaire à certaines conditions qui ont été soigneusement analysées par M. Cornu, et que l'on s'est toujours efforcé de réaliser de la façon la plus parfaite :

1° Le champ de vision doit être uniformément éclairé dans toute son étendue ;

2° L'anneau oculaire du microscope, examiné avec une loupe convenable, doit avoir une forme symétrique et présenter un éclat uniforme (¹).

Comme source lumineuse, on peut prendre la lumière naturelle du ciel, qui tombe verticalement de la lanterne qui éclaire par le haut la salle d'observation, et qu'on rejette au moyen d'un prisme à réflexion totale sur le miroir intérieur du microscope. Mais cette lumière, parfois très bonne, est très souvent insuffisante, et, en général, dans notre climat, incessamment variable ; pendant les courtes et sombres journées d'hiver, elle permet à peine quelques heures d'observation. Dans certaines opérations, longues à préparer, l'emploi d'un éclairage artificiel s'impose. On s'est servi

(¹) *Recueil de Mémoires, Rapports et Documents relatifs à l'observation du passage de Vénus sur le Soleil*, t. II : *Mesure des épreuves photographiques*, par A. Cornu. On trouvera aussi une étude très soigneusement faite de cette question, ainsi que de certaines sources d'erreurs dans les comparaisons dans *Relation des expériences qui ont servi à la construction de deux mètres étalons*, etc., par J. Bosscha ; Leyde, 1886.

d'abord d'une plaque circulaire de verre dépoli uniformément illuminée par derrière par un large faisceau provenant d'une lampe à gaz, et projetée sur elle par une lentille de grand diamètre. Plus tard, on est parvenu à remplacer ces lampes, qui avaient l'inconvénient de répandre beaucoup de chaleur, par deux très petites lampes à essence minérale, placées aux foyers respectifs de deux collimateurs. Ces lampes sont à une distance de 2^m environ en arrière du comparateur ([1]).

Toute comparaison entre deux règles métriques implique la mesure de deux quantités également importantes : leur température par les thermomètres qui les accompagnent, et leur différence de longueur par les micromètres. On s'est efforcé d'atteindre, dans la détermination de ces deux quantités, les dernières limites d'exactitude compatibles avec l'état actuel de la science et des appareils. En particulier et tout d'abord, on a tâché de faire disparaître d'une façon complète toutes les erreurs constantes ou systématiques, dites *instrumentales,* qui peuvent être éliminées par une étude minutieuse des instruments. Une partie importante des Mémoires est consacrée à ces travaux préliminaires indispensables.

Mesure des températures. Thermomètres. — La mesure précise des températures par le thermomètre à mercure a été l'objet, au Bureau international, d'une longue série d'études poursuivies avec persévérance, depuis une dizaines d'années, par plusieurs observateurs. Ces études ont montré que le thermomètre à mercure, loin d'être, comme c'est une opinion trop communément répandue et presque classique, un instrument capricieux, irrégulier, infidèle, peut devenir, lorsqu'il est convenablement construit, soigneusement étudié, et employé suivant certaines règles systématiques toujours respectées, un instrument de précision de premier ordre. Ses variations obéissent à des lois qui ont été élucidées, et, dans des conditions données, peuvent être prévues avec une rigoureuse exactitude. En dernier lieu, l'ensemble de ces

---

([1]) Plus récemment encore, on a substitué à ce mode d'éclairage l'emploi de petites lampes électriques à incandescence, associées à un système optique approprié.

recherches nous a amenés à adopter, dans toutes nos mesures, une échelle thermométrique particulière, qui est celle des thermomètres à mercure en verre *dur*, à base de chaux, de composition sensiblement uniforme, qui nous ont été fournis jusqu'à présent par M. Tonnelot, constructeur à Paris. Les comparaisons les plus minutieuses nous ont prouvé que, non seulement chacun de ces thermomètres reste en tout temps comparable à lui-même, mais encore qu'ils fournissent tous une échelle de température toujours concordante, dans l'intervalle de -25° à $+100^{\circ}$, dans les limites de la précision des observations les plus parfaites qu'on puisse faire, c'est-à-dire à quelques millièmes de degré près ([1]). Cette échelle, empirique, arbitraire, mais parfaitement définie, a été soigneusement comparée à l'échelle fournie par le thermomètre à hydrogène, laquelle, entre les mêmes limites, paraît devoir coïncider de très près avec l'échelle absolue qui serait représentée par la dilatation d'un gaz parfait ([2]). La Table de concordance entre les deux échelles étant bien établie, le thermomètre à mercure devient un intermédiaire, qui, sans rien faire perdre en exactitude, permet ou facilite les déterminations, dans les cas très nombreux où l'emploi du thermomètre à gaz serait impossible ou par trop incommode.

La plus grande partie des travaux qui font l'objet de cette Note est antérieure à l'époque où, après avoir étudié comparativement diverses sortes de verre, nous avons été ainsi amené à préférer le verre *dur*, un peu vert, peu fusible, que nous avons adopté défini-

---

([1]) Le Bureau international a aujourd'hui entre les mains, pour son propre usage, ou a eu, pour les distribuer ensuite à divers établissements scientifiques ou physiciens de la France et de l'étranger, environ 170 thermomètres de cette catégorie; une soixantaine de ces instruments doivent être livrés aux Gouvernements signataires de la Convention du Mètre, en même temps que leurs prototypes du mètre et du kilogramme. *Tous* ces thermomètres ont été étudiés individuellement, d'une façon complète, par les méthodes indiquées plus loin. On pourrait dire que chacun d'eux, accompagné de ses tables de corrections, est un étalon, et il n'y aurait *a priori* aucune raison de préférer l'un à l'autre. Parmi les observations, en nombre très considérable, qui ont été faites sur eux, par plusieurs observateurs, *pas une seule*, jusqu'à présent, n'est venue contredire l'assertion que j'ai émise, ni mettre en suspicion sa généralité.

([2]) *Études sur le thermomètre à gaz et comparaison des thermomètres à mercure avec le thermomètre à gaz*, par P. Chappuis (*Travaux et Mémoires*, t. VI, 1888).

tivement. Aussi les thermomètres qui y ont été employés étaient-ils encore en cristal à base de plomb, matière dont se servent en général les constructeurs français, en ayant égard plutôt à la beauté de son aspect et à la facilité avec laquelle elle se travaille qu'à ses qualités thermiques. L'échelle thermométrique que fournit cette matière est un peu différente de celle du verre dur, et en même temps un peu moins sûre. Des comparaisons, faites ultérieurement entre les deux échelles, ont permis de transformer tous les résultats obtenus de l'un des systèmes dans l'autre.

Un thermomètre de premier ordre doit satisfaire aux conditions suivantes :

1° Il faut qu'il possède les deux points fixes qui définissent l'échelle des températures;

2° Il faut qu'on puisse déterminer les rapports des capacités correspondant aux diverses parties de son échelle à la capacité totale comprise entre ces points fixes, ou, en d'autres termes, exprimer chaque division en fonction de la distance fondamentale;

3° Il faut, pour que la lecture se fasse avec une certaine précision, que le degré ait sur l'échelle une longueur assez grande pour comporter une subdivision, en dixièmes par exemple, sans que les traits de cette subdivision deviennent eux-mêmes trop rapprochés.

Il est souvent facile, comme on sait, de concilier cette dernière condition avec les deux précédentes, sans donner pourtant au thermomètre une longueur exagérée, en remplaçant certaines portions de l'échelle, que les observations ne doivent pas utiliser, par des réservoirs intermédiaires, soufflés dans la tige en des points convenables, et dont la capacité équivaut à un nombre de degrés déterminé.

Les thermomètres employés dans les mesures au comparateur sont représentés *fig.* 4. Ils ont une longueur de 50 centimètres environ. Ils présentent deux ampoules intermédiaires, l'une entre 38 et 65, l'autre entre 65 et 100. La partie inférieure de l'échelle descend jusqu'à — 6. Pour faire la division, on a marqué sur la tige d'abord les points 100° et 0°; puis (soit par comparaison avec un autre thermomètre, soit par calibrage) un point voisin de 30° ou 35°. On a ensuite divisé, avec la machine à diviser convenablement

réglée, l'intervalle entre ce dernier point et le réservoir en parties *de longueurs égales,* représentant sensiblement des dixièmes de degré. La division, interrompue par les ampoules, a été prolongée entre elles et au-dessus, de manière à faire passer les traits convenables par les points 65 et 100, déjà marqués. La graduation ainsi faite représente, si le tube a un calibre intérieur assez régu-

Fig. 4.



lier, une échelle centigrade *à peu près* exacte, qui deviendra *rigoureusement* exacte, quand on aura déterminé par une étude complète du thermomètre les corrections de chaque point ([1]). Le degré a une longueur d'environ 7 millimètres.

([1]) On sait que les constructeurs corrigent le plus souvent leurs divisions, d'après une étude préalable du calibre intérieur du tube, de manière à représenter des *capacités* égales. Ce procédé a sans doute l'avantage, lorsqu'il est mis en œuvre avec soin et habileté, de simplifier les mesures de températures; il convient très bien pour les thermomètres de deuxième ordre, dans les cas où les

Pour ce qui concerne les règles appliquées au Bureau international dans la mesure des températures, ainsi que les méthodes employées pour faire l'étude des thermomètres et déterminer toutes leurs corrections, je ne puis ici que donner brièvement quelques indications générales, en renvoyant pour tous détails aux documents justificatifs épars dans les publications du Bureau ([1]).

Toute mesure de température par un thermomètre à mercure est, à proprement parler, le résultat de *deux* lectures sur l'échelle de ce thermomètre, l'une correspondant à la température que l'on veut mesurer, l'autre correspondant à une température déterminée, connue, et qui puisse être obtenue à volonté, toujours identique à elle-même, par la reproduction d'un phénomène physique invariable, tel par exemple que la fusion de la glace pure. Ce terme constant de comparaison, qui est par définition le point zéro de l'échelle thermométrique, indique quel doit être le point de départ des lectures sur cette échelle, pour l'observation dont il s'agit.

Ces deux lectures doivent d'abord subir, l'une et l'autre, les

---

observations n'exigent qu'une précision médiocre, et où l'on pense en conséquence pouvoir se dispenser de faire l'étude de ces instruments. Pour les thermomètres de haute précision, il n'a au contraire que des inconvénients. En effet, l'exécution matérielle d'une compensation rigoureuse présente les plus grandes difficultés, et l'expérience a surabondamment prouvé que les meilleurs artistes ne la réalisent jamais qu'imparfaitement. Dès lors, elle ne dispense pas de l'étude du thermomètre, et elle rend cette étude plus compliquée, en faisant perdre le bénéfice de la *continuité*, qui permet, dans un tube bien choisi, de compléter la table des corrections par une simple interpolation, après qu'on a déterminé directement celles d'un certain nombre de points *principaux*, convenablement espacés. Si l'adaptation de l'échelle est faite au moyen d'une machine à diviser, dont la marche est modifiée de temps en temps, la continuité se trouve subitement rompue en certains points; si l'échelle est gravée à la main, la discontinuité peut être moins brusque, mais elle est plus générale, et s'étend indistinctement sur tous les traits de la division. De là résulte la nécessité, avant tout, de connaître les *erreurs de division*, dont la considération entraîne des calculs extrêmement longs et fastidieux.

([1]) En outre des Mémoires indiqués plus haut, je citerai, en particulier, dans le tome I des *Travaux et Mémoires*, *Mesure des températures par le thermomètre à mercure*, par J. Pernet, et *Pesées* (*instruments auxiliaires*), par M. Marek; dans le tome V, *Études thermométriques*, par M. Ch. Guillaume; et *Étalonnage et calibrage*, par O.-J. Broch. Je dois signaler en outre un Ouvrage de M. Ch. Guillaume, intitulé *Traité pratique de la thermométrie de précision*, qui est actuellement à l'impression et paraîtra incessamment.

trois corrections de *calibrage*, de *pression extérieure* et de *pression intérieure*, qui les ramènent à ce qu'elles auraient été : 1° si les divisions de l'échelle correspondaient à des capacités égales à l'intérieur du tube; 2° si la pression extérieure exercée sur le thermomètre par les milieux ambiants était ramenée à une valeur fixe, toujours la même; enfin 3° si le thermomètre avait été placé horizontalement, c'est-à-dire dans la position où la pression de la colonne mercurielle sur l'intérieur du réservoir est toujours nulle, et par conséquent constante pour toute hauteur de cette colonne. La différence des deux lectures, ainsi dûment corrigées, donne le nombre de divisions de l'échelle correspondant à la température à mesurer; il reste à transformer ces divisions en degrés centigrades exacts, ce qui se fait en ajoutant à cette différence une nouvelle correction, dite d'*intervalle fondamental*. Ces diverses corrections sont fournies par des Tables préparées d'avance et résultant d'un travail préliminaire, dont l'ensemble constitue l'étude du thermomètre.

M. Ch. Guillaume a déjà donné, dans ce Journal (1), un aperçu des méthodes au moyen desquelles se déterminent ces corrections. Je passerai très rapidement sur chacune d'elles.

Le calibrage se fait en isolant des colonnes de mercure de longueurs données que l'on déplace successivement dans le tube, et dont on mesure les longueurs par l'échelle même. Pour tirer le meilleur parti possible des observations, on doit choisir méthodiquement les longueurs de ces colonnes, de manière qu'elles représentent les multiples successifs de la plus petite d'entre elles. Pour faire un calibrage de 2 en 2 degrés, par exemple, on opérera successivement sur des colonnes ayant sensiblement des longueurs équivalentes à 2, 4, 6, ... degrés de l'échelle, et on les mesurera en les faisant avancer progressivement de 2 degrés à chaque observation. On arrive ainsi à des schémas ou diagrammes d'observations très symétriques, qui se prêtent aisément au calcul, malgré le très grand nombre d'équations de condition qu'ils peuvent parfois contenir. Très souvent on opère par subdivisions successives, et cette

---

(1) *Sur l'étude du thermomètre à mercure* (*Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 221; 1887) et *Recherches sur le thermomètre à mercure* (*Ibid.*, t. VII, p. 419; 1888).

marche est même évidemment obligée, lorsqu'on a affaire à des thermomètres à ampoules intermédiaires; on ramène ensuite, en appliquant une formule de transformation, les résultats de tous les calibrages partiels à rentrer dans un même système. La forme intérieure d'un tube peut être déterminée, par un calibrage bien fait, avec une précision pour ainsi dire indéfinie, qui ne dépend que de la patience de l'observateur et du temps qu'il veut y consacrer.

La correction de pression extérieure est négligeable, même pour des thermomètres très délicats, tant qu'il ne s'agit que de l'influence des variations de la pression atmosphérique; mais il n'en est plus de même, si les thermomètres sont plongés sous des couches plus ou moins profondes de liquide, ou placés dans le vide. On détermine cette correction en suspendant le thermomètre dans un tube de verre fermé, qu'on met alternativement en communication avec l'atmosphère et avec le récipient d'une machine pneumatique.

La correction de pression intérieure, c'est-à-dire la différence entre les lectures correspondant à une même température en position horizontale et en position verticale, est en général très loin d'être négligeable. Elle atteint et dépasse facilement, dans les thermomètres en cristal, un dixième de degré, soit une division entière, pour les parties supérieures de l'échelle. On peut, soit la mesurer directement, soit la déduire de la précédente par le calcul en tenant compte de la compressibilité du mercure.

L'intervalle fondamental est déterminé par les procédés ordinaires, le point 100 d'abord, au moyen d'un appareil analogue à celui de Regnault; puis, *immédiatement après*, le point 0, dans de la glace très pure, finement rapée. Un excellent baromètre de précision, construit au Bureau même, donne la pression atmosphérique au moment de l'expérience.

Il reste à dire quelques mots du zéro. On sait que les déplacements du zéro, conséquences des changements de volume du réservoir, se présentent avec deux caractères : 1° il se produit une ascension progressive assez rapide pour un thermomètre de construction récente, et qui devient de plus en plus lente à mesure que l'instrument vieillit; si l'on suppose un thermomètre maintenu dans des conditions à peu près constantes, par exemple à la

température ambiante, dans un laboratoire, on peut constater cette ascension par des déterminations faites de temps en temps, et calculer par interpolation, avec une grande approximation, la position du zéro pour une époque quelconque; 2° si le thermomètre est, au contraire, employé à des expériences qui obligent à le porter successivement à des températures différentes et plus ou moins élevées, on voit se superposer au mouvement précédent des variations brusques et temporaires, dont les lois peuvent varier sensiblement suivant la nature du verre dont l'instrument est formé. Lorsque le thermomètre est resté pendant un temps suffisant à une température donnée, son zéro prend une position limite, très sensiblement fixe, qui est précisément celle qui doit constituer le point de départ de l'échelle pour l'observation correspondante. Au début et pendant assez longtemps, je me suis astreint rigoureusement à déterminer les zéros des huit thermomètres que comporte l'emploi du comparateur dans les mesures de dilatation, tous les jours, immédiatement après chacune des séries d'observations; plus tard, une fois les lois de leurs déplacements bien établies, je me suis contenté de les prendre seulement lorsque les expériences faisaient passer par les températures maxima et minima; on les calculait pour les séries intermédiaires.

Mesure des longueurs. Micromètres. — L'étude de chaque micromètre comprend les déterminations : 1° des *erreurs périodiques*, ou des irrégularités qui se reproduisent périodiquement à chaque tour du tambour; 2° des *erreurs progressives* ou irrégularités dues à l'inégalité du pas de la vis dans les diverses parties de sa longueur; 3° de la *valeur absolue* du pas moyen ou de la division moyenne du tambour.

Pour les erreurs périodiques, on a employé la méthode dite *de Bessel*, qui est généralement usitée en Astronomie. Dans cette méthode, on exprime les corrections (c'est-à-dire les quantités qu'il faut ajouter aux fractions d'un tour de la vis pour obtenir le déplacement vrai de celle-ci ou de son écrou suivant son axe) par une fonction périodique de la lecture faite sur le tambour; ainsi, u étant cette lecture, la correction x est de la forme

$$x_u = a_1 \cos u + a_2 \cos 2u + \ldots + b_1 \sin u + b_2 \sin 2u + \ldots.$$

Les coefficients a_1, a_2, ..., b_1, b_2, ... se déterminent par des mesures d'un même intervalle, faites en employant successivement différentes fractions du tour. Cet intervalle, qui doit représenter de préférence une partie aliquote d'une révolution de la vis, peut être soit la distance de deux traits d'une division qu'on pointe successivement avec le même réticule, soit la distance des deux fils parallèles du réticule qu'on amène successivement en coïncidence avec l'image d'un même trait immobile.

On a déterminé les erreurs progressives, par une méthode absolument analogue à un calibrage, en mesurant, à partir de l'origine des tours successifs de la vis, une série d'intervalles tracés sur une règle et de longueurs correspondant respectivement à 1, 2, 3, ... révolutions.

Dans un micromètre bien construit et en bon état, les erreurs, tant périodiques que progressives, sont très faibles et sortent à peine des limites des erreurs inévitables d'observation.

Enfin, la valeur absolue du pas s'obtient par une *tare*, c'est-à-dire en faisant servir le micromètre à mesurer un *millimètre étalon* connu. Notre millimètre étalon est l'un des millimètres de la division d'une règle du Bureau, dite *Règle Normale*, et sa longueur exacte a été déterminée par un long et minutieux étalonnage de cette échelle, fait au moyen du *Comparateur universel*.

Les microscopes ont été ajustés de façon que dix tours de la vis du micromètre couvrent très sensiblement l'image d'un millimètre dans le plan du réticule; la valeur d'une division du tambour est donc à très peu près de 1 μ. La tare est répétée de temps en temps; les résultats varient pourtant extrêmement peu.

Erreurs fortuites. — Je ne puis ici qu'indiquer les erreurs de cette espèce qui sont susceptibles d'entacher les résultats des opérations métrologiques. On peut comprendre dans cette classe : les erreurs *de pointé* proprement dites; les erreurs de *mise au foyer*: celles qui peuvent provenir d'un réglage accidentellement imparfait de l'éclairement; celles que causent parfois de légers mouvements dans le liquide, les poussières qui y nagent ou qui flottent à sa surface; des ébranlements imprimés aux supports des microscopes; une distribution inégale de la température dans les différentes parties du bain : les vapeurs qui s'en élèvent aux tempéra-

tures élevées et déplacent ou obscurcissent les images, etc. On a pu étudier l'influence de quelques-unes de ces causes et fixer les limites des erreurs qu'elles peuvent entraîner; mais leur caractère commun est d'éliminer plus ou moins complètement leurs effets par la répétition des observations. On ne doit pas oublier enfin que les sensations de tous les observateurs ne sont pas identiques, que l'œil d'un observateur est lui-même soumis à des variations, et que, suivant les moments, et surtout suivant l'état de fatigue plus ou moins grande où il se trouve, il peut voir et apprécier de façon plus ou moins différente.

Comparaisons des règles métriques. — Les deux règles à comparer étant placées l'une à côté de l'autre, dans la même auge, et la température voulue établie, on les fait passer alternativement, un certain nombre de fois, sous les microscopes. On a toujours soin de finir par la même règle par laquelle on a commencé. Une détermination *complète* comprend toujours plusieurs séries, dans lesquelles on déplace successivement les règles, dans le comparateur, d'avant en arrière et bout pour bout, de manière à leur faire occuper l'une après l'autre les diverses positions relatives qu'elles peuvent prendre par rapport aux microscopes et à l'observateur. Souvent on forme des groupes de plusieurs règles, que l'on compare entre elles successivement dans toutes les combinaisons possibles, ce qui fournit des équations de contrôle.

Les résultats de ces comparaisons n'ont d'intérêt que pour les métrologistes et les possesseurs des étalons sur lesquels elles sont faites; mais il ne sera pas sans utilité d'indiquer les limites d'exactitude que l'on peut aujourd'hui atteindre dans les opérations de ce genre.

Lorsqu'on calcule les *erreurs probables* des comparaisons, on arrive fréquemment à des valeurs de quelques centièmes de micron. Mais, comme presque toujours d'ailleurs, il faut se méfier de ces prodigieuses précisions. On peut se faire une idée plus juste de l'exactitude réelle atteinte, en répétant à longs intervalles les mêmes déterminations. Je citerai à cet égard les résultats obtenus sur trois des règles principales du Bureau, que j'avais étudiées en 1881-82 au Comparateur à dilatations. Elles ont été déterminées de nouveau, au Comparateur Brunner, par M. Boinot,

en 1888. Les deux colonnes du Tableau suivant donnent donc les résultats d'observations faites à six ou sept ans d'intervalle, par deux observateurs différents, travaillant avec des instruments différents (¹) :

	1881-82.	1888.
	m μ	m μ
Règle type I (en platine iridié)	1 + 76,04	1 + 75,57
Règle type II » »	+ 80,61	+ 80,43
Règle n° 13 » »	+ 3,05	+ 2,97

La divergence la plus grande n'atteint pas $0^{\mu},5$ et la moyenne est inférieure à $0^{\mu},3$. Pour les nouvelles règles prototypes, qui ont des tracés très fins et très nets sur un très beau poli spéculaire, la précision sera un peu plus grande, et pourra atteindre en moyenne de 1 à 2 dixièmes de micron environ. Mais les règles qui supportent de telles approximations sont très rares. Si les traits sont larges et surtout mal définis sur leurs bords, le mode d'appréciation particulier à chaque observateur intervient, et l'on voit alors apparaître des effets *d'équations personnelles*, qui, dans certains cas (exceptionnels, il est vrai) peuvent atteindre quelques microns.

Mesures de dilatations. — La dilatation d'une règle métrique (ou d'une matière quelconque dont on peut faire une règle) est mesurable de deux manières :

1° Par une méthode *absolue*, en comparant les longueurs différentes que prend la règle à étudier, portée dans des expériences successives à des températures différentes, à la longueur constante d'une autre règle, prise comme terme de comparaison et maintenue à une température invariable ;

2° Par une méthode *relative*, en portant les deux règles ensemble à diverses températures, et déterminant la variation de leur différence de longueur ; dans ce cas, la dilatation de la règle de comparaison doit être connue, aussi exactement que possible, par des expériences antérieures.

(¹) Les nombres de la première colonne sont extraits de mon Mémoire inséré au tome III des *Travaux et Mémoires* en 1884 ; ceux de la deuxième sont extraits d'un Mémoire qui paraîtra prochainement dans le tome VII, et dont le Dr Broch, Directeur du Bureau, corrigeait les dernières feuilles quelques jours à peine avant sa mort.

C'est, dans la plupart des cas, de la méthode absolue qu'on s'est servi. La règle à étudier est alors placée dans l'une des auges du comparateur, et la règle de comparaison dans l'autre. On établit les températures respectives au moyen du double système de circulation d'eau que j'ai décrit plus haut. Les déterminations sont toujours faites entre 0° et 38° environ. Il n'y aurait pas avantage à pousser plus haut; car, vers cette limite, on a déjà à lutter contre des difficultés sérieuses, provenant en particulier de l'extrême mobilité du liquide, du courant d'air chaud mélangé de vapeur qui s'en dégage, de la buée qui tend à se condenser sur les objectifs des microscopes et obscurcit les images. Le nombre des points par lesquels on passe varie suivant l'importance de la règle et l'exactitude que l'on désire obtenir. Une détermination sur un étalon de premier ordre comprend de trente à quarante séries de comparaisons. Comme il faut toujours quatre ou cinq heures pour préparer une série, et de une à deux heures, suivant les cas, pour faire l'observation, il est difficile, le plus souvent, de faire plus d'une série dans une journée. On voit donc qu'une bonne mesure de dilatation représente un travail de quatre à six semaines.

Dans chaque série, chacune des règles vient passer, alternativement, sous les microscopes, un certain nombre de fois; les thermomètres sont lus également plusieurs fois, à intervalles équidistants. Toutes les lectures thermométriques et micrométriques, ayant ensuite été *réduites* au moyen des Tables de corrections construites comme on l'a vu ci-dessus, on fait les moyennes respectivement des unes et des autres. Chaque série conduit donc, toutes réductions faites, à une relation de la forme

$$X_t - C_\tau = a,$$

où X_t est la longueur en microns de la règle étudiée à $t°$, C_τ la longueur de la règle de comparaison à $\tau°$, et a leur différence observée. La température τ ne peut pas être identiquement la même dans toutes les séries; mais elle s'écarte toujours très peu (quelques centièmes de degré le plus souvent) d'une moyenne θ, à laquelle on ramène tous les résultats, par de petites corrections, pour lesquelles une connaissance même grossière de la dilatation de la règle de comparaison serait à la rigueur suffisante. Le résultat final de la série, ainsi corrigé, est considéré comme consti-

tuant *une* observation et devant fournir une équation de condition, qui peut s'écrire, en remplaçant X_t par sa valeur

$$X_0 - C_0 + X_0 \alpha t + X_0 \beta t^2 = u.$$

Si la détermination comprend p séries, on a p équations semblables, que l'on combine, à égalité de poids, pour en former les équations normales, dont la résolution fournira les valeurs des inconnues $X_0\alpha$ et $X_0\beta$. Les règles étudiées diffèrent en général si peu de la longueur du mètre qu'on peut presque toujours, dans ces deux dernier termes, accepter $X_0 = 1000000$. En cas de besoin, une valeur plus exacte de ce facteur serait donnée, soit par la différence $X_0 - C_\theta$, qui ressort de la série même, la valeur de C_θ étant supposée déjà connue, soit par des comparaisons indépendantes.

L'erreur probable de la fonction $\alpha + \beta t$ est aussi une fonction de t, qui passe naturellement par un minimum pour le coefficient moyen entre les limites extrêmes de température dans lesquelles sont comprises les expériences. Ce minimum, dans les bonnes déterminations sur les règles de platine, est de $\frac{1}{3500}$ à $\frac{1}{4000}$ en valeur relative. Mais ici, comme tout à l'heure, l'exactitude réelle est notablement moindre, et l'on peut affirmer que la mesure d'une dilatation exacte au millième près de sa valeur est déjà difficile et ne s'obtient que par des opérations longues et très soignées. Cette discordance entre la précision apparente, déduite de l'application du calcul des probabilités, et la précision vraie, dont les limites peuvent souvent être fixées approximativement au moyen de certaines opérations de contrôle indépendantes, se retrouve très fréquemment, sinon presque toujours, dans les résultats des travaux d'observation. D'une part, en effet, le nombre des observations est toujours relativement restreint, et les erreurs résiduelles ne suivent que d'une manière approximative la loi de fréquence qui seule légitime strictement l'application de la théorie et donne une signification rigoureuse aux valeurs numériques qu'on en déduit; d'autre part et surtout, certaines causes d'erreurs que nous avons indiquées comme accidentelles, et d'autres encore, obscures et très difficiles à discerner, peuvent agir dans certains cas d'une façon plus ou moins prolongée, et fausser plus ou moins certaines parties d'une détermination ou même la dé-

termination tout entière, sans qu'aucune compensation puisse les éliminer.

Dans un prochain article, je reproduirai un certain nombre de résultats obtenus et tâcherai d'en déduire quelques conclusions générales. (*A suivre.*)

THÉORIE DE L'ARC-EN-CIEL;

PAR M. BOITEL.

Les arcs surnuméraires qui accompagnent l'arc-en-ciel ont été expliqués d'abord par Young (¹); puis la théorie complète en a été donnée par Airy (²); malheureusement la formule d'Airy ne permet pas une comparaison facile avec l'expérience, car elle renferme une constante indéterminée a^2. Je me propose de montrer comment on peut obtenir la valeur de a^2.

Airy a attribué à l'onde émergente une équation de la forme $y = \frac{x^3}{3a^2}$ en prenant pour axes le rayon efficace et une perpendiculaire à cette direction; pour déterminer a^2, il n'y a donc qu'à former l'équation véritable de l'onde émergente et à la comparer à celle d'Airy.

Or l'onde émergente est une développante de la caustique formée par les rayons émergents; il faut donc établir d'abord l'équation de la caustique, et pour cela nous examinerons d'abord le problème suivant.

Chercher le point d'intersection de deux droites PM et P'M (*fig.* 1) définies par les longueurs des perpendiculaires OP et OP' abaissées sur ces droites de l'origine et les angles ω et ω' que ces perpendiculaires font avec l'axe des x.

Posons

$$OP = p,$$
$$OP' = p',$$

et soient x et y les coordonnées du point d'intersection M.

(¹) YOUNG, *Phil. Trans.*, p. 8; 1804.

(²) AIRY, *Trans. of the Soc. of Cambr.*, t. VI, p. 141.

En projetant le contour OmM sur OP, puis sur OP′, on obtient les deux équations suivantes

$$x \cos\omega + y \sin\omega = p, \tag{1}$$

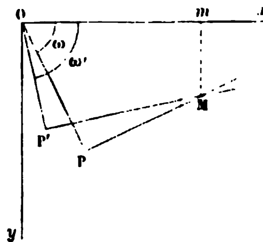
$$x \cos\omega' + y \sin\omega' = p'; \tag{2}$$

d'où l'on déduit

$$x = \frac{p \sin\omega' - p' \sin\omega}{\sin(\omega' - \omega)}, \tag{3}$$

$$y = \frac{p' \cos\omega - p \cos\omega'}{\sin(\omega' - \omega)}. \tag{4}$$

Fig. 1.



Supposons maintenant que la droite P′M se rapproche indéfiniment de PM et cherchons la position limite du point M.

Posons pour cela

$$p' = p + dp,$$
$$\omega' = \omega + d\omega,$$

et substituons dans les équations (3) et (4); il vient

$$x = \frac{p(\sin\omega \cos d\omega + \sin d\omega \cos\omega) - (p + dp)\sin\omega}{\sin d\omega},$$

$$y = \frac{(p + dp)\cos\omega - p(\cos\omega \cos d\omega - \sin\omega \sin d\omega)}{\sin d\omega},$$

mais à la limite $\sin d\omega$ tend vers $d\omega$ et $\cos d\omega$ vers l'unité; on aura donc

$$x = p \cos\omega - \frac{dp}{d\omega} \sin\omega, \tag{5}$$

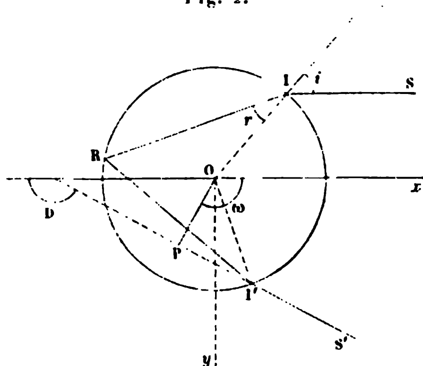
$$y = p \sin\omega + \frac{dp}{d\omega} \cos\omega. \tag{6}$$

Appliquons ces formules à la recherche de la caustique de l'arc-

en-ciel d'ordre k, c'est-à-dire de celui dans lequel les rayons lumineux ont subi k réflexions intérieures; appelons i l'angle d'incidence du rayon SI (*fig.* 2), r l'angle de réflexion, la rotation D du rayon émergent I'S' sera donnée par la formule

$$(7)\qquad D = 2(i - r) + k(\pi - 2r) = k\pi - 2[(k + 1)r - i].$$

Fig. 2.



Abaissons du point O la perpendiculaire OP sur le rayon émergent I'S'; l'angle $\omega = \text{POX}$ aura pour expression, à un multiple près de P,

$$(8)\qquad \omega = \frac{\pi}{2} + \pi - D = \frac{3\pi}{2} - D = 2[(k + 1)r - i] - \left(k - \frac{3}{2}\right)\pi.$$

Quant à la longueur $\text{OP} = p$, le triangle OPI' donne

$$(9)\qquad p = \text{OI}' \sin \text{OI}'\text{P} = \text{R} \sin i.$$

L'équation de la caustique sera par conséquent

$$(10)\qquad \begin{cases} x = p \cos\omega - \dfrac{dp}{d\omega} \sin\omega, \\ y = p \sin\omega - \dfrac{dp}{d\omega} \cos\omega. \end{cases}$$

L'onde émergente étant une développante de la caustique, nous allons, pour la former, calculer d'abord la longueur S de l'arc de courbe de la caustique. En différentiant les équations (10), on ob-

tient

$$(11)\quad dx = -p\sin\omega\, d\omega - \sin\omega\, d\left(\frac{dp}{d\omega}\right) = -\sin\omega\left[p\, d\omega + d\left(\frac{dp}{d\omega}\right)\right],$$

$$(12)\quad dy = p\cos\omega\, d\omega + \cos\omega\, d\left(\frac{dp}{d\omega}\right) = \cos\omega\left[p\, d\omega + d\left(\frac{dp}{d\omega}\right)\right];$$

d'où

$$dS^2 = dx^2 + dy^2 = \left[p\, d\omega + d\left(\frac{dp}{d\omega}\right)\right]^2,$$

$$(13)\quad dS = p\, d\omega + d\left(\frac{dp}{d\omega}\right);$$

intégrons, en appelant C une constante,

$$(14)\quad C + S = \frac{dp}{d\omega} + \int p\, d\omega.$$

Pour obtenir la développante, il nous reste à porter sur la tangente à la caustique au point (x, y) une longueur égale à l'arc de courbe compris entre le point (x, y) et un point quelconque de la caustique. Appelons X et Y les coordonnées du point de l'onde : on aura

$$(15)\quad \begin{cases} X = x - (C + S)\dfrac{dx}{dS}, \\ Y = y - (C + S)\dfrac{dy}{dS}. \end{cases}$$

Or, d'après (11), (12) et (13),

$$\frac{dx}{dS} = -\sin\omega,$$
$$\frac{dy}{dS} = \cos\omega;$$

d'où, en tenant compte de (10),

$$X = x + (C + S)\sin\omega = p\cos\omega + \sin\omega\int p\, d\omega.$$
$$Y = y - (C + S)\cos\omega = p\sin\omega - \cos\omega\int p\, d\omega.$$

Soit maintenant Ω l'angle que fait avec l'axe des x la droite perpendiculaire au *rayon efficace*; faisons tourner les axes de coordonnées d'un angle Ω et appelons X_1, Y_1 les cooordonnées nouvelles du point X, Y; on aura, pour formules de transformation,

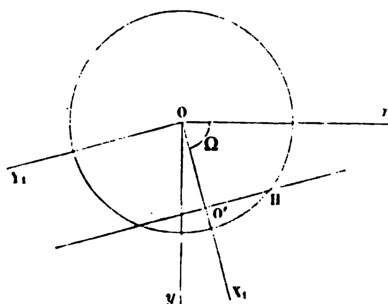
$$X_1 = X\cos\Omega + Y\sin\Omega,$$
$$Y_1 = X\sin\Omega + Y\cos\Omega,$$

et, remplaçant X et Y par leurs valeurs,

$$X_1 = p\cos(\omega - \Omega) + \sin(\omega - \Omega)\int p\,d\omega,$$
$$Y_1 = p\sin(\omega - \Omega) - \cos(\omega - \Omega)\int p\,d\omega.$$

Enfin transportons l'origine des coordonnées à l'intersection de l'axe des X_1 avec le rayon efficace ; au point O' (*fig.* 3), il suffira

Fig. 3.



de retrancher de X_1 la distance $OO' = OH \sin OHO' = R \sin I$, en appelant I l'angle d'incidence correspondant au rayon efficace : Y_1 conservera la même valeur.

Par cette série de transformations, l'équation de l'onde se trouve rapportée aux mêmes axes que ceux d'Airy. Elle doit donc pouvoir se mettre, dans le voisinage de l'origine O', sous la forme

$$Y_1 = b + \frac{X_1^3}{3a^2},$$

qui donne en différentiant

$$\frac{dY_1}{dX_1} = \frac{X_1^2}{a^2}$$

ou

$$a^2 = X_1^2 \frac{dX_1}{dY_1}.$$

Or

$$dX_1 = \cos(\omega - \Omega)\,dp + \cos(\omega - \Omega)\,d\omega \int p\,d\omega = \cos(\omega - \Omega)(dp + d\omega \int p\,d\omega),$$
$$dY_1 = \sin(\omega - \Omega)\,dp + \sin(\omega - \Omega)\,d\omega \int p\,d\omega = \sin(\omega - \Omega)(dp + d\omega \int p\,d\omega);$$

d'où

$$a^2 = X_1^2 \frac{\cos(\omega - \Omega)}{\sin(\omega - \Omega)}.$$

Il reste à calculer la valeur de cette expression dans le voisinage de l'origine, c'est-à-dire pour $i = \mathrm{I}$, et, dans ce cas, ω devient égal à Ω. Mais alors X_1 tend vers zéro, ainsi que $\sin(\omega - \Omega)$, tandis que $\cos(\omega - \Omega)$ tend vers l'unité; on aura donc

$$a^2 = \lim \frac{X_1^2}{\sin(\omega - \Omega)} = \lim \frac{2 X_1\, dX_1}{d\omega}.$$

Mais $d\omega$ et X_1 s'annulent pour $i = \mathrm{I}$, tandis que dX_1 tend vers $\mathrm{R}\cos\mathrm{I}\, di$; par suite,

$$a^2 = \lim 2 \frac{dX_1}{d^2\omega} dX_1 = \lim \frac{2(dX_1)^2}{d^2\omega}.$$

On aura donc finalement

$$a^2 = \lim 2 \frac{\left(\frac{dX_1}{di}\right)^2}{\frac{d^2\omega}{di^2}},$$

avec

$$\lim \frac{dX_1}{di} = \frac{dp}{di} = \mathrm{R}\cos\mathrm{I}:$$

il reste à calculer $\frac{d^2\omega}{di^2}$.

Or

$$\frac{d\omega}{di} = 2\left[(k+1)\frac{dr}{di} - 1\right],$$

$$\frac{d^2\omega}{di^2} = 2(k+1)\frac{d^2 r}{di^2}.$$

Mais l'équation $\sin i = n \sin r$ donne

$$\frac{dr}{di} = \frac{\cos i}{n \cos r}$$

et

$$\frac{d^2 r}{di^2} = \frac{-n \sin i \cos r + n \cos i \sin r \frac{dr}{di}}{n^2 \cos^2 r};$$

ce qu'il nous faut, c'est la valeur de $\frac{d^2 r}{di^2}$ pour $i = \mathrm{I}$, et nous remarquerons que, pour le rayon efficace, on doit avoir $\frac{d\omega}{di} = 0$, c'est-à-dire

$$\frac{dr}{di} = \frac{1}{k+1} = \frac{\cos i}{n \cos r};$$

en tenant compte de cette relation, on trouve

$$\frac{d^2r}{di^2} = \frac{[1-(k+1)^2]\sin I}{(k+1)^3\cos I},$$

et

$$\frac{d^2\omega}{di^2} = 2\frac{[1-(k+1)^2]\sin I}{(k+1)^2\cos I},$$

$$a^2 = \frac{R^2(k+1)^2\cos^3 I}{[1-(k+1)^2]\sin I}.$$

Or, pour l'arc-en ciel d'ordre k, on sait que

$$\sin I = \sqrt{\frac{(k+1)^2-n^2}{(k+1)^2-1}} = \sqrt{\frac{p^2-n^2}{p^2-1}},$$

$$\cos I = \sqrt{\frac{n^2-1}{(k+1)^2-1}} = \sqrt{\frac{n^2-1}{p^2-1}}.$$

en posant $k+1=p$; d'où

$$a^2 = \frac{R^2p^2\left(\frac{n^2-1}{p^2-1}\right)^{\frac{3}{2}}}{(1-p^2)\left(\frac{p^2-n^2}{p^2-1}\right)^{\frac{1}{2}}} = -R^2\frac{p^2(n^2-1)^{\frac{3}{2}}}{(p^2-1)^2(p^2-n^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

Connaissant a^2, nous pouvons calculer la déviation d'un arc surnuméraire quelconque; en effet, Airy a montré que, si l'on appelle θ l'angle que fait avec le rayon efficace l'arc surnuméraire considéré, on a

$$\tang\theta = M\left(\frac{\lambda^2}{48a^2}\right)^{\frac{1}{3}},$$

M désignant une racine de l'équation $\int\cos\frac{\pi}{2}(w^3-Mw)\,dw = 0$ et λ la longueur d'onde de la lumière employée, et Stokes a fait voir (¹) que, pour une bande de rang m, on avait la formule

$$M = \frac{3}{4^{\frac{2}{3}}}(4m-1)^{\frac{2}{3}}.$$

Remplaçons M et a^2 par leurs valeurs dans l'expression de $\tang\theta$ et l'on a

$$\tang\theta = \frac{1}{4}\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{3}}\left[\frac{(p^2-1)^2(p^2-n^2)^{\frac{1}{2}}}{p^2(n^2-1)^{\frac{3}{2}}}\right]^{\frac{1}{3}}\left[\frac{\lambda}{R}(4m-1)\right]^{\frac{2}{3}}.$$

(¹) STOKES, *Trans. of the Cambr. Phil. Soc.*, t. IX, p. 166.

La formule que M. Mascart a donnée ([1]) ne diffère de celle-ci que par le facteur $\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}$, et cela par suite d'une erreur d'impression.

A l'aide de la formule précédente, j'ai comparé la position calculée des bandes à leur position observée. Prenons l'une des expériences de Miller faites sur l'eau ([2]); on avait

$$n = 1,3346,$$
$$\lambda = 0,000561,$$
$$R = 0^{mm},267;$$

d'où

Rang de la bande.	Calcul.	Observation.
1	40°.45′	40°.49′
⋮		
5	38.08	38.21
⋮		
10	35.51	36.11
⋮		
24	31.07	31.34
⋮		
30	29.19	30.24

MÉTHODE POUR LA DÉTERMINATION DES ÉLÉMENTS D'UN SYSTÈME OPTIQUE CONVERGENT;

PAR M. H. SENTIS.

Lorsqu'un objet est placé dans le premier plan principal d'un système optique, l'image est dans le second plan principal; elle est droite et égale à l'objet.

L'appareil à employer se conçoit facilement. Sur une règle graduée se placeront :

1° Une sorte de collimateur formé par un tube portant à une extrémité une graduation micrométrique éclairée et à l'autre une

---

([1]) MASCART, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CVI, p. 1575.

([2]) MILLER, *Trans. of the Cambr. Phil. Soc.*, t. VII, p. 277.

lentille donnant à une petite distance une image réelle de cette graduation ;

2° Un support mobile sur lequel on ajustera le système optique à étudier ;

3° Enfin, porté par un pied à vernier, un microscope visant à une distance de quelques centimètres et muni d'un réticule à deux fils parallèles.

Visons l'image aérienne donnée par le collimateur; assurons-nous, en déplaçant légèrement l'œil, que cette image est bien dans le plan du réticule et notons le nombre de traits compris entre les deux fils que nous pouvons amener à cacher exactement deux des traits. Plaçons alors le système optique sur son support. Réglons-le de manière que la division centrale de la graduation tombe encore au centre du champ dans la nouvelle image; puis, déplaçons-le d'une main pendant que de l'autre nous déplaçons le microscope de manière à suivre l'image, et arrêtons-nous lorsque nous aurons entre les deux fils du réticule le même nombre de traits que tout à l'heure. Le premier plan principal du système se trouve alors là où se formait l'image réelle fournie par le collimateur, et la distance d des deux plans principaux est égale au déplacement qu'a subi le microscope. Pour repérer la position des plans principaux par rapport au système optique, on visera la face extrême du système, et la distance entre la première et la troisième position du microscope donne la distance du premier plan principal à l'extrémité visée.

Pour avoir la distance focale, on emploiera le procédé de Silbermann. On reculera le système optique et le microscope de manière à retrouver encore une image de même grandeur qui sera renversée cette fois; et la distance entre la première et la quatrième position du microscope sera égale à $4f + d$ ou à $4f - d$ selon que le premier plan principal est en avant ou en arrière du second.

Remarquons que les trois premières visées suffisent, dans certains cas, par exemple pour une mesure d'angle faite au microscope.

EXPÉRIENCE DE COURS POUR MONTRER L'EXISTENCE DES EXTRA-COURANTS DIRECT ET INVERSE;

PAR M. C. DAGUENET.

On peut facilement mettre en évidence l'existence des extra-courants direct et inverse au moyen du pont de Wheatstone. On intercale sur l'une des branches une forte résistance rectiligne, une lampe à incandescence par exemple, et sur l'autre une bobine à fil long mais peu résistant. On équilibre les résistances lorsque le régime normal du courant est établi, puis on ouvre ou on ferme le circuit et l'on voit l'aiguille dévier dans un sens ou dans l'autre sous l'action des extra-courants, puis revenir rapidement à sa position d'équilibre. Cette expérience est plus facile à réaliser que celles de Faraday et d'Edlund, surtout pour le courant de fermeture.

G. QUINCKE. — Ueber periodische Ausbreitung an Flüssigkeitsoberflächen und dadurch hervorgerufene Bewegungserscheinungen (Extensions périodiques à la surface des liquides et mouvements qui en résultent); *Wied. Ann.*, t. XXXV, p. 580; 1888.

Ce Mémoire, où M. Quincke a rassemblé une quantité considérable d'observations, a pour objet de rendre compte, par les actions capillaires, d'une foule d'apparences dont la plupart, connues depuis longtemps, n'avaient reçu jusqu'à présent que des explications peu satisfaisantes.

L'auteur fournit d'abord, dans des Tableaux de tensions superficielles déterminées par le procédé des gouttes, les données numériques nécessaires à l'interprétation des phénomènes. Puis il passe en revue, dans une première Partie, un certain nombre de faits généraux observés sur des substances inorganiques. C'est ainsi qu'il explique la stabilité de la mousse de certains liquides par un défaut d'homogénéité et une différence entre les tensions superficielles des deux faces des lames liquides, la stabilité des émulsions des corps gras par une propriété analogue des membranes liquides qui enveloppent les corpuscules, etc.; il est ainsi

conduit à examiner, en particulier, le rôle de la bile dans la digestion.

Quand on place dans un liquide une bulle d'air ou une gouttelette d'un autre liquide et qu'en modifiant la composition du premier liquide on change la tension superficielle, la bulle ou la gouttelette se déforme, se déplace quelquefois et donne ainsi naissance à des mouvements qui se transforment facilement en tourbillons. Si la substance étrangère qui produit ces variations se renouvelle d'une façon continue, les mouvements ont une tendance à se reproduire périodiquement, ce qui se rattache à plusieurs faits connus.

La seconde Partie débute par une étude des propriétés capillaires de l'albumine, étude qui trouve ensuite son application aux apparences que l'examen microscopique permet de reconnaître dans les corps organisés; les formes qu'affecte le protoplasma des cellules végétales, les mouvements dont il est animé, les déformations spontanées de beaucoup d'organismes inférieurs s'expliquent par les analogies que présentent ces phénomènes avec les observations consignées dans la première Partie du Mémoire.

Ch. Rivière.

G. QUINCKE. — Ueber die physikalischen Eigenschaften dünner, fester Lamellen (Propriétés physiques de lamelles solides minces); *Wied. Ann.*, t. XXXV, p. 561; 1888.

L'auteur passe en revue les diverses formes qu'affectent les pellicules solides excessivement minces quand elles sont soustraites à l'adhérence de parois solides. On obtient ces pellicules, soit en déposant sur la surface légèrement graissée d'un bain de mercure une goutte d'une dissolution de gélatine, de colle de poisson ou de toute autre substance non cristallisable, qu'on laisse ensuite s'évaporer lentement; soit en détachant, à l'aide de certains artifices, le vernis ou le dépôt métallique qui recouvre une lame de verre; soit en déterminant sur une goutte liquide ou à la surface d'une bulle d'air maintenue sous une lame de verre un dépôt de matière insoluble. Les apparences observées conduisent M. Quincke à admettre, à la surface des solides comme à la surface des liquides,

l'existence d'une tension superficielle, et le dernier procédé, en particulier, lui permet de calculer cette tension pour la surface de séparation de l'eau ou du mercure et de quelques corps solides.

CH. RIVIÈRE.

E. LOMMEL. — Interferenz durch circulare Doppelbrechung (Interférences de rayons circulaires); *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 733; 1889.

Lorsqu'on fait tomber un faisceau de lumière rectiligne sur un prisme de quartz dont le plan bissecteur est perpendiculaire à l'axe optique et dont la face parallèle à l'axe est dépolie, on observe de belles bandes d'interférences parallèles aux arêtes, à condition que le prisme soit au minimum de déviation; ces bandes sont produites par l'interférence des deux rayons circulaires réfractés par la première face et réfléchis sur la seconde. Un calcul difficile à résumer, et pour lequel nous renvoyons au Mémoire original, donne les résultats suivants.

L'intensité du faisceau

$$I = \mu^2 \sin^2\left[\frac{\pi}{\lambda}(n'-n'')z + \psi\right];$$

μ est une constante, n', n'' les indices de réfraction des deux rayons circulaires, z le chemin parcouru par ces rayons de la première face du prisme à la seconde, et ψ l'angle du plan de polarisation avec la section principale.

Les bandes sont brillantes ou obscures suivant que

$$\frac{\pi}{\lambda}(n'-n'')z + \psi = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi$$

ou $m\pi$; quand ψ varie de $\frac{\pi}{2}$, les bandes brillantes deviennent obscures et inversement.

La largeur des bandes $\zeta = \frac{\lambda}{n'-n''}$ peut facilement être mesurée sur la face dépolie.

Pour trouver la largeur correspondant aux différentes raies, on fait tomber un spectre solaire sur un écran percé d'une fente, on ramène au parallélisme le faisceau que l'on veut étudier et on le reçoit sur le prisme du quartz.

La rotation du plan de polarisation est, pour une épaisseur z,

$$D = \frac{\pi}{\lambda}(n' - n'')z$$

ou, pour 1^{mm}, $D = \frac{\pi}{\zeta}$; la mesure de la rotation est ainsi ramenée à une mesure de longueur. On trouve :

Raies.	ζ.	$n' - n''$.	D.	Mesuré directement ([1]).
	mm		°	°
B............	11,5	0,0000597	15,7	15,75
C..........	10,4	0631	17,3	17,32
D..........	8,3	0710	21,7	21,70
E...........	6,5	0811	27,7	27,54
b..........	6,3	0823	28,6	»
F.........	5,5	0884	32,7	32,77
G............	4,25	1014	42,4	42,60

La lumière circulaire ou naturelle ne donne rien, mais on observe des bandes dans la lumière partiellement polarisée; l'appareil peut donc servir de polariscope. Si la troisième face du prisme est polie, les rayons qui interfèrent sortent du prisme : on peut projeter les bandes sur un écran.

Le faisceau émergent par la seconde face présente aussi des bandes, mais elles sont beaucoup plus pâles que celles obtenues par réflexion. C. DAGUENET.

E. LOMMEL. — Neue Method zur Messung der Drehung der Polarisationsebene für die Frauenhofer'schen Linien (Nouvelle méthode pour mesurer la rotation du plan de polarisation des raies de Fraunhofer); *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 731; 1889.

La lumière, polarisée par un nicol à 45° sur l'horizon, tombe sur un biseau de quartz de 7° à 8° d'ouverture dont les arêtes sont parallèles à l'axe optique et perpendiculaires à la fente d'un spectroscope; elle traverse cette fente, puis rencontre dans le tube du collimateur un second nicol à 45° qu'on peut placer parallèlement ou perpendiculairement au premier. La déviation produite par le quartz est compensée par un prisme en verre. Le spectre se montre

---

([1]) SORET et SARASIN, *Arch. de Genève*, t. VIII, p. 5.

alors sillonné de nombreuses bandes sombres, un peu courbes, obliques par rapport aux raies; il semble ombré de fines hachures. Lorsqu'on fait tourner de 45° le polariseur, les hachures disparaissent; elles reparaissent par l'interposition, entre le polariseur et le quartz, d'un corps doué de pouvoir rotatoire. Si alors on essaye de les faire disparaître par une rotation, la dispersion de la substance fait que la compensation ne s'établit que pour une ou pour un petit nombre de couleurs; on obtient alors une bande brillante au milieu des hachures.

Cette bande présente une certaine longueur: aussi, lorsqu'on veut amener en son milieu la raie que l'on étudie, on fait coïncider avec cette raie les limites des hachures d'un côté et de l'autre, et l'on prend la moyenne des rotations. Le principal avantage de cette méthode, c'est qu'au lieu de faire coïncider une raie avec une bande sombre qui la masque complètement, on place cette raie au milieu d'une bande lumineuse où elle est facilement visible. Le principe est le même que celui du polaristrobomètre de Wild, et l'appareil peut être employé d'une façon analogue. C. Daguenet.

E. LOMMEL. — Subjective Interferenzstreifen im objectiven Spectrum (Bandes d'interférence subjectives dans un spectre objectif); *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 729; 1889.

On sait que, lorsqu'un faisceau lumineux a traversé une lame suffisamment mince ou a été réfléchi par cette lame, son spectre est sillonné de bandes d'interférence parallèles aux raies. On observe des bandes analogues lorsqu'on regarde au travers d'une lame mince un spectre projeté sur un écran ; elles sont produites par l'interférence des rayons diffusés par l'écran; elles ne sont pas noires, leur position change avec celle de l'œil, et elles deviennent de plus en plus étroites lorsqu'on incline la lame par rapport au rayon visuel.

L'image du spectre vu par réflexion sur la lame est sillonnée de bandes noires. Enfin, si l'on recouvre d'une lame de mica un spectre projeté sur un écran, on voit deux systèmes de bandes; les unes objectives, dues à l'interférence des rayons incidents, con-

servent leur position lorsqu'on déplace l'œil, les autres subjectives se déplacent et sont produites par l'interférence des rayons diffusés. C. Daguenet.

C. BARUS. — The secular annealing of cold hard steel (Recuit séculaire de l'acier trempé dur, s'opérant à froid); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXVI, p. 397; 1888.

M. Barus a mesuré la résistance électrique de barreaux d'acier trempés dur : 1° immédiatement après la trempe et 2° trente-sept mois après. Suivant les échantillons, la résistance spécifique a diminué, dans cet intervalle, de 10 à 20 pour 100. On produirait la même variation de résistance en échauffant ces barreaux à 100° pendant quelques heures. E. Bouty.

K. SCHREBER. — Ueber die electromotorischen Kräfte dünner Schichten von Superoxydhydraten (Forces électromotrices des couches minces de peroxydes) : *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 662; 1889.

Les limites d'épaisseur des *couches minces* sont très variables suivant qu'on les déduit de tel ou tel phénomène. La capillarité donne $50^{mm}.10^{-6}$, les phénomènes optiques $4^{mm}.10^{-6}$, les forces électromotrices de 1 à $3^{mm}.10^{-6}$. L'auteur s'est proposé de reprendre le travail d'Oberbeck (¹) en remplaçant les couches minces de métal par des couches de peroxydes de manganèse, plomb, bismuth, qui présentent l'avantage d'être inattaquables par l'air et les liquides, et de donner des colorations qui permettent de juger de l'égalité d'épaisseur. On obtient ces couches d'épaisseur variable sur une lame de platine de part et d'autre de laquelle on suspend deux lames de métal ayant seulement $\frac{1}{3}$ de la largeur de celle-ci. On fait passer un courant de 1 milliampère pendant un temps variable de une à quatre-vingt-dix minutes.

Les plaques sont ensuite nettoyées, séchées, puis suspendues

(¹) *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 582.

dans de l'eau distillée rendue conductrice par une petite quantité du liquide électrolysé dans l'autre expérience. On mesure par la méthode de compensation la force électromotrice et l'on constate d'abord qu'elle ne prend une valeur constante qu'au bout d'un temps assez long (de une à deux heures).

Le manganèse et le plomb ont seuls donné des résultats satisfaisants.

L'auteur établit d'abord la formule des oxydes en admettant que tout l'oxygène dégagé par le courant, soit absorbé et en déterminant directement le poids des dépôts. Il admet la formule $MnO^2, 2H^2O$ et les poids spécifiques 2,58 pour MnO^2 et 9,045 pour PbO^2.

Dans l'électrolyse du sulfate de manganèse, le dégagement d'hydrogène, qui accompagne la formation de couches épaisses, nécessite l'emploi de 3 ou 4 éléments Daniell. Le couple PtH^2O $Mn(HO)^4$ possède une force électromotrice constante de $0^{dll},17$ à partir d'une épaisseur 250 µ de la couche de peroxyde. Lorsque l'épaisseur diminue, cette force augmente jusqu'à $0^{dll},314$ pour $e = 47\mu$; elle tombe ensuite brusquement à $0^{dll},22$, reste à peu près constante jusqu'à $e = 2,3\mu$, puis elle tend rapidement vers $0^{dll},04$. L'épaisseur des couches est calculée en supposant que la densité de l'oxyde reste constante.

Pour le plomb, on électrolyse un acétate double de plomb et de potasse, la polarisation est nulle, 2 daniells suffisent pour produire le dépôt. La force électromotrice du couple $PtH^2OPb(HO)^4$ a pour valeur constante $0^{dll},26$ pour $e = 71\mu$; elle diminue avec l'épaisseur, elle atteint $0^{dll},22$ pour $e = 42\mu$, puis arrive rapidement à $0^{dll},17$ pour $e = 33\mu$. Sa valeur reste sensiblement constante jusqu'à $e = 4,8\mu$, elle tombe rapidement à $0^{dll},11$ pour $e = 4,8\mu$ et tend ensuite vers 0.

On peut prendre pour épaisseur limite celle qui correspond à la dernière variation brusque de force électromotrice, soit 2,3 µ pour MnO^2 et 4,8 µ pour PbO^2; ces nombres sont comparables à ceux indiqués par Oberbeck : les molécules des corps composés se comportent donc entre ces limites comme les atomes des corps simples. Pour des couches plus épaisses, les modifications observées peuvent s'expliquer, soit par un changement de composition du dépôt, soit par la pénétration de l'eau dans la couche; cette remarque rendrait compte aussi du fait signalé plus haut que la

force électromotrice ne prend une valeur constante qu'au bout d'un temps assez long.

C. DAGUENET.

W.-H. SCHULTZE. — Das electrolytische Verhalten des Glimmers bei hoher Temperatur (Électrolyse du mica à une température élevée); *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 655; 1889.

M. Warburg a montré [1] que le passage d'un courant au travers d'une plaque de verre placée entre deux couches de mercure, et chauffée vers 300°, produit du côté de l'anode une couche de silice fortement isolante; M. Schultze trouve que le mica se comporte de la même manière.

Il place la plaque de mica entre deux armatures de platine d'environ 10^{cq}, il pose sur l'une des armatures une plaque de verre qui servira de terme de comparaison, et au-dessus de celle-ci une troisième armature de même dimension que les deux autres. Un commutateur permet de lancer très rapidement dans l'une des plaques le courant qui traversait l'autre. La pile est formée, en général, de 20 éléments Volta, et l'ensemble des plaques peut facilement être porté à 300° dans un bain d'air. A la température ordinaire, on fait passer alternativement le courant dans le verre et dans le mica : on constate que l'intensité du courant augmente, mais plus rapidement, pour le premier que pour le second. A une température plus élevée, l'intensité augmente rapidement : elle atteint un maximum au bout d'une dizaine de minutes, puis elle décroît très rapidement.

Déviation du galvanomètre.

Mica.	Verre.
50	72
77	190
100	326
120	400
95	495
91	470
89	415

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 451.

Déviation du galvanomètre.

Mica.	Verre.
84	348
79	280
72	211
43	112
22	36
14	21
11	14
6	9
3	4
2	2

Les courants alternatifs donnent des résultats analogues. Pour montrer la formation de la couche d'acide, on traite les plaques par de la potasse bouillante, puis on les essaye de nouveau. On trouve qu'elles redeviennent conductrices et reprennent leurs propriétés primitives si l'action de la potasse a été suffisamment prolongée. Le verre traité par la potasse ne reprend ses propriétés qu'au bout d'un temps plus long. Ces expériences donnent pour la conductibilité spécifique du mica les valeurs 10^{-15}, $0,9.10^{-15}$, 12.10^{-15}, pour celle du verre 196.10^{-15}.

En résumé, le mica se comporte comme le verre; mais il est beaucoup plus isolant. C. Daguenet.

W. OSTWALD et W. NERNST. — Ueber freie Ionen (Sur les ions libres); *Zeitschrift für physikalische Chemie*, t. III, p. 120; 1889.

Dans ce Mémoire, MM. Ostwald et Nernst exposent des expériences qu'ils ont entreprises en vue de démontrer l'existence des ions à l'état libre dans les électrolytes, mais qui par le fait confirment seulement les faits bien connus de la non-existence d'une conductibilité métallique des électrolytes ([1]) et de la possibilité d'obtenir l'électrolyse dans des circuits ouverts ([2]).

Par exemple, les auteurs prennent un grand ballon rempli d'eau

([1]) E. Bouty, *Journal de Physique*, 2e série, t. I, p. 351; 1882.
([2]) Lippmann, *Journal de Physique*, 1re série, t. VI, p. 41; 1877.

acidulée, recouvert extérieurement d'une feuille d'étain et dont le col est soigneusement verni à la gomme laque. On met le liquide du ballon en communication, par une mèche humide, avec l'acide sulfurique d'une sorte d'électromètre capillaire dont le mercure inférieur a été supprimé; puis on met l'électrode capillaire de mercure en communication avec le sol, l'armature extérieure du ballon avec le pôle positif d'une machine électrique. Aussitôt qu'on charge le condensateur complexe ainsi constitué, le mercure de l'électrode capillaire recule vivement et une bulle microscopique d'hydrogène se dégage au contact du mercure. Cette expérience établit bien que le transport, au travers d'un électrolyte, d'électricité développée par influence est accompagné d'électrolyse, ce qui est parfaitement d'accord avec tous les faits connus.

On sait que Faraday avait déjà observé l'électrolyse produite par la décharge d'un condensateur. E. Bouty.

A. TŒPLER et R. HENNIG. — Magnetische Untersuchung einiger Gase (Recherches magnétiques sur quelques gaz); *Wied. Ann.*, t. XXXIV, p. 790; 1888.

M. Quincke a montré (¹) que, lorsqu'on place un liquide dans un champ magnétique, il s'exerce sur ce liquide une pression p normale aux lignes de force et proportionnelle au carré de l'intensité F du champ

$$p = kF^2;$$

le coefficient k est la *constante magnétique apparente* du liquide dans l'air, que l'on peut sans erreur sensible confondre avec sa constante magnétique dans le vide.

Dans ces expériences, le liquide est contenu dans un tube en U dont l'une des branches, très étroite, est placée entre les pôles d'un électro-aimant et dont l'autre, de section assez grande pour rendre les variations de niveau négligeables, est en dehors du champ. La pression, normale à la surface du liquide, est dirigée

(¹) *Wied. Ann.*, t. XXIV, p. 347; 1885, et *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. IV, p. 40; 1885.

vers l'extérieur lorsque le liquide est magnétique, et produit une ascension dans le tube. On convient alors de considérer k comme positif. Pour un liquide diamagnétique, c'est l'inverse : la pression est dirigée vers l'intérieur, détermine une dépression du liquide, et k est négatif.

L'ascension h, positive ou négative, est donnée par la formule

$$h = \frac{kF^2}{dg},$$

d étant la densité du liquide. La mesure de h et de F permet donc de déterminer la valeur de k pour les différents liquides ([1]).

MM. Tœpler et Hennig se sont proposé d'étendre aux gaz les recherches précédentes.

Ils placent entre les pôles de l'électro-aimant un tube de verre en forme de V très ouvert, qui contient à la partie inférieure une petite quantité de liquide destiné à isoler les deux branches. Toutes les fois qu'il s'agit d'un gaz qui ne l'attaque pas, le pétrole convient très bien; il est très mobile, mouille bien le verre, et possède une assez faible tension de vapeur. Les deux branches du tube contiennent, l'une, de l'air, et l'autre, le gaz à étudier, pris tous deux sous une même pression, la pression extérieure.

Pour que cette condition se trouve réalisée, les deux tubes sont ouverts à leur extrémité. La branche contenant le gaz est recourbée à l'extrémité, de façon que son ouverture se trouve dans le plan horizontal des niveaux du liquide. L'influence de l'inégale densité du gaz et de l'air est ainsi éliminée. Pendant la durée d'une expérience, la diffusion est négligeable.

Pour que le déplacement du liquide soit dû uniquement à la différence entre le magnétisme des deux gaz, le tube est disposé entre les deux branches de l'électro-aimant, de telle sorte que le

---

([1]) D'après les formules de M. Duhem, le coefficient K d'aimantation du liquide est le double de k.

Lorsqu'on définit K par la relation

$$I = KF,$$

dans laquelle I est l'intensité de l'aimantation, l'ascension h est en effet représentée par

$$h = \frac{KF^2}{2dg}.$$

liquide reste en repos quand les deux branches contiennent de l'air.

Un microscope permet de mesurer les déplacements du liquide. Connaissant l'inclinaison des deux branches, on en déduit facilement la hauteur verticale h. L'appareil est sensible à un dix-millionième d'atmosphère.

MM. Tœpler et Hennig ont opéré sur l'oxygène, l'azote, le protoxyde et le bioxyde d'azote, l'hydrogène, l'oxyde de carbone, l'acide carbonique, l'hydrogène sulfuré, le cyanogène et le gaz d'éclairage; ils ont confirmé les résultats antérieurs, à savoir que l'oxygène et le bioxyde d'azote sont seuls magnétiques; les autres gaz sont diamagnétiques. Les champs magnétiques ont varié entre 6400 et 10100 unités C.G.S. Les valeurs $10^{10}k$ ont été

Gaz.	$k.10^{10}$.
Oxygène	0,662
Bioxyde d'azote	0,120
Azote	−0,165
Protoxyde d'azote	−0,158
Hydrogène	−0,176
Acide carbonique	−0,172
Oxyde de carbone	−0,132
Acide sulfhydrique	−0,175
Cyanogène	−0,183
Gaz d'éclairage	−0,150

Le Tableau précédent donne les constantes magnétiques apparentes par rapport à l'air, qu'il n'est plus permis, comme dans le cas des liquides, de confondre avec les constantes magnétiques relatives au vide.

Les auteurs ne considèrent d'ailleurs ces résultats que comme approximatifs. Dans leurs expériences, ils n'ont pas tenu compte de l'état hygrométrique des gaz.

Les nombres trouvés semblent confirmer la loi qui résulte des expériences de Plücker et de E. Becquerel, et qui permet de calculer la constante magnétique d'un mélange, de la même manière que sa chaleur spécifique, par la règle de Wœstyn.

Toutefois les expériences de MM. Tœpler et Hennig sont insuffisantes, à elles seules, à déterminer les constantes magnétiques relatives au vide. Les expériences antérieures ayant établi que la

constante magnétique ou diamagnétique de l'azote est très faible relativement à la constante magnétique de l'oxygène, on peut admettre que la constante magnétique de l'air est sensiblement égale à +0,16. Il en résulterait que la constante magnétique de l'oxygène par rapport au vide serait égale à 0,82, celle du bioxyde d'azote à 0,28.

M. Quincke a fait savoir aux auteurs que lui-même poursuit depuis 1884 l'étude magnétique des gaz, et en publiera sous peu les résultats. E. Haudié.

A. RIGHI. — Sulla forza elettromotrice delle copie à liquido poco conduttore (Sur la force électromotrice des couples à liquide peu conducteur); *Memorie della R. Accademia di Bologna*, 4e série, t. VIII; 1888.

Des expériences réalisées il y a une douzaine d'années (1) avaient paru indiquer une relation entre la force électromotrice d'un couple à liquide peu conducteur et la résistance de ce couple. On trouvait que la force électromotrice était d'autant plus petite, que la résistance était plus grande. C'est précisément le phénomène que l'on observerait si l'on croyait mesurer à circuit ouvert la force électromotrice d'un couple ordinaire, dont les deux électrodes se trouveraient en fait réunies par un circuit de résistance comparable à la résistance intérieure du couple.

On peut se demander si ce ne sont pas là précisément les conditions qui se trouvaient réalisées dans les anciennes expériences de M. Righi. Pris de scrupule à cet égard, le savant physicien italien s'est mis en devoir d'étudier à nouveau la question, en écartant, autant que possible, les causes d'erreur résultant soit de dérivations extérieures, soit de couples locaux à la surface des électrodes, soit enfin de dégagements parasites d'électricité par le frottement. Les nouvelles expériences n'ont fait que révéler toute la difficulté du sujet. Bien que plusieurs d'entre elles aient paru confirmer les anciens résultats, M. Righi ne pense pas qu'elles soient de nature à trancher définitivement la question. On ne peut qu'approuver sa réserve. E. Bouty.

(1) *Nuovo Cimento*, 2e série, t. XV, p. 131; 1876.

E. VILLARI. — Studie ed osservazioni intorno alle macchine elettriche ad influenza e descrizione di una nuova e grande macchina ad otto dischi (Études et observations sur les machines électriques à influence; description d'une nouvelle grande machine à huit disques); *Memorie della R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna*, 4e série, t. VIII, p. 97; 1888.

Les études de M. Villari ont porté principalement sur le rôle des armatures et des fenêtres portées par les disques fixes. Ces fenêtres ne sont nullement essentielles. On peut les réduire à des trous de petite dimension, ou même les supprimer, à la condition de munir les armatures de pointes placées sur la face opposée du disque fixe. Toutefois les machines à grandes fenêtres se montrent préférables au point de vue de l'amorcement.

Le courant fourni par une machine à influence bien construite, soit qu'on l'évalue à l'aide du galvanomètre, ou par le nombre d'étincelles que la machine fournit, croît, à très peu de chose près, proportionnellement au nombre des couples de disques. M. Villari a vérifié cette proposition à l'aide de sa machine à huit disques (quatre fixes et quatre mobiles). Cette machine n'est d'ailleurs que la réunion sur un même bâti de deux machines solidaires à quatre disques, analogues à celles que l'on construit en France. E. Bouty.

L. DONATI. — Di un nuovo modelo di elettrometro a quadranti e dell' applicazione delle correnti di Foucault allo smorzamento delle oscillazioni degli elettrometri (Nouveau modèle d'électromètre à quadrants. Application des courants de Foucault à l'amortissement des oscillations des électromètres); *Memorie della R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna*, 4e série, t. VIII, p. 105; 1888.

Dès l'année 1876 ([1]) M. Donati avait appliqué les courants de Foucault à produire l'amortissement des oscillations de l'aiguille d'un électromètre de Branly.

Il décrit aujourd'hui un nouvel électromètre à quadrants, qui se rapproche surtout de l'électromètre d'Edelmann, mais dans

---

([1]) *Nuovo Cimento*, 2e série, t. XV; p. 95.

lequel l'aiguille d'aluminium, soutenue par un fil de torsion, supporte un petit cylindre de laiton, placé entre les pôles d'un aimant en fer à cheval. Les courants de Foucault développés dans le cylindre produisent un amortissement très satisfaisant. M. Donati discute longuement les conditions les plus favorables, relativement au moment d'inertie du système suspendu, et au couple de torsion développé dans le fil. E. Bouty.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6ᵉ série, tome XVII; mai 1889.

C. Cesaro. — *Note sur la vitesse d'attaque du marbre et du spath d'Islande par quelques acides*, p. 5.

C. Cesaro. — *Relation entre la vitesse d'attaque du spath par les acides et l'élasticité optique estimée suivant la direction normale au plan d'attaque*, p. 37.

E. Bouty et L. Poincaré. — *Nouvelle méthode pour la mesure de la conductibilité électrique des sels fondus*, p. 52.

S.-P. Langley. — *Énergie et vision*, p. 62.

Juin 1889.

Krouchkoll. — *Étude sur les couches électriques doubles*, p. 129.

Krouchkoll. — *Variation du coefficient de frottement produite par la polarisation*, p. 182.

J.-B. Baille et C. Féry. — *Étude de l'amalgame d'aluminium; son emploi en Thermochimie*, p. 246.

Philosophical Magazine.

5ᵉ série, t. XXVII; mai 1889.

J. Sweetmann Ames. — *Le réseau concave, en théorie et en pratique*, p. 369.

J. Brown. — *Théorie de Helmholtz des électrodes de mercure à gouttes, et de la différence de potentiel entre le mercure pur et les électrolytes*, p. 384.

Ch.-R. Cross et A.-S. Williams. — *Influence de l'intensité de l'aimant sur l'intensité du courant induit produit par un téléphone à aimant transmetteur*, p. 392.

J. Parker. — *Sur le diamagnétisme et la concentration de l'énergie*, p. 403.

Wiedemann's Annalen.

T. XXXVII : nº 5. 1889.

W. Michelson. — *Sur la vitesse d'inflammation normale des mélanges gazeux explosifs*, p. 1.

O. Muller. — *Sur la dissolution de l'acide carbonique dans les mélanges d'alcool et d'eau*, p. 24.

A. Ritter. — *Contribution à la théorie des changements d'état adiabatiques*, p. 44.

E. Paschen. — *Sur la différence de potentiel nécessaire pour le passage des étincelles dans l'air, l'hydrogène et l'acide carbonique à diverses pressions*, p. 69.

F. Braun. — *Courants électriques produits par des déformations élastiques*, p. 97.

F. Braun. — *Courants de déformation. Peuvent-ils être expliqués par les propriétés magnétiques?* p. 107.

A. Schrauf. — *Usage d'une sphère de soufre pour la démonstration des sections singulières dans la surface de l'onde*, p. 127.

F. Pockels. — *Influence de déformations élastiques, spécialement de pressions dans un seul sens, sur les propriétés optiques des corps cristallisés*, p. 144.

Ch. Lüdeking. — *Conductibilité de dissolutions de sulfate de zinc dans la gélatine*, p. 172.

W. Laska. — *Sur la découverte des horloges*, p. 176.

Nº 6 : 1889.

E. Wiedemann. — *Mécanique de l'émission lumineuse*, p. 177.

H. Rubens. — *Réflexion sélective des métaux*, p. 249.

F. Pockels. — *Influence de déformations élastiques, spécialement de pressions dans un seul sens, sur les propriétés optiques des corps cristallisés*, p. 269.

M. Wolf. — *Résistance des gaz à la décharge disruptive sous de hautes pressions*, p. 306.

J. Elster et H. Geitel. — *Production d'électricité par le contact des gaz raréfiés avec des fils rougis par un courant*, p. 315.

K. Waitz. — *Méthode pour la mesure absolue des potentiels élevés*, p. 330.

K. Olzewski. — *Mesure du point d'ébullition de l'ozone et du point de congélation de l'éthylene*, p. 337.

L. Natanson. — *Phénomènes calorifiques accompagnant la dilatation des gaz*, p. 341.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LA VITESSE D'ÉCOULEMENT DES LIQUIDES PAR UN ORIFICE EN MINCE PAROI;

PAR M. TH. VAUTIER.

L'expression de la vitesse d'écoulement de l'eau est due à Torricelli (1). Lorsqu'un vase est percé d'un orifice en mince paroi, au-dessus duquel le niveau du liquide se trouve à une hauteur h, le jet s'échappe en ayant à sa naissance la vitesse v d'un corps tombant en chute libre, du niveau supérieur à celui de l'orifice, et l'on a

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Cette loi a été démontrée théoriquement par D. Bernoulli (2), et vérifiée expérimentalement par divers auteurs, notamment par Bossut et Michelotti (3) qui l'ont trouvée exacte à $\frac{1}{100}$ ou $\frac{2}{100}$ près, en mesurant l'amplitude du jet lancé horizontalement sous des charges h comprises entre 1^m et 7^m. Pour des charges plus fortes, ce procédé ne convient plus, comme le fait remarquer Bossut; pour des charges plus faibles, la précision des mesures décroît : cette ingénieuse méthode n'est donc applicable qu'entre des limites restreintes.

Un autre procédé consiste à mesurer la dépense, ainsi que la section du jet : il est indirect, et d'autant moins précis que la section de la veine est plus petite.

La méthode que j'ai employée dans ces recherches a pour point de départ le principe de la composition des vitesses simultanées. De petites bulles liquides sont entraînées suivant l'axe du jet transparent qui s'écoule; elles sont choisies de manière à être visibles au sein de la veine et à en prendre la vitesse v qu'il s'agit de mesurer. Si l'on projette l'image d'une bulle sur un écran, cette image se déplacera avec la même vitesse (4) à la surface de l'écran;

(1) TORRICELLI, *Trattato del moto dei gravi*. Florence, 1641.

(2) D. BERNOULLI, *Hydrodynamica*. Strasbourg, 1738.

(3) BOSSUT, *Traité théorique et expérimental d'Hydrodynamique*, nouvelle édition, t. II, p. 107, an IV de la République. — D'AUBUISSON, *Hydraulique*, 2e édition, p. 43.

(4) Nous supposons actuellement que le rapport de l'image à l'objet soit égal à l'unité.

imprimons-lui en même temps une vitesse connue v' suivant une direction déterminée (v, v') : la résultante V de ces deux vitesses simultanées sera représentée en grandeur et en direction par une ligne inclinée (V, v'). Connaissant v', (v, v') et (V, v'), on en déduit la vitesse v de la bulle et, par suite, celle du jet.

J'ai employé cette méthode de deux manières distinctes au point de vue expérimental : dans une première série de mesures, l'image de la bulle, avant de tomber sur l'écran, se réfléchit sur un miroir tournant qui lui donne une vitesse connue v'; dans une autre série, l'image se projette directement sur une plaque photographique à laquelle on communique une vitesse déterminée v'.

Procédé du miroir tournant. — Les *fig.* 1 (coupe verticale) et 2 (coupe horizontale) représentent schématiquement la disposition des appareils (¹) :

On éclaire le jet F, en projetant sur lui, au moyen de la lentille cylindrique D, l'image de la fente C sur laquelle tombe un faisceau de rayons parallèles émis par la source S et la lentille B. Un objectif diaphragmé G et un miroir plan H mobile autour d'un axe vertical XX (²) projettent l'image du jet sur un écran opaque I (³) ou sur une petite lame plane de verre N située dans le plan focal d'une loupe NN.

On a tracé sur la surface (*fig.* 3) de chacun de ces écrans une série de traits parallèles AB, CD que nous supposerons placés horizontalement. C'est donc dans la direction de ces traits que se déplacerait l'image d'une bulle supposée immobile dans le jet pendant la rotation du miroir (⁴); mais les bulles, et par suite leurs images se meuvent verticalement avec la vitesse cherchée v, pendant que le miroir leur imprime une vitesse horizontale v';

(¹) On ne tiendra pas compte pour le moment des traits P.

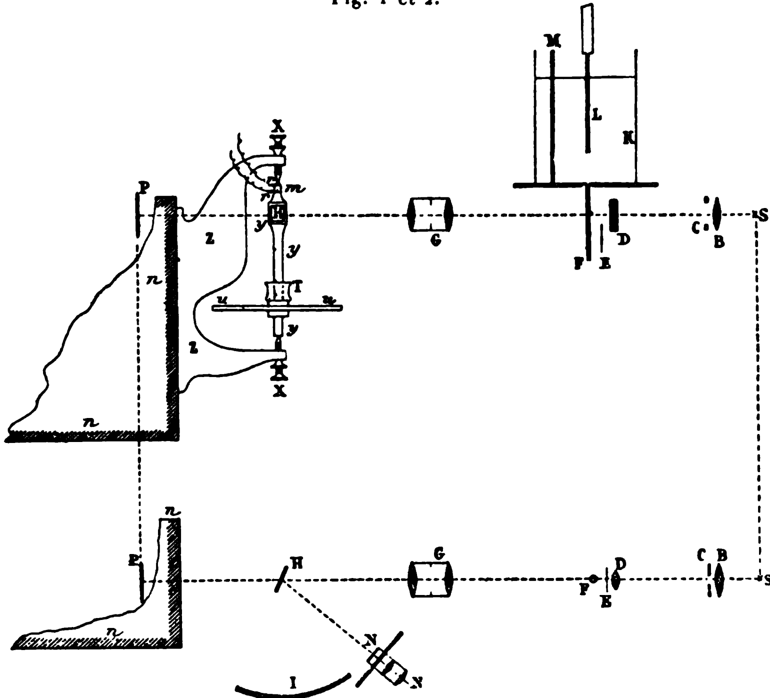
(²) *uu*, volant; T, poulie motrice; ZZ, support scellé dans une pierre *nn*.

(³) Il est commode que l'écran I, destiné aux observations par réflexion, ait une assez large surface; on lui a donné la forme d'une calotte sphérique, pour que l'image reste au point.

(⁴) On a préalablement réglé le miroir dans son support, de telle sorte que, pendant qu'il tourne, l'image d'une pointe fixe placée suivant l'axe du jet se déplace le long d'un des traits horizontaux de l'écran.

l'image de chaque bulle, animée de ces deux vitesses rectangulaires

Fig. 1 et 2.

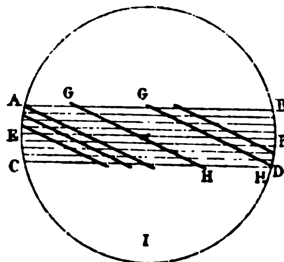


K, vase cylindrique en verre, de 30^{cm} de diamètre; au centre du fond métallique est un orifice en mince paroi de $5^{mm},76$ de diamètre, en platine iridié, à travers lequel le jet F s'écoule verticalement.

L, tube contenant une émulsion de fines bulles [1] qui se propageront dans le jet suivant son axe.

M, règle divisée sur laquelle on lit la hauteur du liquide.

Fig. 3.



---

[1] Liquide de densité égale à celle de l'eau, formé par un mélange d'essence de térébenthine et de nitrobenzine; agité avec de l'eau il se divise en bulles.

et simultanées se forme suivant une ligne telle que GH, faisant un angle α avec l'horizon ; on a donc

$$v = v' \operatorname{tang}\alpha.$$

Mesure de α. — On fait tourner sur lui-même l'un des écrans I ou N jusqu'à ce que les traits AB, EF, ..., primitivement horizontaux, soient parallèles aux images inclinées GH, GH, ... des bulles. Le déplacement angulaire α de l'écran se lit sur un cercle divisé.

Mesure de v'. — Le miroir fait par seconde un nombre n de tours enregistré électriquement au moment d'une observation ; son centre est à une distance $r = 341^{\text{mm}}$ de l'un ou de l'autre écran. La vitesse horizontale de l'image est donc $v' = 4\pi rn$.

Résultats. — J'ai fait ainsi de nombreuses séries d'expériences, dans lesquelles la hauteur d'eau h dans le réservoir a varié de 23^{cm} à 9^{cm} (de 2^{cm} en 2^{cm} environ). Les vitesses d'écoulement, mesurées à des distances h' de l'orifice égales à 1^{cm} ou 2^{cm}, concordent avec les vitesses calculées d'après la loi de Torricelli $v = \sqrt{2g(h + h')}$ à $\frac{1}{60}$ près, en moyenne.

L'erreur moyenne absolue a été de $\pm 0^{\text{m}},03$, et la vitesse maximum atteinte dans les expériences n'a pas dépassé 2^{m}.

Le procédé suivant donne des résultats beaucoup plus précis.

Procédé graphique. — On envoie un faisceau de lumière parallèle sur la lentille cylindrique (*fig.* 4) pour éclairer le jet : les images des bulles sont projetées directement par un objectif sur des plaques photographiques enfermées dans une chambre obscure, et entraînées perpendiculairement à la trajectoire des bulles par un mécanisme visible sur la *fig.* 5.

On fait tourner le volant par un moteur électromagnétique ; les glaces sensibles passent à chaque tour derrière la fente recouverte par le volet G sous l'action du ressort ; elles ne reçoivent l'image des bulles que si l'opérateur, poussant la manette L, envoie un courant dans l'électro-aimant [1] : le volet, ainsi attiré, ne découvre

---

[1] Les pôles d'une pile doivent être reliés aux fils *a*, R.

la fente qu'une fois et seulement pendant la durée totale du passage des plaques.

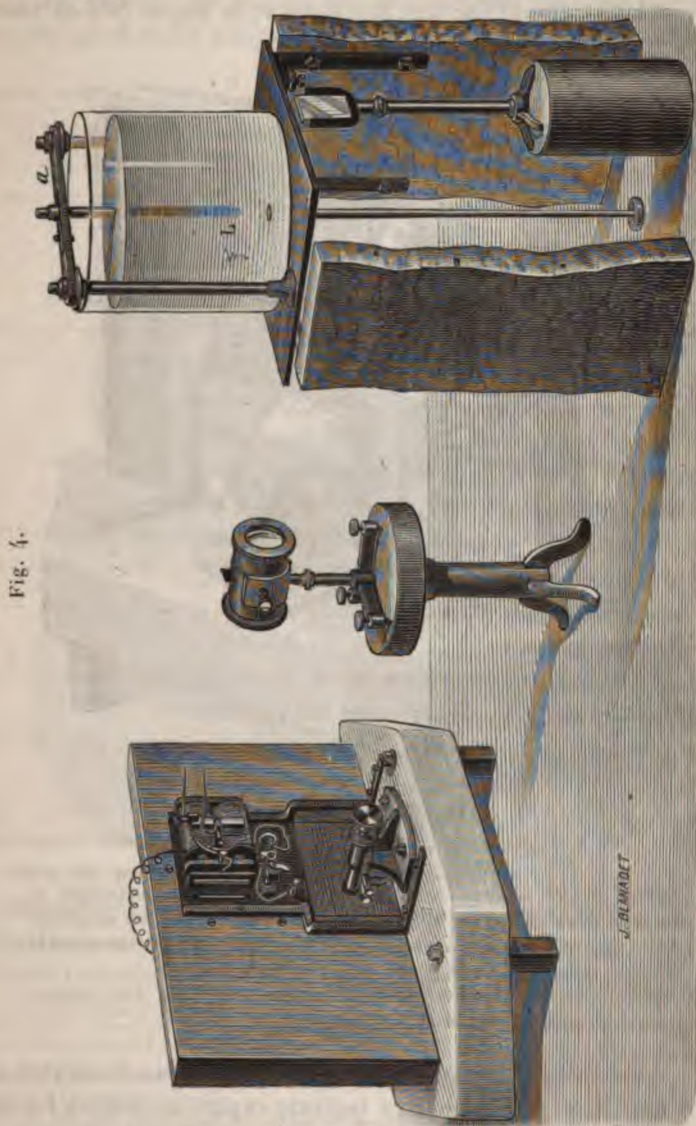
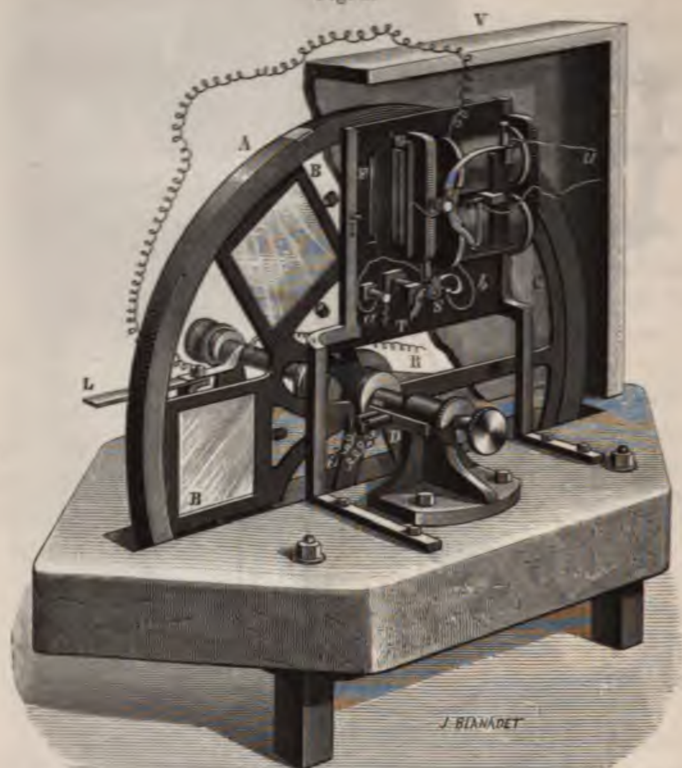


Fig. 4.

La figure schématique 6 montre comment ce résultat est obtenu : le circuit XYMKOL'PVraZX de l'électro-aimant contient une

pile XY et deux interrupteurs NN, *ar*. Une bague d'ébonite NN est fixée sur l'axe du volant, et munie d'un anneau métallique K prolongé latéralement par une languette σ; la bague NN en tour-

Fig. 5.



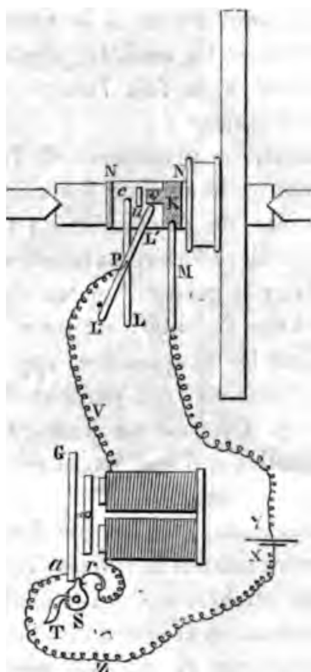
A, volant de 55cm de diamètre, mobile autour d'un axe horizontal, et muni de deux châssis B, B, dans lesquels on fixe les glaces sensibles.
F, fente de 1mm, à travers laquelle l'image des bulles pénètre dans la chambre noire, dont une partie seulement est dessinée.
G, volet mobile qui découvre ou ferme la fente par le jeu d'un électro-aimant H, et d'un ressort antagoniste.

nant appuie sans cesse par sa surface conductrice K contre un ressort fixe M, et par sa surface isolante contre un ressort L*c* qui peut prendre la position L'L' de manière à rencontrer (1) la lan-

(1) Il est essentiel que la languette σ passe tout entière sous le ressort L'L";

guette σ : le circuit est alors fermé en KOL′, mais seulement pendant la durée du contact de L′L′ et σ, durée un peu supérieure à celle du passage des glaces derrière la fente qui sera et restera ouverte pendant ce temps, car le volet G aura été attiré et main-

Fig. 6.



tenu par l'électro-aimant; dès que le contact est rompu en KOL′, le volet retombe sur la fente, et abandonne entre a et r une sorte de chien S [1] qu'il avait armé en s'ouvrant : le circuit est donc définitivement rompu en ar.

Pour connaître la vitesse de translation des plaques, on projette

on a fixé l'arrêt u sur la bague NN, de telle sorte que Lc ne puisse venir en L′L′ qu'avant le passage de σ.

[1] S est une pièce mobile autour d'un axe horizontal, elle est pressée par un ressort r contre le bas du volet T et peut se mouvoir de gauche à droite dans le sens de l'ouverture du volet, mais pas en sens inverse, grâce à une denture et à un cliquet.

sur leur surface l'image d'un orifice circulaire soudé à l'extrémité d'un diapason vibrant (1).

Marche d'une expérience. — Tout étant disposé comme l'indique la *fig.* 4, on fait tourner le volant muni de glaces sensibles; le jet s'écoule et les bulles sont entraînées suivant son axe. Au moment où le liquide contenu dans le vase atteint la hauteur voulue, on pousse le ressort L*c* en L'L' (*fig.* 6). La fente s'ouvre et les plaques reçoivent à la fois l'image des bulles et celle DD (*fig.* 7) de l'orifice vibrant.

Le volant étant arrêté, on manœuvre de l'extérieur une vis I (*fig.* 5) qui pousse contre la surface des clichés une lame tranchante fixée à l'intérieur de l'appareil; on tourne lentement le volant à la main de manière à faire passer les deux plaques sous ce tracelet qui grave sur la gélatine un arc de cercle BC (*fig.* 7) ayant son centre sur l'axe de rotation : on a ainsi un repère qui sera utilisé pour centrer les plaques sur l'appareil de mesure.

On enlève enfin les clichés, qui présentent, après révélation, l'aspect indiqué *fig.* 7. On voit un nombre de lignes inclinées égal au nombre de bulles qui ont passé dans le jet pendant la course du cliché (2).

Au moment de l'expérience, les images des bulles se déplacent à la suite l'une de l'autre suivant la trajectoire verticale gf (*fig.* 7) située dans le plan des clichés, et dont le prolongement $g\sigma$ coupe l'axe de rotation du volant au centre o de l'arc BC. L'image d'une bulle parcourt une longueur ge pendant que la surface sensible tourne d'un angle aog comprenant n vibrations, c'est-à-dire pendant un temps t : sa vitesse moyenne entre g et e est donc $v = \frac{ge}{t}$. Pour la connaître, il faut :

1° Mesurer une longueur ge suivant la direction d'un rayon

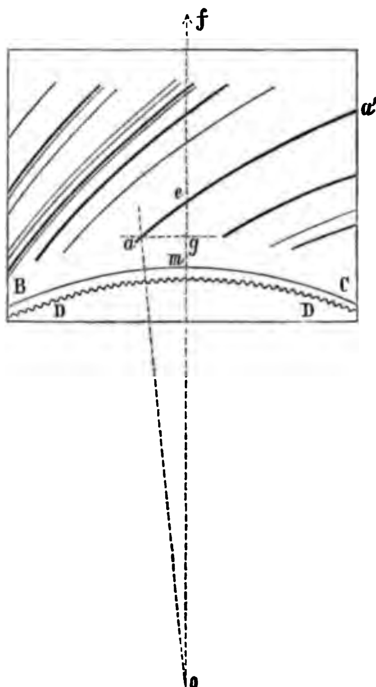
(1) On peut aussi enregistrer le nombre de tours du volant; il suffit de faire inscrire sur un cylindre noirci un diapason et deux signaux électromagnétiques : le circuit de l'un d'eux relié aux bornes D (*fig.* 5) contient un interrupteur monté sur l'axe du volant, qui donne une rupture à chaque tour; le circuit de l'autre aboutit par les fils u à un interrupteur que le volet ferme au moment où il s'ouvre.

(2) Les lignes ponctuées n'existent pas sur le cliché.

quelconque de l'arc BC (tout rayon a en effet coïncidé avec *of* au moment où il passait par la verticale);

2° Évaluer l'angle *aog* dont il faut faire tourner le cliché dans son plan autour du centre *o* pour qu'un même trait, tel que *aa'*, coupe successivement un rayon de direction donnée en deux points *g*, *e*, distants de 10mm par exemple;

Fig. 7.



3° Compter le nombre de vibrations compris dans l'angle *aog*;

4° Savoir à quelle distance la bulle se trouvait de l'orifice d'écoulement (¹), lorsque son image s'est formée en *g*, à une distance *mg* au-dessus de l'arc BC, qu'il est commode de prendre comme repère.

Les mesures sont ainsi continuées le long de *ef* à l'aide du

(¹) La vitesse augmente le long du jet à partir de l'orifice.

trait aa', puis répétées à l'aide des autres traits ; elles ont été faites sur un comparateur de MM. Brunner. Voici les résultats relatifs à l'un des clichés :

Distance réelle de la bulle à l'orifice.	Espace parcouru par la bulle e.	Bulle 1 (fine).	Bulle 2 (grosse).	Bulle 3 (moyenne).	Bulle 4 (fine).	Moyenne des angles.	Temps correspondant t.
12 mm – 22,3 …	10,3 mm	3°.51′	3°.51′	3°.51′,5	3°.51′,5	3°.51′	0,0045737 s
22,3 – 32,6 …	10,3	3.47,5	3.46,5	3.47	3.46,5	3.47	0,0044915
32,6 – 42,9 …	10,3	3.42,5	3.43	3.43	3.43	3.43	0,0044153

D'après ces nombres, dans des sections du jet situées à des distances de l'orifice :

$$d_1 = \frac{12^{\text{mm}} + 22^{\text{mm}},3}{2} = 17^{\text{mm}},1,$$

$$d_2 = \frac{22^{\text{mm}},3 + 32^{\text{mm}},6}{2} = 27^{\text{mm}},4,$$

$$d_3 = \frac{32^{\text{mm}},6 + 42^{\text{mm}},9}{2} = 37^{\text{mm}},7,$$

les vitesses moyennes $\frac{e}{t}$ des bulles sont respectivement

$$v_1 = 2^{\text{m}},252, \qquad v_2 = 2^{\text{m}},292, \qquad v_3 = 2^{\text{m}},333.$$

C'est ainsi qu'ont été mesurées sur les différents clichés les vitesses d'écoulement de l'eau et des liquides visqueux.

Vitesse d'écoulement de l'eau. — Je citerai seulement les résultats d'une série d'expériences dans laquelle on a mesuré la vitesse du jet sous des hauteurs h ayant presque toutes la même valeur, de manière à voir comment les vitesses trouvées concordent entre elles. On a fait tourner le volant tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre. L'orifice a $5^{\text{mm}},76$ de diamètre.

Numéro du cliché.	H ([1]).	Vitesse du jet à $1^{cm},7$ de l'orifice — d'après la loi $v=\sqrt{2gH}$.	d'après l'expérience.	Différence.	Observations.
	m	m	m	m	
33...	0,267	2,288	2,301	+0,013	Sens inverse.
17...	0,267	2,288	2,295	+0,007	Sens direct.
14...	0,266	2,285	2,296	+0,011	Sens direct.
15...	0,266	2,285	2,286	+0,001	Sens direct, nouvelle émulsion.
23...	0,266	2,285	2,285	0,000	Sens inverse.
26...	0,266	2,285	2,276	—0,009	Sens inverse.
30...	0,194	1,951	1,968	+0,017	Sens inverse, émulsion abondante.

Numéro du cliché.	H.	Vitesse du jet à $2^{cm},7$ de l'orifice — d'après la loi $v=\sqrt{2gH}$.	d'après l'expérience.	Différence.
	m	m	m	m
33	0,277	2,331	2,342	+0,011
17	»	»	2,330	—0,001
14	0,276	2,326	2,342	+0,016
15	»	»	2,332	+0,006
23	»	»	2,320	—0,006
26	»	»	2,336	+0,010
30	0,204	2,000	2,016	+0,016
		A $3^{cm},7$ de l'orifice.		
33	0,287	2,373	2,384	+0,011
17	»	»	2,361	—0,012
14	0,286	2,369	2,369	0,000
15	»	»	2,356	—0,013
23	»	»	2,364	—0,005
26	»	»	2,360	—0,009
30	0,214	2,049	2,059	+0,010

Si l'on compare les vitesses trouvées avec celles qui résultent de la loi de Torricelli, on voit que l'erreur moyenne est $\pm 0^m,010$,

([1]) Soient h la hauteur du liquide dans le vase, h' la distance de la bulle à l'orifice : $H = h + h'$.

l'erreur probable $= 0^m,0066$. La loi se vérifie donc ici à moins de $\frac{1}{200}$ près.

Pour une même valeur de H, les vitesses trouvées concordent entre elles à environ $\frac{1}{200}$ près; les plus fortes différences n'atteignent pas $\frac{1}{100}$. On peut donc compter, dans ces limites, sur l'exactitude des mesures suivantes. (*A suivre.*)

SUR LA CHALEUR DE COMBINAISON DU FER DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE, ET SUR LES PHÉNOMÈNES THERMOMAGNÉTIQUES;

PAR M. PAUL JANET.

Dans une Note publiée au *Journal de Physique* (¹), j'ai montré, par la simple application du principe de l'équivalence, que, en appelant Q_1 la chaleur de combinaison d'une masse de fer doux avec un acide, par exemple, hors d'un champ magnétique, Q la chaleur de combinaison de la même masse de fer dans un champ magnétique, $\mathfrak{E}_i$ le travail des forces magnétiques lorsque la masse de fer doux se déplace depuis l'infini jusqu'à sa position actuelle, et en négligeant la chaleur Q′ (chaleur de Thomson) qui se dégage dans le fer pendant ce mouvement (²), on a

$$(1) \qquad E(Q - Q_1) = -\mathfrak{E}_i.$$

Si nous rétablissons le terme Q′, nous avons évidemment

$$(2) \qquad E(Q - Q_1) = -EQ' - \mathfrak{E}_i.$$

Dans un récent Mémoire sur la théorie de l'aimantation par influence (³), M. P. Duhem est revenu sur cette question. Comme certains résultats contenus dans ce Mémoire semblent en contra-

(¹) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VI, p. 286. Quelques mois auparavant, M. Nichols avait émis, quoique sous une forme moins explicite, des idées analogues (*Silliman's Journal*, 1886).

(²) Un calcul numérique montre que, en effet, cette quantité est négligeable (*voir* un Mémoire de Warburg et Hönig, *Ann. de Wied.*, t. XX, p. 831).

(³) *Ann. de la Faculté des Sciences de Toulouse*, t. II.

diction avec les équations (1) ou (2), il est important de rechercher d'où provient ce désaccord. C'est le but de cette Note.

I. En premier lieu, M. P. Duhem m'attribue à tort l'expression incomplète

$$E(Q - Q_1) = \mathfrak{J}_\alpha - \mathfrak{J}_\beta, \tag{3}$$

dans laquelle $\mathfrak{J}$ représente le potentiel total des actions magnétiques calculé comme si tous les aimants étaient permanents [1]

$$\mathfrak{J} = \frac{h}{2}\int\left(\mathcal{A}\frac{\partial v}{\partial x} + \mathcal{B}\frac{\partial v}{\partial y} + \mathcal{C}\frac{\partial v}{\partial z}\right)dv, \tag{4}$$

les indices α et β désignant les états du système avant et après la combinaison, ou, ce qui revient au même, avant et après que la masse de fer doux a été transportée à l'infini. Nous allons montrer que l'équation (3) ne concorde pas avec l'équation (1). En effet, proposons-nous de mettre l'équation (1) sous une forme analogue à celle de l'équation (3): il nous faut pour cela trouver une fonction H des coordonnées et de l'intensité d'aimantation en chaque point dont la variation, changée de signe, dans le passage de l'état α à l'état β, donne le travail des forces magnétiques : une telle fonction est ce qu'on appelle l'*énergie potentielle* du fer doux [2] dans le champ créé par l'aimant; elle ne se confond pas, bien entendu, avec la fonction qu'on introduit en Thermodynamique sous le nom d'*énergie interne du système*. Or la théorie même de M. Duhem nous fournit le moyen de trouver cette énergie potentielle : considérons une masse de fer doux soumise à l'action d'aimants permanents et de forces extérieures admettant un potentiel W; imaginons un déplacement réversible infiniment petit de cette masse, c'est-à-dire tel que, à chaque instant, les conditions d'équilibre soient remplies; on a, en appelant Ω le potentiel thermodynamique,

$$\delta\Omega = 0.$$

---

[1] Pour la signification des notations introduites, le lecteur est prié de se reporter au Mémoire cité.

[2] MASCART et JOUBERT, *Électricité*, t. I, p. 193 et 430; JOUBERT, *Traité élémentaire d'électricité*, p. 197.

Or, d'après M. Duhem,

$$\Omega = E(V - TS) + \mathcal{F} + \int \mathcal{F}(\mathfrak{M})\,dv + W,$$

d'où

$$(5)\qquad \delta W = -\delta\mathcal{E}_e = \delta\mathcal{E}_i = -\delta\left[\mathcal{F} + \int \mathcal{F}(\mathfrak{M})\,dv\right].$$

L'énergie potentielle cherchée est donc

$$H = \mathcal{F} + \int \mathcal{F}(\mathfrak{M})\,dv.$$

Cette fonction H se confond, à la constante près E(U — TS) qui ne joue aucun rôle dans les phénomènes magnétiques, avec ce que M. Duhem appelle le *potentiel thermodynamique interne du système.*

L'expression (5) donne

$$(5\ bis)\qquad \mathcal{E}_i = \mathcal{F}_\alpha - \mathcal{F}_\beta + \int \mathcal{F}_\alpha(\mathfrak{M})\,dv,$$

puisque $\mathcal{F}_\beta(\mathfrak{M})$ est nul (l'intégrale étant étendue seulement au fer doux).

L'expression (1) que j'ai donnée peut alors se mettre sous la forme développée

$$(6)\qquad E(Q - Q_1) = Y_\alpha - Y_\beta + \int \mathcal{F}_\alpha(\mathfrak{M})\,dv.$$

Elle diffère, comme on le voit, de l'équation incomplète (3) par la présence du terme

$$\int \mathcal{F}_\alpha(\mathfrak{M})\,dv.$$

II. Cela posé, si nous voulons retrouver l'équation (10) de M. Duhem (*loc. cit.*, p. 98), il nous suffit d'admettre que dans l'équation (2) on a

$$(7)\qquad EQ' = \int T \frac{\partial}{\partial T} \mathcal{F}_\alpha(\mathfrak{M})\,dv.$$

Cette équation devient alors

$$(8)\qquad E(Q - Q_1) = \mathcal{F}_\alpha - \mathcal{F}_\beta + \int \mathcal{F}_\alpha(\mathfrak{M})\,dv - \int T \frac{\partial}{\partial T} \mathcal{F}_\alpha(\mathfrak{M})\,dv.$$

C'est précisément l'équation (10) de M. Duhem.

Bien que Sir W. Thomson, dans sa Note sur les phénomènes

thermodynamiques ([1]), n'ait pas donné explicitement l'équation (7), nous pouvons cependant l'appeler *équation de Thomson*. Les conséquences qu'on en tire concordent en effet, on le voit facilement, avec les résultats énoncés par l'illustre physicien anglais et admis généralement après lui sur le signe de la quantité de chaleur dégagée dans le mouvement d'un morceau de fer doux en présence d'aimants fixes; d'ailleurs elle se confond, dans le cas d'un coefficient d'aimantation constant, avec une équation donnée par Warburg et Hönig (*loc. cit.*) comme traduction de la théorie de Thomson.

III. Une dernière difficulté subsiste. M. P. Duhem attaque cette théorie et énonce un résultat qui la contredit : il donne en effet (*loc. cit.*, p. 109), au lieu de l'équation (7), l'équation plus compliquée

$$(9)\quad \left\{\begin{aligned} -\mathrm{EQ}' = {} & h\int\left(\mathcal{A}_2\frac{\partial v_2}{\partial x_2}+\mathcal{B}_2\frac{\partial v_2}{\partial y_2}+\mathcal{C}_2\frac{\partial v_2}{\partial z_2}\right)dv_2 \\ & +\frac{h}{2}\int\left(\mathcal{A}_2\frac{\partial w_2}{\partial x_2}+\mathcal{B}_2\frac{\partial w_2}{\partial y_2}+\mathcal{C}_2\frac{\partial w_2}{\partial z_2}\right)dv_2 \\ & +h\int\mathcal{F}_2(\mathfrak{M})\,dv_2-\int\mathrm{T}\frac{\partial}{\partial\mathrm{T}}\mathcal{F}_2(\mathfrak{M})\,dv_2. \end{aligned}\right.$$

Il n'est pas difficile de voir d'où provient la divergence entre cette équation et l'équation (7) de Thomson. Pour obtenir l'équation (9), M. Duhem considère un déplacement de la masse de fer doux sans force vive initiale ni finale et sans forces extérieures. Un tel déplacement est, en général, impossible, et doit être considéré comme virtuel. Mais repassons à des phénomènes réels : pour rendre physiquement possible un tel déplacement, il faut, en général, introduire des forces extérieures qui accomplissent un travail $\mathfrak{T}_e = -\mathfrak{T}_i$. Ce travail doit être retranché du premier membre de l'équation (9) qui devient

$$(10)\quad -\mathrm{EQ}' = -\mathfrak{T}_i + h\int\left(\mathcal{A}_2\frac{\partial v_2}{\partial x_2}+\mathcal{B}_2\frac{\partial v_2}{\partial y_2}+\mathcal{C}_2\frac{\partial v_2}{\partial z_2}\right)dv_2+\ldots.$$

([1]) *Phil. Mag.*, 5ᵉ série, t. V; 1878.

Or, d'après l'expression (5 *bis*) de $\mathfrak{T}_i$, cette équation se réduit à

$$EQ' = \int T \frac{\partial}{\partial T} \mathcal{F}_2(\mathfrak{M})\, dv_2,$$

c'est-à-dire à l'équation (7) de Thomson.

Ainsi la théorie de M. Duhem confirme le résultat de Sir W. Thomson, au lieu de le contredire.

Nous avons dit que l'expression (9) donnée par M. Duhem se rapporte à un déplacement généralement virtuel, c'est-à-dire physiquement irréalisable. Il est cependant un seul cas où un déplacement de ce genre est possible; c'est le suivant : la masse de fer doux, placée à l'infini sans force vive, serait abandonnée à elle-même, et des forces retardatrices convenables (frottements, courants induits, etc.) empêcheraient la masse d'acquérir de la force vive sensible : alors l'expression (9) représenterait la somme de la chaleur dégagée par les actions magnétiques (chaleur de Thomson) et de la chaleur dégagée par le frottement, et qui est étrangère au phénomène magnétique.

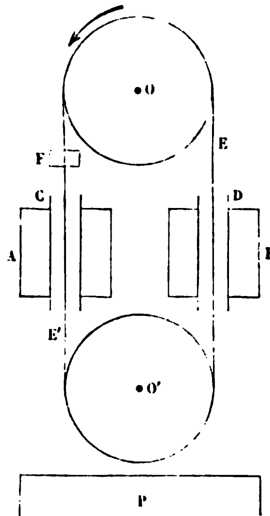
Une remarque analogue s'applique à la chaleur dégagée dans le déplacement réciproque de deux aimants permanents : l'expression donnée par M. Duhem (p. 108 de son Mémoire) représente la chaleur qui serait dégagée si, au moyen de frottements convenables, on s'opposait à ce que le système des deux aimants acquît de la force vive; ici il n'y a pas de chaleur d'origine purement magnétique.

IV. Il n'est pas sans intérêt d'étudier la manière dont on pourrait au moins concevoir la possibilité d'expériences sur les phénomènes thermomagnétiques dans le fer doux. L'expression (9) représente, comme M. Duhem me prie de le faire remarquer, la quantité de chaleur qui serait cédée à un calorimètre par une masse de fer doux abandonnée, sans vitesse initiale, en présence d'aimants permanents, et qui viendrait perdre sa force vive dans l'eau du calorimètre; il faut admettre que les expressions établies en supposant les conditions d'équilibre remplies subsistent dans ce cas.

Mais, d'après les données numériques que nous avons sur la question (*voir* plus haut), il est certain que, dans une expérience

de ce genre, la chaleur provenant de l'effet Thomson serait tout à fait négligeable par rapport à celle que dégagerait le frottement et le choc contre l'eau du calorimètre. Aussi la méthode de mesure suivante, où l'effet Thomson interviendrait seul, me paraît plus correcte : A et B (*fig.* 1) seraient deux calorimètres à glace munis

Fig. 1.



de tubes ouverts aux deux bouts C et D. Une ou plusieurs masses de fer doux F seraient mises en mouvement par les poulies O et O' et la corde sans fin EE' et viendraient passer successivement dans les deux tubes. En P serait un pôle d'aimant, tout l'appareil serait maintenu dans une enceinte à 0°. La quantité de glace fondue d'un côté, formée de l'autre, mesurerait la chaleur dégagée ou absorbée par suite de l'effet Thomson entre l'entrée et la sortie de chaque calorimètre. L'effet serait d'ailleurs multiplié autant qu'on le voudrait.

V. Il résulte de l'étude précédente que les expressions développées de M. Duhem coïncident avec les miennes et ne les contredisent pas. Au courant de cette étude, nous avons établi comme conséquence immédiate de l'équation fondamentale de M. Duhem un résultat qu'il n'est pas inutile de mettre maintenant en évidence,

en revenant aux notations habituellement employées dans la théorie de l'aimantation par influence. Appelons I l'intensité d'aimantation en un point, k le coefficient d'aimantation, fonction de I, et posons

$$\frac{\mathrm{I}}{k} = \frac{d\varphi(\mathrm{I})}{d\mathrm{I}}, \qquad \varphi(\mathrm{I}) = \int_0^{\mathrm{I}} \frac{\mathrm{I}}{k} d\mathrm{I},$$

$\varphi(\mathrm{I})$ étant une fonction [$\mathfrak{F}(\mathfrak{M})$ de M. Duhem] définie par cette égalité. Alors l'énergie potentielle mutuelle d'un aimant permanent et d'une masse de fer doux sera donnée par la formule

$$(11) \qquad \mathrm{W} = \mathrm{W}_1 + \int \varphi(\mathrm{I})\, dv,$$

W_1 étant l'énergie potentielle totale que posséderait le système si, la distribution n'étant pas modifiée, le fer doux était remplacé par un aimant permanent. Rappelons que la fonction W jouit de la propriété que sa variation, changée de signe, donne le travail des forces qui s'exercent entre l'aimant et le fer doux ; ou encore W est le travail des forces magnétiques lorsque le fer doux s'éloigne de sa position actuelle à l'infini.

Dans le cas particulier où k est constant, un calcul facile montre que l'on a

$$\mathrm{W} = \tfrac{1}{2}\mathrm{W}_1.$$

C'est le résultat que l'on énonce habituellement ([1]); il n'est vrai que lorsque k est une constante.

Le résultat exprimé par l'équation (11) peut d'ailleurs être établi directement en partant des équations connues de l'induction magnétique ([2]).

([1]) JOUBERT, *Traité élémentaire d'électricité*, p. 197.

([2]) M. P. Duhem, lui-même, nous a donné cette démonstration dans une lettre manuscrite.

SUR L'ACTION D'UN CHAMP UNIFORME SUR UN CORPS MAGNÉTIQUE;

Par M. L. KUSMINSKI-LEDOCHOWSKI.

Lorsqu'un corps magnétique, dont le coefficient d'aimantation est constant, se trouve placé dans un champ uniforme, le moment magnétique produit par induction est proportionnel à l'intensité du champ. Le facteur par lequel doit être multipliée cette intensité pour donner le moment est une fonction de la forme géométrique du corps qui en général est indépendante du coefficient d'aimantation. Sauf dans des cas particuliers, l'axe du moment induit ne coïncide pas avec la direction du champ.

Ceci posé, nous ferons quelques remarques relativement à l'action d'un champ uniforme sur un corps magnétique.

Rapportons le corps à trois axes rectangulaires, et soient α, β, γ les angles que la direction du champ fait avec les axes; μ', μ'', μ''' les moments composants qui correspondent aux composantes $H\cos\alpha$, $H\cos\beta$, $H\cos\gamma$ du champ; soient enfin $a'b'c'$, $a''b''c''$, $a'''b'''c'''$ les angles que les axes de ces moments font avec les axes des coordonnées. La valeur du moment magnétique M sera

$$\begin{aligned} M^2 = & (\mu'\cos a' + \mu''\cos a'' + \mu'''\cos a''')^2 \\ & + (\mu'\cos b' + \mu''\cos b'' + \mu'''\cos b''')^2 \\ & + (\mu'\cos c' + \mu''\cos c'' + \mu'''\cos c''')^2 \end{aligned}$$

ou, ce qui revient au même,

$$\begin{aligned} M^2 = \mu'^2 + \mu''^2 + \mu'''^2 + 2\mu'\mu''\cos(\mu', \mu'') \\ + 2\mu''\mu'''\cos(\mu''\,\mu''') + 2\mu'''\mu'\cos(\mu'''\,\mu'), \end{aligned}$$

en remplaçant

$$\cos a'\cos a'' + \cos b'\cos b'' + \cos c'\cos c''$$

par

$$\cos(\mu'\mu''), \quad \ldots,$$

où $\cos(\mu', \mu'')$ désigne le cosinus de l'angle que l'axe du moment μ' fait à celui du moment μ''.

D'après notre hypothèse, nous pouvons représenter chacun des moments M, μ', μ'', μ''' par un produit dont le premier facteur, différent pour chacun d'eux, dépend de la forme du corps, le second étant l'intensité du champ.

Posons

$$M = AH, \qquad \mu' = A'H\cos\alpha, \qquad \mu'' = A''H\cos\beta, \qquad \mu''' = A'''H\cos\gamma;$$

il vient

$$A^2 = A'^2\cos^2\alpha + A''^2\cos^2\beta + A'''^2\cos^2\gamma + 2A'A''\cos(\mu'\mu'')\cos\alpha\cos\beta$$
$$+ 2A''A'''\cos\beta\cos\gamma\cos(\mu''\mu''') + 2A'''A'\cos(\mu'''\mu')\cos\gamma\cos\alpha.$$

Les valeurs $\cos(\mu'\mu'')$, $\cos(\mu''\mu''')$, $\cos(\mu'''\mu')$ sont indépendantes de la direction du champ. Par conséquent A et seulement A changera avec les valeurs des angles α, β, γ.

Par un point pris à volonté dans l'espace, traçons une droite parallèle à la direction du champ, et portons sur cette droite une longueur égale à la valeur inverse du moment. En faisant la même chose pour toutes les directions, les extrémités de ces longueurs seront sur la surface d'un ellipsoïde dont l'équation est

$$(1) \quad \begin{cases} 1 = A'^2x^2 + A''^2y^2 + A'''^2z^2 + 2A'A''\cos(\mu'\mu'')xy \\ \quad + 2A''A'''\cos(\mu''\mu''')yz + 2A'''A'\cos(\mu'''\mu')zx. \end{cases}$$

Nous nommerons cet ellipsoïde l'ellipsoïde des moments induits. Il jouit de la propriété suivante : le rayon vecteur mené du centre représente la valeur inverse du moment produit sur le corps considéré par l'induction d'une force magnétisante égale à un, dirigée suivant le rayon vecteur.

Le moment magnétique d'un corps quelconque dû à l'influence d'un champ uniforme jouit donc de toutes les propriétés manifestées par ces rayons vecteurs. Pour une certaine direction du champ, le moment magnétique sera un maximum ; pour une direction perpendiculaire à celle-ci, le moment sera un minimum, etc. Il est bien entendu qu'en général les axes de ces moments ne seront pas perpendiculaires l'un à l'autre; mais il y a des cas où cela aura lieu.

S'il y a deux directions perpendiculaires l'une à l'autre, et telles qu'un champ parallèle à l'une quelconque de ces directions produise un moment, dont l'axe coïncide avec cette direction, il y a une troisième direction jouissant de la même propriété et qui est perpendiculaire au plan des deux premières. Prenons ces directions pour axes; l'équation de l'ellipsoïde des moments deviendra

$$(1_a) \qquad 1 = A'^2x^2 + A''^2y^2 + A'''^2z^2.$$

Dans ce cas, l'axe du moment maximum et celui du moment minimum sont dirigés suivant deux de ces directions.

Il est aisé de voir que deux corps qui admettent le même ellipsoïde des moments prendront dans un champ uniforme des moments proportionnels, quelle que soit la direction du champ. Nous appellerons de tels corps des *corps équivalents*. Nous nous proposons de résoudre le problème suivant : Trouver un ellipsoïde dont l'ellipsoïde des moments induits représentés par les équations (1) ou (1_a) soit égal à celui d'un corps quelconque. Il s'agira de déterminer la grandeur et la direction des axes d'après ces conditions.

Si le corps est tel qu'on puisse lui appliquer la formule (1_a), il est donc nécessaire de connaître les valeurs des coefficients A′, A″, A‴. La détermination théorique de ces coefficients présente de grandes difficultés; en général, elle n'est possible que par l'expérience.

Pour un cube, par exemple, les coefficients A′, A″, A‴ sont égaux, (1_a) deviendra

$$1 = A^2(x^2 + y^2 + z^2);$$

c'est l'équation d'une sphère.

Il suit de là que le moment magnétique d'un cube dû à un champ uniforme est indépendant de sa position dans le champ et l'axe du moment coïncide avec la direction de la force magnétisante.

Un cylindre circulaire et un prisme quadratique ont des ellipsoïdes de révolution pour ellipsoïdes des moments induits. Si l'on choisit la grandeur des axes de sorte qu'ils soient proportionnels aux dimensions du cylindre ou du prisme et que le volume de l'ellipsoïde soit égal à celui de ces corps, on trouve une assez bonne concordance des moments observés et calculés, sauf dans le cas peu important pour la pratique où les diamètres des cylindres sont très petits.

M. de Waltenhofen a fait un grand nombre d'expériences relatives aux moments magnétiques induits dans un cylindre (¹). Il

(¹) En dernier lieu en 1887 (*Wiedemann's Annalen*, t. XXXII).

emploie la formule

$$M = K ni \sqrt{l^3 d},$$

où n est le nombre des spires du solénoïde, i l'intensité du courant en ampères, l la longueur et d l'épaisseur communes du cylindre et du solénoïde, K une constante qui doit être trouvée par l'expérience. Cependant les observations montrent que le coefficient K n'est pas constant, mais qu'il est une fonction des dimensions du cylindre. Nous montrerons d'ailleurs que, contrairement à l'opinion de M. Waltenhofen, la formule n'est applicable qu'à un cylindre circulaire et à un prisme quadratique, et non à un cylindre elliptique ou à un parallélépipède.

On peut aussi bien substituer un ellipsoïde à un cylindre elliptique qu'à un cylindre circulaire, pourvu que le champ magnétique soit uniforme ou presque uniforme. On sait d'ailleurs qu'à peu près tout l'intérieur d'un solénoïde présente un champ uniforme. D'après ce qui précède, on peut établir la formule suivante

$$M = \frac{ni\pi}{40} \frac{(l^2 - d^2)\varepsilon}{\frac{1}{2}\log\text{nat}\frac{1-\varepsilon}{1-\varepsilon} - \varepsilon},$$

où $\varepsilon^2 = \frac{l^2 - d^2}{l^2}$.

Pour un prisme quadratique, la formule sera

$$M = \frac{ni\pi}{40} \frac{(l^2 - a^2)\varepsilon}{\frac{1}{2}\log\text{nat}\frac{1-\varepsilon}{1-\varepsilon} - 1}.$$

Le Tableau suivant démontrera l'exactitude de la formule relative au cylindre :

I (en ampères)	3,0	4,0	4,97	5,65
Moment observé	2,12.10^6	3,00	3,69	4,11
Moment calculé	2,18	2,92	3,63	4,12

Le cylindre employé avait une longueur de 52^{cm} et un diamètre de $23^{cm},4$; le nombre des spires du solénoïde était 2628.

L'ellipsoïde équivalent à un prisme sera, en général, un ellipsoïde à trois axes. Si les axes de cet ellipsoïde sont proportionnels aux arêtes du parallélépipède, et que le volume de l'un de ces corps soit égal à celui de l'autre, il faut que les résultats de

l'observation coïncident avec les valeurs calculées aussi bien que dans le cas précédent. C'est pourquoi il n'est pas possible de calculer le moment magnétique d'un cylindre elliptique ou circulaire, d'un prisme quadratique ou d'un parallélépipède avec une seule et même formule. La formule de M. Waltenhofen ne peut donner des résultats conformes à l'observation aussitôt que le cylindre a une ellipse, ou le prisme un rectangle pour base.

SUR LA REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE DES QUANTITÉS QUE L'ON CONSIDÈRE DANS LA THÉORIE MÉCANIQUE DE LA CHALEUR;

PAR M. G.-R. DAHLANDER.

Dans quelques Notes publiées dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Stockholm,* j'ai démontré, par des méthodes indirectes, que des quantités, que l'on considère dans la Théorie mécanique de la chaleur, ont entre elles des relations géométriques très simples. J'ai réussi depuis à déduire ces relations des équations fondamentales de la Thermodynamique. Je vais exposer mes recherches à ce sujet : elles pourront peut-être offrir quelque intérêt comme applications de la méthode introduite par Clapeyron.

Nous exprimerons dans ce qui va suivre une quantité de chaleur par le travail mécanique correspondant. Les chaleurs spécifiques d'un corps seront exprimées de la même manière.

Les équations fondamentales différentielles de la Thermodynamique deviennent donc

$$(1^a) \qquad dq = x\,dv + y\,dp,$$

$$(1^b) \qquad dq = \mathrm{C}\,d\mathrm{T} + h\,dp,$$

$$(1^c) \qquad dq = c\,d\mathrm{T} + l\,dv,$$

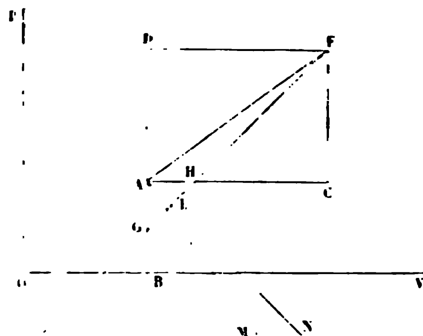
où v, p, T sont le volume, la pression et la température absolue; C, c la chaleur spécifique sous pression constante et sous volume constant; x, y, l, h sont fonctions de v, p, T et peuvent aussi être considérés comme des chaleurs spécifiques.

Toutes ces quantités ont entre elles la liaison donnée par la

fig. 1. Le point indicateur A de l'état du corps correspond à $v = OB$, $p = AB$. AM est la tangente à la courbe adiabatique et ALN la tangente à la courbe isothermique. La distance $AL = T$. Menons par A les droites AD et AC parallèles aux axes coordonnés Op et Ov, la droite AE perpendiculaire à AM et par L la droite EG perpendiculaire à ALN. Les droites AE et GE se coupent au point E. Construisons le rectangle ABEG. On a maintenant

$$C = EG.$$
$$c = EH.$$
$$x = AC.$$
$$y = AD.$$
$$l = AH.$$
$$h = -AG.$$

Fig. 1.



En effet, par une transformation adiabatique infiniment petite, on tire de l'équation (1^a)

$$x\,dv + y\,dp = 0$$

ou

$$\frac{dp}{dv} = -\frac{x}{y}.$$

Mais, si l'on considère que AM est la tangente à la courbe adiabatique et par conséquent AE la normale, nous avons

$$\operatorname{tang} AEC = \frac{x}{y} = \frac{AC}{AD}.$$

AC et AD sont donc proportionnelles à x et à y. Mais ces

droites expriment aussi les valeurs absolues de ces quantités, car, le travail mécanique représentant la quantité de chaleur, AE est la force qui, dirigée suivant la normale à la courbe adiabatique par le point indicateur, produit ce travail, quand le point se transporte le long d'une courbe quelconque. Les composantes de la force parallèles aux axes coordonnés sont x et y et leurs travaux élémentaires $x\,dv$ et $y\,dp$.

Si l'on suppose que le point indicateur se déplace sur la courbe isothermique qui a AN pour tangente en A, on doit avoir par (1^a) et (1^b)

$$x\,dv + y\,dp = h\,dp$$

ou

$$\frac{dp}{dv} = \frac{x}{h - y}.$$

La droite EHG étant la perpendiculaire à la tangente AN, on en conclut

$$\operatorname{tang} \mathrm{AGH} = \frac{x}{y - h} = \frac{\mathrm{DE}}{\mathrm{DG}} = \frac{x}{y + \mathrm{AG}},$$

et, par conséquent,

$$\mathrm{AG} = -h.$$

Si la température T est constante, les équations (1^a) et (1^c) donnent

$$x\,dv + y\,dp = l\,dv$$

ou

$$\frac{dp}{dv} = \frac{l - x}{y},$$

et aussi

$$\operatorname{tang} \mathrm{AGH} = \operatorname{tang} \mathrm{HEC} = \frac{x - l}{y} = \frac{\mathrm{HC}}{\mathrm{EC}} = \frac{x - \mathrm{AH}}{y}.$$

On doit donc avoir

$$\mathrm{AH} = l.$$

Pour démontrer que C et c ont entre elles la liaison géométrique indiquée, nous considérerons les équations connues

$$\mathrm{C} - c = \mathrm{T}\frac{dv}{d\mathrm{T}}\frac{dp}{d\mathrm{T}}, \tag{2}$$

$$l = \mathrm{T}\frac{dp}{d\mathrm{T}}, \tag{3}$$

$$h = -\mathrm{T}\frac{dv}{d\mathrm{T}}. \tag{4}$$

Les équations (3) et (4) donnent

(5) $$C - c = -\frac{hl}{T}.$$

Les valeurs de AG et AH dernièrement trouvées et la valeur AL = T rendent

$$C - c = \frac{AG.AH}{AL} = GH.$$

La droite GH représente donc la différence entre la chaleur spécifique sous pression constante et la chaleur spécifique sous volume constant. On a aussi

(6) $$x = C\frac{dT}{dv},$$

(7) $$y = c\,\frac{dT}{dp}.$$

T étant une fonction de v et p, on a

$$dT = \frac{dT}{dv}dv + \frac{dT}{dp}dp,$$

et, par une transformation isothermique et considérant les équations (6) et (7), on trouve

$$\frac{dp}{dv} = -\frac{\frac{dT}{dv}}{\frac{dT}{dp}} = -\frac{x}{y}\frac{c}{C};$$

$$\frac{C}{c} = \frac{x}{y\tan \text{HEC}} = \frac{AC}{HC} = \frac{EG}{EH},$$

$$C - c : c = GH : EH.$$

Mais nous avons trouvé $C - c = GH$; par conséquent, on a

$$c = EH, \qquad C = EG.$$

La représentation géométrique s'applique aussi pour déterminer la quantité de chaleur employée au travail intérieur lorsqu'un corps éprouve une transformation élémentaire. On a, en effet, pour le travail intérieur u,

(8) $$du = \frac{du}{dT}dT + \frac{du}{dp}dp,$$

(9) $$du = \frac{du}{dT}dT + \frac{du}{dv}dv,$$

ou

$$du = C'\,dT + h'\,dp, \tag{8^a}$$

$$du = c'\,dT + l'\,dv, \tag{9^a}$$

si C', c', h' et l' sont des fonctions analogues à C, c, h et l. Par conséquent, C' et c' signifient la chaleur spécifique interne sous pression constante et sous volume constant.

On a aussi

$$dq = du + p\,dv. \tag{10}$$

En comparant les équations (9^a) et (10) entre elles et avec l'équation (1^c), on trouve

$$c\,dT + l\,dv = c'\,dT + (l' + p)\,dv.$$

On en conclut immédiatement

$$c' = c, \tag{11}$$

$$l' = l - p. \tag{12}$$

Les équations (8^a) et (10) donnent

$$dq = C\,dT + h'\,dp + p\,dv,$$

et, après avoir remplacé dv par

$$dv = \frac{dv}{dp}\,dp + \frac{dv}{dT}\,dT,$$

on trouve

$$dq = \left(C' + p\frac{dv}{dT}\right)dT + \left(h' + p\frac{dv}{dp}\right)dp.$$

En comparant cette équation avec (1^b), on obtient

$$C - C' = p\frac{dv}{dT}, \tag{13}$$

$$h - h' = p\frac{dv}{dp}; \tag{14}$$

ou, en considérant l'équation (4),

$$C - C' = -\frac{ph}{T}. \tag{13^a}$$

La substitution de la valeur

$$\frac{dv}{dp} = \frac{h - y}{x}$$

dans l'équation [illegible] donne

$$[illegible] = [illegible].$$

Par la comparaison des deux équations [illegible] et (3), on obtient

(16) $$[illegible] = [illegible].$$

Si l'on remplace dans l'expression [illegible] dp par

$$\frac{dp}{dT}\,dT - \frac{dp}{dv}\,dv$$

et que l'on identifie la valeur de dx ainsi obtenue avec celle que donne l'équation [illegible], on trouve

(17) $$[illegible] = \frac{dp}{dT}\,[illegible].$$

(18) $$[illegible] = [illegible] = \frac{dp}{dv}\,[illegible].$$

Les deux équations [illegible] et [illegible] donnent

$$[illegible]\,dT = [illegible].$$

Si le volume v est constant, on a donc

[illegible] $$[illegible] = -\frac{dp}{dT}\,[illegible]$$

et, après division par l'équation (17),

[illegible] $$[illegible] = [illegible].$$

On déduit des équations [illegible] et [illegible]

[illegible] $$[illegible] = [illegible].$$

[illegible] et [illegible] peuvent être regardés comme les composantes d'une force dans le plan [illegible], parallèles aux axes coordonnés Ov et Op. La force est toujours normale à la ligne isodynamique. Le travail de cette force est le travail intérieur. On a

[illegible] $$[illegible] = [illegible] - [illegible],$$

[illegible] $$[illegible] = [illegible].$$

Les équations (21) et (9^a) donnent

$$(y'-b')\,dp = C'\,dT - x'\,dv$$

et, supposant p constant,

$$\frac{C'}{x'} = \frac{dv}{dT}.$$

En considérant les équations (13) et (22^a), on trouve maintenant

$$\frac{p}{x'} = \frac{C-C'}{C'}$$

et

(23) $$\frac{x'}{x} = \frac{C'}{C}.$$

Par la relation (13^a) on obtient aussi

(24) $$x' = -\frac{C'T}{h};$$

la *fig.* 2 donne la représentation géométrique pour le travail intérieur. Soient

$$EF = p, \qquad AP = x', \qquad AD = y';$$

Fig. 2.

AF représente la force dont les composantes sont x' et y'. Menons par F la droite FKJ parallèle à ELG, c'est-à-dire perpendiculaire

à la tangente AN de la courbe isothermique. On a donc

$$c' = \mathrm{FJ};$$

$$C' = \frac{C x'}{x} = \frac{\mathrm{EG.AP}}{\mathrm{AC}} = \mathrm{FK};$$

$$l' = l - p = \mathrm{AH} - \mathrm{EF} = -\mathrm{JA};$$

$$h' = \frac{C' - c'}{C - c} h = \frac{\mathrm{JK.AG}}{\mathrm{GH}} = \mathrm{AK}.$$

GÉNÉRALISATION DE LA MÉTHODE DE POGGENDORFF POUR MESURER LES DÉVIATIONS ANGULAIRES;

PAR M. N. PILTSCHIKOFF.

Quand on détermine, par la méthode optique dite de Poggendorff, une très petite déviation d'un aimant ou d'un conducteur mobile, etc., on a recours à deux moyens distincts pour augmenter la précision des observations. Dans cette méthode, on a une relation connue

$$(1) \qquad \alpha = k \frac{L}{R},$$

où α est la déviation, R la distance entre le miroir et l'échelle, L le nombre correspondant des divisions de l'échelle. Le coefficient k est égal, comme on sait, à $\frac{1}{2}$.

1° Dans la méthode des observations subjectives on fait croître la précision des lectures en augmentant la force de la lunette, dont on se sert pour observer les divisions de l'échelle.

2° Dans la méthode des images objectives on augmente la distance R entre le miroir et l'échelle sur laquelle se forme l'image de la fente lumineuse.

La puissance de ces deux moyens est pratiquement assez restreinte; il n'est pas rare qu'on manque de place pour donner à R plus de 1^m ou 2^m ou que la lunette ne possède qu'un seul oculaire donnant un grossissement insuffisant.

Or on peut, en généralisant la méthode de Poggendorff, augmenter sensiblement sa puissance.

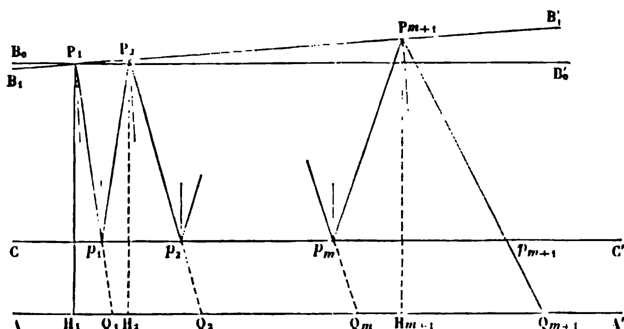
Dans l'équation (1), outre le rapport des grandeurs L et R, sur lesquelles on porte toujours son attention quand on examine la puissance de la méthode, entre encore un coefficient numérique k qui, à première vue, paraît être absolument invariable $\left(k = \frac{1}{2}\right)$ et qui, d'ailleurs, est susceptible de varier entre les limites assez larges. Si nous faisons donc $k = \frac{1}{50}$, nous obtiendrons, il est évident, une sensibilité vingt-cinq fois plus grande que celle de la méthode ordinaire.

Mais comment peut-on changer le coefficient k?

Pour cela, il faut avoir recours à la cause qui produit le coefficient $\frac{1}{2}$. En répétant son effet, nous diminuerons le coefficient k de plus en plus. Cherchons donc la loi de cette diminution.

Soient (*fig.* 1) AA′ l'échelle, $B_0B'_0$ le miroir mobile, CC′ un se-

Fig. 1.



cond miroir, immobile et parallèle à l'échelle AA′. Désignons par R la distance entre AA′ et $B_0B'_0$ et par r entre CC′ et AA′. Appelons $p_{(i)}$ et $P_{(i)}$ les points de $(i)^{\text{ème}}$ réflexion sur les miroirs CC′ et BB'_0 d'un rayon tombant de $H_{(1)}$ en $P_{(1)}$.

Quand le miroir $B_0B'_0$, qu'on suppose être d'abord parallèle à l'échelle AA′, tourne d'un angle α, le rayon $H_{(1)}P_{(1)}$ après $(2m+1)$ réflexions va rencontrer l'échelle AA′ en un point $Q_{(m+1)}$. Désignons $H_{(1)}Q_{(m+1)}$ par $L_{(m+1)}$.

Il s'agit de trouver la fonction

$$(1) \qquad z = f(R, r, L_{n-1}).$$

En suivant la notation de la figure, on trouve

$$L_{n-1} = \sum_{i=1}^{i=n} H_i H_{i-1} - H_{n-1} Q_{n-1},$$

$P_i H_i$ étant parallèle à $P_1 H_1$ et perpendiculaire à AA.

En considérant $H_i H_{i-1}$ comme projection de $P_i P_{i-1}$, on a

$$L_{n-1} = \sum_{i=1}^{i=n} P_i P_{i-1} \cos\alpha - H_{n-1} Q_{n-1}.$$

D'après la loi de construction des angles de réflexions successives, on obtient

$$P_i p_i P_{i-1} = 4i\alpha,$$

$$P_i P_{i-1} p_i = \frac{\pi}{2} - (2i-1)\alpha,$$

$$P_i p_{i-1} p_i = \frac{\pi}{2} - 2(i-1)\alpha,$$

$$P_i p_i p_{i-1} = \frac{\pi}{2} - 2i\alpha,$$

$$P_i P_{i-1} p_{i-1} = \frac{\pi}{2} - (2i-3)\alpha.$$

Les triangles $P_i p_i P_{i+1}$, ... nous donnent

$$P_i P_{i-1} = P_i p_i \frac{\sin 4i\alpha}{\cos(2i-1)\alpha},$$

$$P_i p_i = P_i p_{i-1} \frac{\cos 2(i-1)\alpha}{\cos 2i\alpha},$$

$$P_i p_{i-1} = P_{i-1} p_{i-1} \frac{\cos(2i-3)\alpha}{\cos(2i-1)\alpha};$$

d'où l'on trouve

$$P_i p_i = P_{i-1} p_{i-1} \frac{\cos 2(i-1)\alpha \cos(2i-3)\alpha}{\cos 2i\alpha \cos(2i-1)\alpha}$$

ou

$$P_i p_i = \frac{\cos\alpha \cos 2\alpha}{\cos 2i\alpha \cos(2i-1)\alpha} P_1 p_1;$$

mais

$$P_1 p_1 = \frac{R-r}{\cos 2\alpha},$$

donc

$$P_{(i)}\,p_{(i)} = (R - r)\cos\alpha\,\frac{1}{\cos 2i\alpha\cos(2i-1)\alpha}.$$

On a encore

$$P_{(m+1)}\,Q_{(m+1)} = P_{(m+1)}\,P_{(m+1)} + p_{(m+1)}\,Q_{(m+1)},$$

$$P_{(m+1)}\,p_{(m+1)} = (R - r)\,\frac{\cos\alpha}{\cos 2(m+1)\alpha\cos(2m+1)\alpha},$$

$$p_{(m+1)}\,Q_{(m+1)} = \frac{r}{\cos 2(m-1)\alpha},$$

et, par conséquent,

$$(3)\quad \left\{\begin{aligned} L_{(m+1)} &= (R - r)\cos^2\alpha\sum_{i=1}^{i=m}\frac{\sin 4i\alpha}{\cos(2i+1)\alpha\cos 2i\alpha\cos(2i-1)\alpha}\\ &\quad + (R-r)\frac{\cos\alpha}{\cos(2m+1)\alpha}\,\mathrm{tang}\,2(m+1)\alpha + r\,\mathrm{tang}\,2(m+1)\alpha. \end{aligned}\right.$$

Pour les déviations très petites, cette formule se simplifie

$$(4)\qquad L_{(m+1)} = (R - r)\,2\alpha\,m(m+1) + R\,2\alpha(m+1),$$

et, si nous faisons $r = 0$, nous aurons définitivement une relation assez simple

$$(5)\qquad \alpha = \frac{1}{2}\,\frac{1}{(m+1)^2}\,\frac{L_{(m+1)}}{R}.$$

Ainsi, le coefficient k de la formule (1) s'exprime dans la méthode proposée comme il suit

$$(6)\qquad k = \frac{1}{2}\,\frac{1}{(m+1)^2},$$

où m est le nombre de réflexions sur le miroir immobile CC'.

La formule (5) est applicable pour la méthode des images objectives aussi bien que pour la méthode des images subjectives à la condition de régler dans ce dernier cas la lunette à l'infini et de placer une lentille qui fasse tomber dans la lunette des rayons parallèles, disposition de M. Mascart.

Il me reste à remarquer qu'un fil à la wollaston, rendu incandes-

cent par le courant d'un élément galvanique, présente une source de lumière très commode et qu'avec un bon miroir supplémentaire on peut observer quelques dizaines de réflexions.

Cette méthode est surtout avantageuse pour les réductions à zéro (pont de Wheatstone, etc.).

A. BERLINER. — Ueber die katalytische Wirkung der Metalle auf Knallgas und die Occlusion des Wasserstoffs (Action catalytique des métaux sur le gaz tonnant; occlusion de l'hydrogène): *Wied. Ann.*, t. XXXV, p. 791; 1888.

L'auteur a fait quelques observations au sujet de l'action catalytique des métaux sur le gaz tonnant à diverses températures, et cherché à mettre en évidence une corrélation entre ce phénomène et l'occlusion des gaz par les mêmes corps, mais aucune conclusion nette ne ressort de ses expériences. Ch. Rivière.

A. ELSAS. — Ueber Widerstandsmessungen mit dem Differentialinductor (Mesures de résistances au moyen de l'inducteur différentiel): *Wied. Ann.*, t. XXXV, p. 828; 1888.

L'auteur a étudié les conditions dans lesquelles on peut employer le téléphone, adjoint à un inducteur différentiel, pour les mesures de résistances. Avec un appareil de dimensions convenables, les résistances de 100 à 400 unités peuvent être facilement déterminées à un millième près; celles de 10 à 100 unités également, mais à la condition qu'on adjoigne au rhéostat qui sert à équilibrer la résistance inconnue un rhéocorde placé à la bifurcation du circuit inducteur. Bien entendu, les résistances doivent être dépourvues de self-induction.

On peut appliquer la méthode aux liquides en se servant d'une cuve à trois électrodes, l'électrode moyenne étant à la bifurcation du courant; on mesure alors la différence des résistances des colonnes liquides comprises entre cette électrode moyenne et les électrodes extrêmes.

La méthode peut enfin servir à la détermination des résistances

des piles, à la condition qu'il s'agisse des piles à force électromotrice régulière et constante. Ch. Rivière.

E. KETTELER. — Experimentaluntersuchung über das Refractionsvermögen der Flüssigkeiten zwischen sehr entfernten Temperaturgrenzen (Étude expérimentale du pouvoir réfringent des liquides entre des limites de température très écartées); *Wied. Ann.*, t. XXXIII, p. 353 et 506; 1888.

Si l'on admet que les molécules pondérables participent aux vibrations de l'éther, M. Ketteler a montré que l'on est conduit à une relation de la forme

$$(n^2-1)(v-\beta)=M,$$

dans laquelle n représente l'indice, v le volume de l'unité de masse, β un covolume et M une fonction inconnue de la température. Il publie aujourd'hui des recherches expérimentales entreprises sur l'eau et sur l'alcool en vue de déterminer la forme de M.

En faisant

$$M = C(1-\alpha e^{-kt}),$$

on représente très bien l'ensemble des expériences sur l'eau avec l'un des deux systèmes de valeurs suivantes de β, α et k

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} \beta &= 0{,}20271,\\ \alpha &= 0{,}00246,\\ k &= 0{,}02290;\end{aligned}\right.$$

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned} \beta &= 0{,}1599,\\ \alpha &= 0{,}05617,\\ k &= 0{,}000937.\end{aligned}\right.$$

La constante C varie suivant la radiation étudiée.

Pour l'alcool, au-dessus de $33°,69$, on a

$$M = C[1+\alpha e^{-k(t-33°,69)}],$$

avec $\beta = 0{,}200$; $\alpha = 0{,}07448$; $k = 0{,}002215$.

Au-dessous de cette température M est constant.

La dispersion conserve la même valeur pour le liquide et pour sa vapeur. E. Bouty.

E. KETTELER. — Experimentaluntersuchung über das Refractionsvermögen der Flüssigkeiten zwischen sehr entfernten Temperaturgrenzen (Recherches expérimentales sur les pouvoirs réfringents des liquides entre des limites de température très éloignées); *Wied. Ann.*, t. XXXV, p. 662; 1888.

M. Ketteler poursuit ses recherches sur l'indice de réfraction des liquides et donne, dans le présent travail, les résultats qui concernent le *sulfure de carbone.*

Des considérations théoriques développées ailleurs le conduisent à représenter ces résultats par les formules

$$(n^2 - 1)(v - \beta) = P\left(-K\lambda^2 + \frac{\lambda^2 - Q\lambda'^2}{\lambda^2 - \lambda'^2}\right);$$

$$\lambda'^2 = \lambda_g'^2\left(1 + \frac{\theta}{v}\right).$$

Les valeurs adoptées pour les coefficients de ces formules sont les suivantes :

$$\beta = 0,17385, \qquad Q = 0,44481,$$
$$P = 0,93573, \qquad \lambda_g' = 0,03130,$$
$$K = 0,003629, \qquad \theta = 0,4317:$$

λ représente la longueur d'onde de la lumière considérée (en millièmes de millimètre), et v le volume de l'unité de poids de sulfure de carbone, tel qu'on le déduit des recherches d'Is. Pierre et de Hirn. Par exemple, de $-20°$ à $+40°$,

$$v = 0,773138 + 0,00088122\,t + 0,0000010597\,t^2 + 0,000000001479\,t^3.$$

CH. RIVIÈRE.

L. GRUNMACH. — Untersuchungen über die Aenderungen des galvanischen Leitungswiderstandes verschiedener Körper bei Aenderung ihres Aggregatzustandes (Recherches sur les changements de conductibilité électrique de divers corps résultant de changements de l'état d'agrégation); *Wied. Ann.*, t. XXXV, p. 764; 1888.

L'auteur d'une série de recherches qu'il a entreprises sur la résistance électrique des métaux ne communique dans cet article que les résultats qu'il a obtenus avec le *mercure,* mais il se trouve déjà en désaccord avec les expérimentateurs qui l'ont précédé sur ce sujet.

Il a étudié la variation de la résistance avec la température entre $-90°$ et $+20°$. De $-30°$ à $+20°$, il trouve à peu près le même coefficient de variation que ses devanciers, c'est-à-dire environ

$$0,0009.$$

Mais au-dessous de $40°$ et pour l'état solide, au lieu du coefficient 0,00407 de MM. Cailletet et Bouty, ou 0,00433 de M. C.-E. Weber, il trouve un coefficient variant

de 0,00037 pour l'intervalle de $-90°$ à $-80°$
à 0,0226 » » de $-50°$ à $-40°$.

Enfin, comme rapport des résistances à l'état liquide et à l'état solide, au lieu de 4 environ, comme MM. Cailletet et Bouty et aussi comme M. C.-E. Weber, il trouve seulement 1,5.

La mesure des températures ne semble pas présenter de très grandes garanties de précision, mais cette circonstance ne paraît pas suffire à expliquer un tel écart entre les nombres des divers observateurs ([1]). CH. RIVIÈRE.

C.-L. WEBER. — Drei neue Methoden zur Bestimmung der magnetischen Inclination (Trois nouvelles méthodes pour la mesure de l'inclinaison magnétique); *Wied. Ann.*, t. XXXV, p. 810; 1888.

Un cadre circulaire, recouvert d'un fil de cuivre isolé, est fixé à un fléau de balance de telle sorte qu'un de ses diamètres coïncide avec l'arête du couteau central et que son axe, mobile dans un plan vertical autour de ce diamètre, puisse être orienté de diverses manières par rapport à la direction du fléau.

Si l'on fait passer un courant dans le fil, le cadre, sollicité par le magnétisme terrestre, se trouve soumis à l'action d'un couple dont on détermine la composante par rapport à l'arête du couteau central en cherchant la différence des poids qu'on doit placer à

([1]) Il est vraisemblable que le tube en spirale employé par M. Grunmach était trop étroit : des fissures imperceptibles se sont sans doute produites dans la masse au moment de la solidification, ce qui explique l'irrégularité des résultats, et le faible accroissement de conductibilité observé par la solidification.

(*Note de la Rédaction.*)

l'une des extrémités du fléau pour rétablir l'équilibre avant et après l'interversion du courant.

Ceci posé, les trois méthodes annoncées sont les suivantes :

1° Placer l'axe du cadre dans la direction du fléau et celui-ci perpendiculairement au méridien magnétique; faire passer un même courant dans cet instrument et dans un galvanomètre bifilaire. L'inclinaison magnétique I est donnée par la formule

$$\tang I = \frac{1}{2}\,\frac{s'}{s}\,\frac{pl}{k \tang \alpha},$$

dans laquelle p représente le résultat de la double pesée et l la longueur du bras correspondant du fléau, α l'angle de torsion mesuré au bifilaire et k la constante de cet instrument, s et s' les aires des deux circuits.

2° Mettre le cadre soit horizontal, soit vertical, son plan d'oscillation étant toujours perpendiculaire au méridien magnétique; faire agir sur le cadre ainsi disposé et traversé par un courant un barreau aimanté, orienté de l'est à l'ouest et placé au-dessus, au dessous, à l'est ou à l'ouest de l'instrument, et déduire des déviations observées (ici, on ne fait plus de pesée), le quotient du moment magnétique du barreau par la composante verticale de la force terrestre; déterminer par la méthode de Gauss le quotient de ce même moment magnétique par la composante horizontale. Ce rapport des deux résultats donne tang I.

3° Mettre le cadre à 45° environ de l'horizon, le fléau étant d'abord dirigé perpendiculairement au méridien magnétique; faire équilibre par des poids P_1 au moment de l'action terrestre sur le cadre parcouru par un courant; faire tourner tout l'appareil de 90° autour de son axe vertical et faire une pesée analogue P_2; on a

$$\cot I = \left(1 - \frac{P_1}{P_2}\right)\cot \alpha,$$

α désignant l'angle du cadre avec l'horizon.

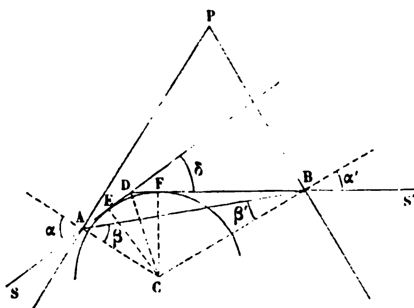
La troisième méthode offre cet avantage que l'instrument se suffit à lui-même; l'auteur en a fait l'essai et elle lui a donné d'assez bons résultats.

CH. RIVIÈRE.

W. HESS. — Ueber einige einfache Gesetze welchen der durch ein Prisma gehende Lichtstrahl gehörcht und über das Minimum Ablenkung (Quelques lois simples auxquelles est soumis un rayon réfracté par un prisme; minimum de déviation); *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 264; 1889.

LEMME. — *Les rayons* AS, BS′ *sont également distants du point d'intersection* C *des normales* AC, BC.

Fig. 1.



En effet,

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\alpha'}{\sin\beta'},$$

d'où

$$\sin\alpha\sin\beta' = \sin\beta\sin\alpha'.$$

Abaissons CE et CF perpendiculaires sur SA, S′B′.

$$CE = CA\sin\alpha', \qquad CF = CB\sin\alpha';$$

dans le triangle CAB

$$\frac{CA}{\sin\beta'} = \frac{CB}{\sin\beta},$$

donc

$$\frac{CE}{CF} = \frac{\sin\alpha'\sin\beta'}{\sin\beta\sin\alpha'} = 1.$$

On obtient donc le rayon émergent en menant du point B une tangente au cercle décrit de C comme centre et tangent à AS. Le rayon sort ou est réfléchi totalement, suivant que la construction est possible ou non.

Il en résulte que CD est bissectrice du supplément de δ. Si l'on joint PC, le point D se trouve du côté de cette ligne où α est plus grand que α'.

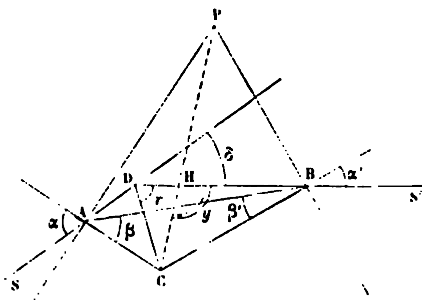
En effet,

$$x = 90° - \frac{\delta}{2} = 90° + \frac{\beta + \beta'}{2} - \frac{\alpha + \alpha'}{2}, \qquad y = 180° - HCB - HBC.$$

Le quadrilatère inscriptible PACB donne

$$PCB = PAB = 90° - \beta, \quad y = 90° + \beta - \alpha'.$$

Fig. 2.



D'après la construction,

$$y > x,$$

$$90° + \beta - \alpha' > 90° + \frac{\beta + \beta'}{2} - \frac{\alpha + \alpha'}{2}$$

ou

$$\alpha + \beta > \alpha' + \beta';$$

il faut donc que α soit plus grand que α'. Puisque δ est minimum, x est maximum ; cette condition est réalisée lorsque $x = y$ ou $\alpha + \beta = \alpha' + \beta'$, c'est-à-dire $\alpha = \alpha'$; le minimum de déviation correspond au cas où AB est perpendiculaire à la bissectrice de P.

C. Daguenet.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXVII ; juin 1889.

H.-A. Rowland et C.-T. Hutchinson. — *Sur l'effet électromagnétique des courants de convection*, p. 445.

Lord Rayleigh. — *Sur le caractère d'une radiation complète à une température donnée*, p. 460.

O. Lodge. — *Champ électrostatique produit par une induction magnétique variable*, p. 469.

H.-A. Rowland. — *Table de longueurs d'onde étalons*, p. 479.

Lord Rayleigh. — *Sur la visibilité de bandes d'interférences faibles*, p. 484.

E. Mascart. — *Sur l'achromatisme des interférences*, p. 519.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LA COHÉSION DES LIQUIDES;

PAR M. THÉODORE SCHWEDOFF.

I. — RIGIDITÉ DES LIQUIDES.

1. *État actuel de la question.* — Lorsqu'on modifie la forme d'un corps physique, sans en diminuer le volume, on éprouve deux genres distincts de réaction : frottement et ressort. Le premier, qui détermine la *viscosité*, ne se manifeste que pendant la déformation, dépend de la vitesse de celle-ci et n'est pas capable de ramener le corps à sa figure primitive. Le second dépend de la *rigidité* et se fait sentir alors même que la déformation reste stationnaire. Si la déformation ne dépasse pas une certaine limite, la réaction rigide est capable de ramener la figure du corps à son état initial. L'ensemble de ces deux modes de réaction constitue la cohésion d'un corps.

On connaît bien les méthodes expérimentales qui permettent de mesurer la cohésion des corps solides. Quant aux liquides, on n'en a pu mesurer que la viscosité, et, pour cette raison, leur rigidité est réputée nulle. Pourtant, la généralité des propriétés de la matière avait depuis longtemps inspiré aux physiciens l'idée que les fluides aussi, malgré l'extrême mobilité de leurs particules, doivent recéler des vestiges de la rigidité. Maxwell ([1]) conçut l'idée de relier la rigidité des liquides à leur viscosité par l'hypothèse suivante. La rigidité E d'un liquide serait liée au temps t, écoulé depuis le moment de sa déformation, par la relation

$$E = E_0 e^{-\frac{t}{\tau}},$$

où E_0 est la rigidité du liquide au premier instant de déformation, e la base des logarithmes népériens, τ le *module de relaxation*, c'est-à-dire la période au bout de laquelle E tombe à $\left(\frac{1}{e}\right)^{\text{ième}}$ de sa valeur initiale. Cette hypothèse conduit à la loi

$$\eta = E_0 \tau,$$

où η est le coefficient de frottement du liquide.

([1]) *Phil. Mag.*, t. XXXV; 1868.

D'après cette loi, il doit y avoir une certaine relation entre la rigidité et la viscosité des liquides. Or on sait que les corps transparents rigides, tels que le verre, par exemple, déformés par un effort, acquièrent les propriétés polarisantes d'un spath, et il était tout naturel de chercher les traces des mêmes propriétés dans les liquides visqueux. En effet, plusieurs physiciens ont remarqué que certains liquides, comme le verre fondu, le baume de Canada, le collodion, déformés rapidement, rétablissent le rayon polarisé par un nicol et mis à l'extinction par l'analyseur.

M. Kundt ([1]) et, après lui, M. de Metz ([2]) ont soumis la question à une étude détaillée, basée sur la méthode expérimentale indiquée par Maxwell ([3]). Mais, quand on confronte les résultats de leurs recherches soignées, on reste toujours en présence de ce fait, observé d'abord par Maxwell, que la propriété de polariser la lumière ne paraît pas dépendre de la viscosité des liquides; tandis que certains liquides, très mobiles, comme les solutions très étendues de gélatine ou le baume de Canada, déformées rapidement, agissent sur la lumière polarisée, d'autres liquides, incomparablement plus visqueux, n'offrent pas de trace perceptible de cette propriété. Tels sont, par exemple, le sirop de sucre, la glycérine, dont le coefficient de frottement peut être 400 fois plus considérable que celui de la gélatine liquide. Ce fait est en contradiction évidente avec la loi hypothétique de Maxwell et nous prouve qu'on ne peut pas chercher dans la viscosité des liquides l'indice suffisant de leur rigidité.

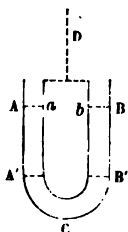
2. *Méthode directe pour mesurer la rigidité des liquides.* — Puisque les liquides, en vertu de la mobilité de leurs masses, sont assujettis à rester dans un vase, n'ayant de libre que leur surface supérieure, c'est en cet état qu'on doit se résigner à les étudier. Cela ne doit pourtant pas nous empêcher de démasquer leur rigidité, si tant est qu'ils soient rigides.

Imaginons-nous un vase AB (*fig.* 1), cylindrique, ouvert en haut, et un autre vase *ab* concentrique au premier et suspendu à un fil

([1]) Kundt, *Ann. de Wied.*, t. XIII; 1881.
([2]) De Metz, *Ann. de Wied.*, t. XXXV; 1888.
([3]) Maxwell, *Ann. de Pogg.*, t. I, 1874.

de torsion D. Admettons que l'espace annulaire entre les parois des deux vases est rempli du liquide à étudier. Imprimons au fil une torsion δ. Le tube liquide, entraîné par la rotation du cylindre intérieur et arrêté par les parois immobiles du vase extérieur, éprouvera une déformation, dirigée dans le sens de la torsion α. Si le liquide n'est que très visqueux, sa déformation durera tant que

Fig. 1.

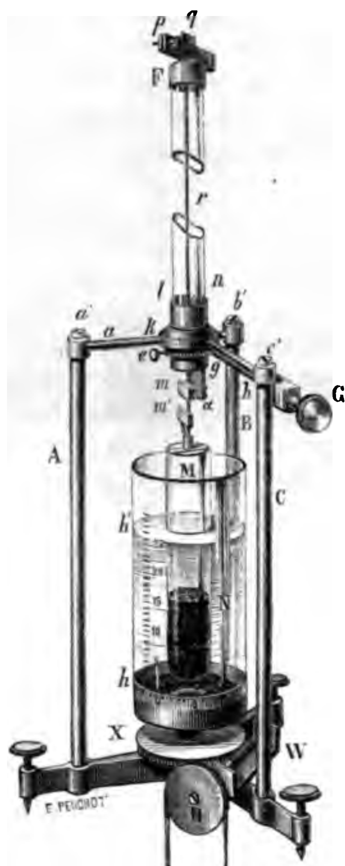


l'angle δ n'arrivera pas à zéro. D'ailleurs, on peut arrêter le mouvement du liquide à tout moment, en détordant complètement le fil. Mais, si le liquide est rigide, il s'établira au bout d'un certain temps un état d'équilibre entre l'élasticité du fil tordu et la réaction du liquide déformé, et cette fois, si l'on détord le fil complètement, ce sera le liquide qui tendra à revenir à sa position primitive, en entraînant après lui le fil et en lui imprimant une torsion contraire à celle que le fil avait auparavant. Il va sans dire que les mêmes résultats doivent avoir lieu, si l'on imprime un déplacement angulaire au vase extérieur, tout en laissant en repos le bout supérieur du fil D.

3. *Appareil de mesure.* — Un trépied (*fig.* 2), muni de vis calantes, supporte trois montants A, B, C, reliés en haut à un anneau *k* par des tiges *a*, *b*, *c*. Cet anneau porte intérieurement un tube *lg* qui peut tourner sur lui-même au moyen d'une roue dentée *g*, qui engrène avec une vis sans fin *h*. Une vis de pression *e* réunit cette roue au tube *l*; en la desserrant, on peut tourner le tube à la main, quand il s'agit d'un mouvement considérable. Le tube de verre *n*, mastiqué dans *l*, est surmonté d'une pince *p* qui serre une plaque *q*. C'est dans cette plaque qu'est encastré le bout supérieur du fil de torsion *r*. Le bout inférieur du même fil est

enchâssé dans un fil de laiton, lequel est serré dans un manchon au moyen d'une vis de pression : de cette manière, on a toujours la même longueur du fil de suspension et, par conséquent, la même disposition de l'appareil. Le bord supérieur du vase M est entouré

Fig. 2.



d'un anneau métallique, et c'est à cet anneau qu'est fixé le manchon qui termine le fil. Le vase extérieur N est monté sur un axe vertical fixé au centre du trépied. Un support W vissé au même trépied porte une vis sans fin, munie d'un large bouton H. Cette vis s'engrène avec une roue dentée X, qui est fixée à l'axe de

l'appareil et peut entraîner le vase extérieur dans sa rotation. On peut éloigner la vis de la roue en écartant le support W de l'axe de l'appareil.

L'exactitude des résultats qu'on peut obtenir avec cet appareil dépend essentiellement de la précision dans la mesure des angles de torsion. On doit s'attendre à ce que la rigidité des liquides soit excessivement petite et que les angles de torsion du fil et du liquide doivent aussi être très petits. Dans ce cas, on pourrait attribuer à la rigidité du liquide ce qui ne serait qu'une erreur de mesure. Pour prévenir cette confusion, je me suis servi, pour mesurer les deux torsions, d'une disposition que la *fig.* 3 représente à part:

Fig. 3.



f est un anneau fendu dans toute sa hauteur; *ab* une plaque de laiton fixée à l'anneau; *m* un miroir porté par trois vis de rappel, dont deux sont visibles sur la figure. Ces vis sont entourées de ressorts antagonistes; *m'* est un autre miroir fixé à un anneau β. On applique l'anneau *f* sur le tube *g* de l'appareil (*fig.* 2). De même, on applique l'anneau β sur le manchon qui termine le fil de suspension. De cette manière, le miroir *m* devient relié invariablement au tube *l*F (*fig.* 2) et, par conséquent, la position de ce miroir représente la position du bout supérieur du fil *r*. Pareil-

lement, le miroir m' devient solidaire du cylindre intérieur M, ainsi que du bout inférieur du fil de suspension, et en reproduit tous les déplacements angulaires. Les angles de déviation des deux miroirs sont mesurés au moyen d'une échelle et d'une lunette à réticule. L'échelle est divisée en millimètres et forme un arc de cercle, dont le centre coïncide avec le fil de suspension et dont le rayon mesure 500^{mm}. Avec cette disposition de l'échelle, la déviation du rayon, lue dans la lunette, représente en unités absolues la déviation du miroir qui réfléchit le rayon. J'entends par unité absolue l'angle dont l'arc est égal à son rayon. Le zéro de l'échelle se trouve à son milieu. Une petite correction est encore à apporter dans la lecture des angles, à cause de l'excentricité des miroirs dont les surfaces réfléchissantes ne coïncident pas avec le fil D.

4. *Procédés d'expérimentation et de mesure.* — Le diamètre du vase extérieur était déterminé par le jaugeage; celui du vase intérieur était mesuré au moyen d'un comparateur. Les vases en verre n'étant jamais rigoureusement cylindriques, il a fallu prendre plusieurs séries de mesures pour en déterminer le diamètre moyen. Le point essentiel de la méthode est une détermination précise du coefficient d'élasticité du fil de torsion, car c'est cette force qui est destinée à mesurer la réaction du liquide. De là une étude spéciale que j'ai faite sur ce sujet. Il s'agissait d'établir les limites dans lesquelles un fil ne donne pas de torsion résiduelle et suit la loi de proportionnalité entre la force et l'angle de torsion; car cette proportionnalité est nécessaire pour que le coefficient d'élasticité de torsion reste constant. Pour déterminer ce coefficient, je me suis servi de la méthode d'un disque suspendu et oscillant dans son plan.

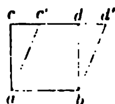
Pour étudier la rigidité d'un liquide, on procède de la manière suivante. On remplit le vase extérieur du liquide jusqu'à une certaine hauteur et l'on y plonge le vase intérieur, que l'on avait pris soin de charger préalablement de grenaille. Le poids dans le liquide du cylindre chargé doit être à peu près égal au poids du disque qui servait à déterminer l'élasticité du fil de torsion. On suspend le vase intérieur au fil. On installe la lunette de manière que le fil de torsion passe par le centre de l'échelle. On remet les miroirs m et m' à leurs places respectives. En faisant tourner ces

miroirs autour de leur axe commun, on arrive à ce que les deux images du zéro de l'échelle, renvoyées par les deux miroirs, coïncident avec le fil du réticule. On voit alors dans la lunette deux images de l'échelle, dont la supérieure est renvoyée par le miroir inférieur réuni au cylindre M. Le déplacement dans la lunette de cette image de l'échelle donne l'angle de rotation du cylindre intérieur, et par conséquent l'angle ω de torsion du liquide. L'image inférieure de l'échelle est celle qui est formée par le miroir supérieur, réuni au bout supérieur du fil de suspension, par l'intermédiaire du tube F*n* (*fig.* 2). Le déplacement de cette image par rapport au réticule donne la rotation du bout supérieur du fil de suspension. Nous désignerons cet angle par d. Enfin la différence $d - \omega$, que nous désignerons par δ, n'est autre chose que l'angle de torsion du fil. On voit de là que le procédé d'investigation d'un liquide par rapport à sa rigidité devient bien simple. Après avoir ramené les deux images de l'échelle au zéro, ce qui suppose un état d'équilibre parfait, et après s'être assuré que l'équilibre persiste plusieurs heures de suite, on imprime au fil une torsion en agissant sur le bouton G de la vis *gh* (*fig.* 2), et on laisse reposer le liquide un certain temps. Si le liquide est privé de rigidité, les deux images de l'échelle arrivent à une même déviation, le réticule passe par les mêmes traits des deux échelles. On a alors $d = \omega$ et $\delta = 0$. Quand le liquide est très visqueux et que le fil est très fin, le mouvement de l'échelle supérieure devient à la fin excessivement lent, au point de devenir imperceptible. Mais il y a moyen de s'assurer que c'est le frottement seul qui réagit contre la torsion du fil : c'est de ramener l'échelle inférieure à la coïncidence avec l'autre en agissant sur la vis *g* dans le sens contraire. On voit alors que les deux échelles ne bougent plus et restent en repos des heures et même des jours entiers. Par contre, si le liquide est rigide, la marche de l'expérience change de tout point. Quand on agit sur la vis *g*, l'échelle supérieure suit rapidement le mouvement de l'échelle inférieure pour s'arrêter à une certaine déviation ω. C'est qu'à ce moment la réaction élastique du liquide est égale à celle du fil. A partir de ce moment, le liquide ne se déforme plus, si l'on n'a pas dépassé la limite de son élasticité ; ou bien, si l'on avait dépassé cette limite, le liquide continue de se déformer *résiduellement*, et l'échelle supérieure se

déplace très lentement. Mais, si l'on ramène les deux échelles à la coïncidence, en tournant le bouton G, on voit que cette fois l'échelle supérieure, au lieu de rester immobile, précède l'échelle inférieure dans son mouvement rétrograde, ce qui prouve que l'élasticité du liquide l'emporte sur la force de torsion du fil. Le liquide agit comme un ressort relâché. Notons bien que tous ces détails ne sont perceptibles que si l'élasticité du fil est conforme à la cohésion du liquide. Si le fil est trop fort, il entraîne le liquide dans sa torsion et le *déchire*. Au contraire, si le fil est trop faible, le liquide ne lui obéit plus et reste en repos apparent.

5. *Théorie de la méthode.* — Imaginons-nous un cube *abcd* (*fig.* 4) formé d'une matière isotrope et supposons que la face

Fig. 4.



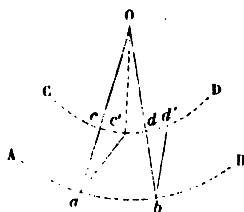
supérieure *cd* est soumise à l'action d'un effort tangentiel T, tandis que la face *ab* reste immobile. Le cube doit prendre la forme d'un rhomboèdre *abc'd'*. Ce genre de déformation s'appelle *cisaillement* et le rapport $\frac{cc'}{ca}$ est la mesure de l'effet de cisaillement. Dans les limites de l'élasticité parfaite, l'effet de cisaillement est proportionnel à la force T, rapportée à l'unité de surface. La force E capable de produire l'unité de l'effet de cisaillement par unité de surface est la mesure de la rigidité du corps. Par suite de cette définition, on a, pour un effet quelconque *s* de cisaillement,

$$T = Es. \tag{1}$$

Divisons la capacité entre les deux vases (*fig.* 1) par un plan horizontal A'B' en deux parties, dont l'inférieure, que j'appellerai *fond*, est limitée par les parois des deux fonds. Pour le moment, je me bornerai au problème de l'équilibre entre la force d'élasticité du fil et la réaction rigide de la partie cylindrique du liquide, qui est contenue d'une part entre les plans AB, A'B', et de l'autre entre les parois cylindriques de deux vases.

Décomposons cette partie du liquide en couches concentriques cylindriques, de hauteur $AA' = h$, de rayon r et d'épaisseur dr. La couche voisine du vase extérieur reste en repos ; la couche qui adhère aux parois du vase intérieur éprouve une rotation ω autour de son axe. En vertu de ces conditions, toutes les couches intermédiaires éprouvent une certaine déformation qu'il s'agit de déterminer. Soient (*fig.* 5) AB et CD les sections de deux surfaces

Fig. 5.



cylindriques par un plan horizontal; O la projection de l'axe sur le même plan ; Oa, Ob les sections de deux plans passant par cet axe. L'élément du liquide $abcd$, que nous supposons infiniment petit, éprouve un cisaillement et devient $abc'd'$. Le rapport $\frac{cc'}{ca} = s$ est la mesure de cette déformation. Si T est la force tangentielle qui agit sur l'unité de surface CD et E la rigidité du corps, on a

$$(1_a) \qquad s = \frac{T}{E}.$$

Par le point c' et par l'axe O menons un plan Oc'. Soient $d\omega$ l'angle cOc', r le rayon Oc, dr la distance ac. On a

$$(1_b) \qquad cc' = r\,d\omega, \qquad s = \frac{r\,d\omega}{dr}, \qquad \frac{r\,d\omega}{dr} = \frac{T}{E}, \qquad T = Er\frac{d\omega}{dr}.$$

Le moment de toutes les forces appliquées à la surface CD est $T\,2\pi rhr$. Dans l'état d'équilibre ce moment doit être égal au moment de torsion du fil. En désignant par δ l'angle et par k le coefficient de l'élasticité de torsion, nous avons la condition d'équilibre

$$T\,2\pi rhr = k\delta.$$

En substituant T de l'équation (1 *b*), on a

$$(1c) \qquad d\omega = \frac{k\delta}{2\pi E h} \frac{dr}{r^3}.$$

En désignant par r_0 et r_1 les rayons des deux vases et en remarquant que le déplacement angulaire du vase intérieur est la somme des déplacements de toutes les couches concentriques, on a

$$(1d) \qquad \omega = \int_{r_0}^{r_1} d\omega = \frac{k\delta}{4\pi E h}\left(\frac{1}{r_0^2} - \frac{1}{r_1^2}\right).$$

Remarquons que ω est aussi l'angle de déviation du miroir inférieur qui réfléchit l'image supérieure de l'échelle. Nous appellerons cet angle *torsion du liquide*, tandis que δ est *la torsion du fil*. La dernière équation nous donne

$$(2) \qquad E = \frac{k}{4\pi h}\left(\frac{1}{r_0^2} - \frac{1}{r_1^2}\right)\frac{\delta}{\omega}.$$

Cette équation nous aurait permis de déterminer la rigidité E du liquide, si la torsion du fil δ n'était influencée que par la partie cylindrique des deux vases. Mais il y a, en outre, l'*effet du fond* qui reste inconnu. Tâchons de l'éliminer.

Pour abréger, nous écrirons

$$(2a) \qquad E = q\frac{k\delta}{h\omega}, \quad \text{où} \quad q = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{r_0^2} - \frac{1}{r_1^2}\right).$$

On en tire

$$(2b) \qquad k\delta = \frac{E}{q} h\omega.$$

Supposons que nous n'ayons versé du liquide que jusqu'à la hauteur A'B' (*fig.* 1), laquelle serait prise pour zéro de la hauteur h. En imprimant au fil une certaine torsion δ_0, nous aurons une rotation ω_1 du vase. Ajoutons du liquide jusqu'à la hauteur h. Cette fois une torsion δ_1 du fil est nécessaire pour déterminer la même déviation ω_1 du vase intérieur. Le moment produit par la réaction du liquide étant égal à la somme des moments produits par le fond et par la partie cylindrique du fil, on a

$$(2c) \qquad k\delta_1 = k\delta_0 + k\delta.$$

où δ est la torsion du fil engendrée par la partie cylindrique seule et déterminée par l'équation (2_b). D'un autre côté, on peut s'imaginer une couche liquide limitée par deux surfaces cylindriques de rayons r_0 et r_1, et d'une hauteur inconnue x, choisie de telle manière que cette couche, étant tordue de l'angle ω_1, puisse imprimer au fil la torsion δ_0.

En vertu de l'équation (2_b), nous aurons, pour cette couche imaginaire,

$$k\delta_0 = \frac{E}{q} x\omega_1. \tag{2_d}$$

En substituant (2_d) et (2_b) dans (2_c), on a

$$k\delta_1 = \frac{E}{q} \omega_1(h + x). \tag{2_e}$$

Pour déterminer la hauteur x, on tire des équations (2_c) et (2_b)

$$k\delta_1 - k\delta_0 = k\delta = \frac{E}{q} h\omega_1. \tag{2_f}$$

Les équations (2_e) et (2_f) nous donnent définitivement

$$\left\{\begin{aligned} x &= \frac{\delta_0}{\delta_1 - \delta_0} h, \\ E &= q \frac{k}{k + x} \frac{\delta_1}{\omega_1}, \\ q &= \frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{r_0^2} - \frac{1}{r_1^2}\right). \end{aligned}\right. \tag{3}$$

Ces équations nous offrent toutes les données nécessaires pour déterminer la rigidité E du liquide.

Remarquons que x ne dépend que de la position du plan A'B' dans la partie cylindrique des vases.

Donc ce doit être une constante. J'indiquerai ailleurs le moyen de déterminer la valeur numérique de x. Pour le moment, je me bornerai à dire que, pour le zéro de l'échelle tracée sur le vase de mon appareil (*fig.* 2), $x = 5^{cm},4$.

Cela veut dire que l'on aurait dû prolonger de $5^{cm},4$ la surface cylindrique des deux vases pour remplacer l'effet du fond sur la torsion du fil suspendu.

Légendes des formules (3).

k, coefficient de l'élasticité de torsion du fil ;
δ_0, angle de torsion du fil pour $h = 0$;
h, hauteur du liquide au-dessus de $h = 0$;
δ_1, angle de torsion du fil pour h quelconque ;
r_0, rayon extérieur du cylindre suspendu ;
r_1, rayon intérieur du cylindre fixe ;
ω_1, angle de torsion du liquide ;
E, rigidité du liquide ;
x et q, deux constantes déterminées par les équations (3).

6. *Expériences sur la rigidité de la solution de gélatine.* — 5gr de gélatine sèche sont dissous dans 1lit d'eau distillée. La solution est filtrée à chaud et dans cet état versée dans l'appareil jusqu'à la hauteur $h = 16^{cm}$ au-dessus du zéro de l'échelle gravée sur le vase extérieur. La surface libre du liquide a été recouverte d'une couche d'huile d'amande de 2^{mm} à peu près d'épaisseur, pour préserver le liquide de l'évaporation.

Sans cette précaution, il se forme sur la surface du liquide une couche de gélatine plus condensée que le reste du liquide, ce qui modifie sensiblement les résultats. On laisse l'appareil vingt-quatre heures en repos. Un couvercle préserve la solution contre la poussière. Pendant ce temps la masse se prend et forme un liquide en apparence plus mobile que l'acide sulfurique.

Dans les mesures qui suivent, t est le temps d'observation, en minutes, compté à partir du moment de déformation du liquide,

$$\omega = 1000\,\omega_1,$$
$$\delta = 1000\,\delta_1.$$

On imprime au liquide une torsion $\omega = 7$, ce qui fait tordre le fil de $\delta = 81$. Aussitôt ω tend à augmenter; mais on prend soin de détordre le fil, *afin d'entretenir* ω *sans variation*. On observe, de temps en temps, la torsion du fil et le temps t. On a :

$\omega = 7$	
t.	δ.
0,0	81
7,1	63
14,6	52
22	46
28	43
36,5	40
48	37
90	37

On voit que la rigidité du liquide, qui fait équilibre à l'élasticité du fil, diminue avec le temps. C'est, selon Maxwell, le phénomène de *relaxation* du liquide.

Pourtant cette diminution ne va pas jusqu'au zéro, mais s'arrête, au bout de 48′, à une certaine valeur. Ce n'est donc qu'une partie de sa rigidité que le liquide avait perdue dans la durée de l'expérience, partie qui est déterminée par le rapport $\frac{37}{81}$. Mais cette relaxation n'est qu'apparente. Immédiatement après cette série d'observations, je détords le fil complètement : $\delta = 0$. Le liquide ne revient plus à sa position primitive, quoiqu'il ne soit plus sollicité par le fil. Le liquide s'arrête à $\omega = 3,8$; c'est sa déformation résiduelle. En la retranchant de la déformation initiale, on a

$$\omega = 7 - 3,8 = 3,2.$$

Donc, vers la fin de l'expérience, la réaction du liquide ne provenait que de la déformation égale à 3,2, que nous appellerons *déformation active*. On a

$$37 : 3,2 = 81 : 7,$$

ce qui prouve que le coefficient de rigidité du liquide, au bout de 90′ de déformation, est resté le même qu'il était au premier moment.

On imprime au liquide une nouvelle torsion $\omega = 14$, comptée à partir de sa nouvelle position d'équilibre. La torsion du fil devient $\delta = 58$ seulement. Il paraît d'abord que la rigidité du liquide a encore baissé. Pourtant, en détordant le fil jusqu'à $\delta = 0$, on voit que le liquide rebrousse chemin, pour s'arrêter à $\omega = 9$.

C'est sa nouvelle position d'équilibre. Cette fois la déformation

résiduelle est 9 et la déformation active $14 - 9 = 5$. On a de nouveau

$$58 : 5 = 81 : 7.$$

En partant de cette nouvelle position du liquide, on lui imprime une très faible déformation $\omega = 3$.

La torsion du fil est alors $\delta = 35$. On détord le fil complètement, et cette fois il n'y a plus de déformation résiduelle appréciable. On a toujours

$$35 : 3 = 81 : 7.$$

Il en résulte que la rigidité réelle de ce liquide reste constante.

Pour déterminer cette rigidité en unités absolues, on a les données suivantes :

$$r_0 = 2^{cm},851, \quad r_1 = 4^{cm},108; \quad h = 16^{cm}, \quad x = 5^{cm},4.$$

$$k = 195,4 \text{ dynes}. \quad \frac{\delta}{\omega} = \frac{81}{7}.$$

En substituant ces nombres dans les équations (3), on a

$$E = 0,535 \text{ C.G.S.}$$

Cette expérience nous révèle les propriétés suivantes de la solution contenant $\frac{1}{2}$ pour 100 de gélatine :

1° La rigidité du liquide est 1 trillion 840 billions de fois moins considérable que celle de l'acier.

2° Cette rigidité est constante et n'éprouve pas de modification par suite de déformations, dans les limites de l'expérience.

3° La relaxation du liquide est un phénomène apparent, qui provient d'une modification dans la position d'équilibre du liquide.

4° La déformation observée ou *effective* du liquide se décompose en deux parties. La première, dite *résiduelle*, est passive en ce sens que, une fois formée, elle ne se fait pas sentir comme facteur de réaction. La deuxième agit seule contre les forces extérieures, et, pour cette raison, on peut l'appeler *active*.

5° L'effort nécessaire pour entretenir une déformation est proportionnel à la valeur active de la déformation.

6° La déformation résiduelle n'apparaît pas si la déformation effective n'a pas dépassé une certaine *limite*. Au delà de cette

limite, la déformation résiduelle dépend de la déformation effective et de sa durée.

7° La déformation résiduelle est nulle au premier instant de déformation effective.

8° Il faut distinguer entre la rigidité *vraie* et la rigidité *apparente*. La première est le ressort par unité de déformation active. La deuxième est le ressort par unité de déformation effective. L'idée de *relaxation* ne s'applique qu'à cette dernière rigidité, l'autre restant sans variations, dans certaines limites de cisaillement.

7. *Lois de relaxation.* — Ramenons l'analyse au cas le plus simple, à la déformation d'un cube par cisaillement.

Soient

λ la déformation limite, c'est-à-dire celle que le cube peut supporter sans éprouver de déformation résiduelle;

ε la déformation effective, c'est-à-dire celle que l'on a imprimée au cube : on suppose $\varepsilon > \lambda$;

t la durée de ε;

ρ déformation résiduelle qui s'est produite pendant le temps t;

α la différence $\varepsilon - \rho$ qui reste au bout du temps t ou bien la déformation active;

u la vitesse avec laquelle augmente ρ, la déformation ε étant constante.

Remarquons que ρ ne prend naissance que si l'on a $\alpha > \lambda$ et que la vitesse u croît avec la différence $\alpha - \lambda$. Il est naturel d'admettre que u est proportionnel à cette différence. Ce sera une hypothèse qu'on devra vérifier plus tard. En désignant par β la valeur que prend u quand la différence $\alpha - \lambda$ est égale à l'unité, on a

$$u = \frac{d\rho}{dt} = \beta(\alpha - \lambda). \tag{4a}$$

En vertu de la proposition 4° du Chapitre précédent, on a

$$\varepsilon = \rho + \alpha;$$

par conséquent,

$$\frac{d\rho}{dt} = \beta(\varepsilon - \rho - \lambda).$$

Remarquons que λ est une constante qui dépend de la nature du liquide, ε est constante d'après les conditions de l'expérience, β est constante par hypothèse. En intégrant la dernière équation, on a

$$-\beta t - c = \log(\varphi + \lambda - \varepsilon),$$

où c est la constante d'intégration.

D'après la proposition 7°, on a $\varphi = 0$ pour $t = 0$; par conséquent, on a

$$c = \log(\lambda - \varepsilon),$$

$$-\beta t = \log\left(\frac{\varphi}{\lambda - \varepsilon} + 1\right),$$

(5) $$\varphi = (\varepsilon - \lambda)(1 - e^{-\beta t}),$$

où e est la base des logarithmes népériens.

C'est la loi de la déformation résiduelle. Remarquons que $\varepsilon - \lambda$ est toujours positive, puisque la question sur la déformation résiduelle perd sa raison d'être pour $\varepsilon < \lambda$.

Cette formule représente fidèlement la marche générale de φ. La déformation résiduelle est nulle pour $t = 0$. Elle augmente avec les quantités ε, β, t. Enfin, pour $t = \infty$, elle devient $\varepsilon - \lambda$, d'où l'on tire

$$\lambda = \varepsilon - \varphi_\infty.$$

Désignons par F le ressort du liquide, c'est-à-dire l'effort nécessaire pour entretenir au temps t la déformation ε. Soit E la rigidité *vraie* du liquide, c'est-à-dire le rapport $\frac{F}{\alpha}$, où α est la déformation active au temps t.

Par suite de cette définition, on a

$$F = E\alpha = E(\varepsilon - \varphi).$$

En substituant la valeur de φ de l'équation (5),

$$F = E[\lambda + (\varepsilon - \lambda)e^{-\beta t}].$$

Désignons par R la rigidité apparente du liquide, c'est-à-dire le rapport de $\frac{F}{\varepsilon}$. Nous aurons

(6) $$R = E\left[\frac{\lambda}{\varepsilon} + \left(1 - \frac{\lambda}{\varepsilon}\right)e^{-\beta t}\right].$$

C'est la loi de relaxation. On voit qu'elle diffère essentiellement de celle de Maxwell.

D'après cette formule, pour $t = 0$, on a

$$R = E,$$

c'est-à-dire que, au premier instant, les deux rigidités sont égales. La rigidité apparente R diminue quand ε, β, t augmentent. Pour $t = \infty$, elle devient $E\frac{\lambda}{\varepsilon}$, d'où l'on tire

$$F_\infty = R_\infty \varepsilon = E\lambda,$$

c'est-à-dire que le ressort final du liquide est égal au ressort qui correspond à la déformation limite. Désignons par τ le temps pendant lequel ρ prend l'accroissement égal à l'unité, la différence $\alpha - \lambda$ étant égale à l'unité aussi.

En vertu de la définition de β, on a

$$(6_a) \qquad \beta = \frac{1}{\tau}.$$

J'appellerai τ *module* de relaxation. C'est la période pendant laquelle la déformation résiduelle ρ croît de l'unité, la différence $\alpha - \lambda$ étant égale aussi à l'unité; β est la vitesse de relaxation. En substituant τ, les lois (5) et (6) prennent la forme

$$(7) \qquad \rho = \varepsilon\left(1 - \frac{\lambda}{\varepsilon}\right)\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right),$$

$$(8) \qquad R = E\left[\frac{\lambda}{\varepsilon} + \left(1 - \frac{\lambda}{\varepsilon}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}\right],$$

Il s'agit de vérifier ces lois.

Remarquons que dans notre expérience l'effort extérieur est représenté par l'élasticité du fil de suspension; R doit donc être proportionnel à l'angle de torsion δ du fil. Posons $R = p\delta$, où p est une constante, et posons, pour abréger,

$$\frac{E\lambda}{p\varepsilon} = a, \qquad \frac{\varepsilon}{\lambda} - 1 = b.$$

La formule (8) devient

$$(8_a) \qquad \delta = a\left(1 + be^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

Les quantités δ et t sont données par la Table de l'expérience. On pourrait se servir de la méthode des moindres carrés, pour calculer les constantes a, b, τ. Mais cette méthode nous aurait entraînés à des difficultés presque insurmontables, vu la forme compliquée de l'équation (8_a). Nous allons prendre une voie plus expéditive, quoique moins précise.

En posant dans la formule (8_a) $t = \infty$, on a

$$\delta = a.$$

Or l'expérience nous montre que, au bout de quarante-huit minutes, δ devient constante et égale à 37. Donc $a = 37$. Ensuite, en substituant dans (8_a) $t = 0$, on a

$$\delta = a(1 + b) = 37(1 + b).$$

Mais, d'après l'expérience, on a $\delta = 81$ pour $t = 0$. Donc, $81 = 37(1 + b)$. Par conséquent $b = 1,189$. La formule (8_a) devient

$$\delta = 37\left(1 + 1,189e^{\frac{t}{\tau}}\right), \tag{8_b}$$

On tire de cette équation

$$\log\left(e^{\frac{1}{\tau}}\right) = \frac{1}{t}[\log(\delta - 37) - 1,6434]. \tag{8_c}$$

En substituant dans cette équation les valeurs de δ et t tirées de l'expérience, on obtient une série de valeurs pour $\frac{1}{\tau}$. La moyenne de ces valeurs, substituée dans (8_b), donne à cette équation la forme définitive

$$\delta = 37(1 + 1,189e^{0,0729t}), \tag{9}$$

qui nous permet de calculer δ pour un temps quelconque t. Le Tableau suivant renferme les résultats de tous ces calculs :

t.	$\frac{1}{\tau} = \beta$.	δ calculée.	δ observée.
0,0	»	81,0	81
7,0	0,0741	63,4	63
14,6	737	52,2	52
22,0	721	45,8	46
28,0	712	42,7	43
36,5	736	40,1	40
48,0	»	38,3	37
90,0	»	37,1	37
Moyenne...	0,0729		

L'accord entre la théorie et l'expérience est si évident, qu'il ne laisse aucun doute sur la justesse de l'hypothèse que nous avons formée au début de ce Chapitre. La vitesse β est bien une constante, et il en est de même du module τ.

RECHERCHES SUR L'ÉLASTICITÉ DES SOLIDES

[SUITE] ([1]);

PAR M. E.-H. AMAGAT.

4. *Détermination directe des coefficients de compressibilité et seconde vérification des formules générales de l'élasticité.* — Il m'importait, pour corriger les résultats apparents de mes recherches sur la compressibilité des fluides, de savoir si, sous de très fortes pressions, le coefficient de compressibilité du verre varie d'une façon notable. La méthode que j'ai précédemment décrite n'était plus applicable dans ces conditions; celle à laquelle je me suis arrêté est très simple en principe, mais sa réalisation dans le cas des pressions extrêmement fortes présente des difficultés qui m'ont arrêté pendant longtemps. Pendant ces tentatives, j'ai appris qu'en Angleterre MM. Buchanan et Tait avaient appliqué la même idée dans le cas des pressions modérées auxquelles peuvent résister des cylindres de verre comprimés par l'intérieur. Voici en quoi consiste la méthode :

([1]) *Voir* p. 199 de ce volume.

Un tube de la substance à étudier est comprimé de toutes parts par l'intermédiaire d'un liquide dans lequel il est plongé, il se raccourcit; on mesure ce raccourcissement, en le multipliant par 3; on a la diminution de volume et, par suite, le coefficient de compressibilité cubique.

Dans les expériences de M. Buchanan et de M. Tait, les tubes de verre étaient comprimés dans un cylindre métallique prolongé par des cylindres de verre à travers lesquels on estimait directement le raccourcissement au moyen de deux microscopes fixes. Pour des pressions très fortes, les cylindres de verre ne résistant plus, j'ai dû chercher une disposition expérimentale totalement différente.

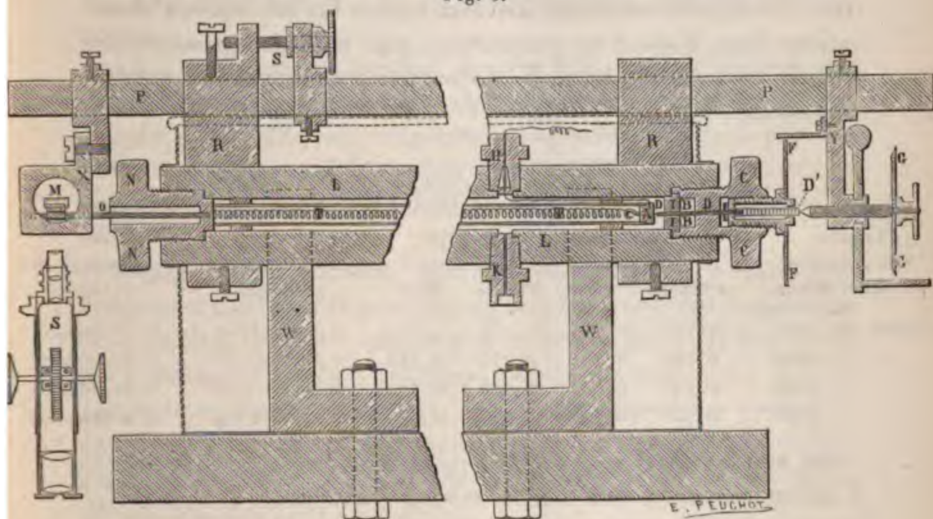
La figure ci-contre (*fig.* 3) montre une coupe par un plan vertical de l'appareil que j'ai construit pour ces recherches.

Le tube à étudier TT a exactement un mètre de longueur (la figure est au cinquième d'exécution en restituant la partie coupée); il est placé dans l'axe d'un cylindre d'acier LL, il est maintenu d'un côté buté contre le boulon NN au moyen d'un ressort qui, en même temps, applique contre l'autre extrémité un plan d'acier rodé A. En regard de A débouche, porté par le boulon CC, un petit piston d'acier DD rendu étanche au moyen d'une chambre à mélasse (comme le piston de mon manomètre à pistons libres) : ce piston est entraîné au moyen de deux butoirs qu'il porte par une vis à pas fin à laquelle le boulon sert d'écran et qui est mue par un cadran divisé et molleté FF; cette vis laisse passer dans son axe évidé le prolongement libre du petit piston dont la section D' vient déboucher en regard de la pointe d'une vis micrométrique. Cette vis, son cadran divisé GG et son index ne sont autre chose que le dispositif ordinaire d'un sphéromètre dont on a enlevé les pieds et qu'on a rendu solidaire d'un cylindre plein d'acier PP au moyen d'une pièce V. L'autre extrémité de ce cylindre d'acier porte un microscope S, qu'on a dessiné à part et qu'il faut supposer vissé sur l'orifice de la pièce. Ce microscope vise un micromètre transparent M divisé en centièmes de millimètre, porté par une tige O vissée au fond du boulon évidé NN qu'elle traverse librement.

La pression arrive par la pièce latérale K qu'il faut, de même que celle d'en face H, supposer dans un plan horizontal. La pièce H

laisse passer, en l'isolant, un fil conducteur amenant le courant d'une pile jusqu'au plan d'acier A. Le courant traverse un galvanomètre et revient au piston DD par la masse de l'appareil. Le circuit est fermé quand la pointe terminant le piston touche le plan d'acier. (Le ressort est séparé en deux tronçons par un corps isolant.)

Fig. 3.



Quand on produit la pression, le tube TT se raccourcit : on suit le déplacement du plan A, en rétablissant la fermeture du courant; ce déplacement est mesuré au tambour CC de la vis micrométrique qui suit le déplacement de l'extrémité D′ du piston prolongé, au moyen d'un second circuit électrique que la pointe de cette vis ferme sur la section D′. En même temps on suit sur le micromètre M le déplacement de l'autre extrémité du tube qui est toujours extrêmement petit. Il résulte évidemment de la solidarité du microscope et de la vis micrométrique (fixés au même cylindre plein PP′) que la différence des déplacements observés est précisément le raccourcissement du tube TT. Le cylindre LL est, du reste, placé dans une cuve pleine d'eau, indiquée en traits ponctués, permettant d'obtenir une température bien constante; le cylindre PP′ est protégé contre les variations de température au moyen d'une enveloppe de caoutchouc.

La partie comprimée DD du piston donne lieu à une légère correction qu'on peut toujours faire avec une exactitude suffisante.

Les expériences ont été poussées régulièrement jusqu'à 2000^{atm}. Le Tableau qui suit donne la moyenne des résultats obtenus avec le cristal et trois séries sur le verre faites dans de bonnes conditions, afin de montrer le degré de concordance auquel on peut arriver : ces derniers résultats sont eux-mêmes les moyennes d'observations faites d'abord en comprimant, puis en décomprimant pour revenir à la pression normale. La température moyenne a été voisine de 12°.

Limites des pressions en atmosphères.	Verre. Raccourcissement par atmosphère d'un tube de 1^{m} en millièmes de millimètre				Verre. Coefficient de compressibilité cubique.	Cristal. Coefficient de compressibilité cubique.
	1re série.	2e série.	3e série.	Moy.		
Entre 1^{atm} et 500^{atm}...	0,747	0,752	0,751	0,750	0,000002250	0,000002454
» 1000...	0,743	0,751	0,746	0,746	0,000002248	0,000002424
» 1500...	0,743	0,748	0,745	0,745	0,000002235	0,000002415
» 2000...	0,741	0,748	0,743	0,743	0,000002229	0,000002406

On voit que la diminution du coefficient de compressibilité est à peine sensible; elle ne se montre nettement que dans les moyennes; elle est à peu près de l'ordre de grandeur des erreurs dont on ne peut guère répondre; cependant elle existe vraisemblablement : je l'ai retrouvée plus ou moins régulièrement dans toutes les moyennes de séries.

Les tubes de verre et de cristal qui ont servi à ces expériences sont précisément ceux qui ont servi aux recherches décrites plus haut et qui avaient donné pour coefficients de compressibilité :

Verre................	0,000002197
Cristal...............	0,000002405

Si l'on tient compte de la différence complète des deux méthodes et de la difficulté de ces recherches, on trouvera l'accord aussi satisfaisant qu'il était permis de l'espérer.

L'accord entre ces résultats obtenus sans faire usage d'aucune formule et ceux qui ont été calculés au moyen des formules générales de l'élasticité peut être considéré comme une nouvelle et plus complète vérification de l'exactitude de ces mêmes formules.

5. *Élasticité des métaux.* — Pour les métaux travaillés en cylindres réguliers, la mesure de l'allongement peut être faite avec une précision suffisante pour suivre avec succès la méthode de Wertheim; le point le plus difficile est la mesure de cet allongement.

J'ai également opéré en suivant la méthode indiquée au n° 2; on verra plus loin le Tableau comparatif des résultats ainsi obtenus.

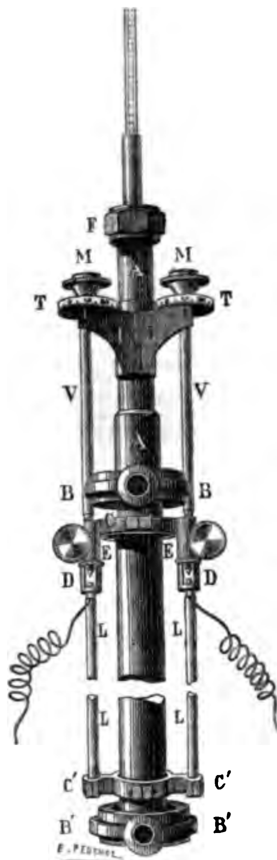
Les expériences de traction ont été faites avec l'appareil déjà décrit (*fig.* 2); pour les fortes charges qui ont atteint 700^{kg} avec le tube d'acier on avait remplacé les rondelles de plomb par une romaine soigneusement vérifiée dont l'anneau de charge était engagé dans un crochet vissé dans un trou qu'on voit au centre du socle.

La *fig.* 4 montre le détail des pièces destinées aux mesures d'allongement : BB et B'B' sont les anneaux intérieurs des suspensions à la Cardan, ils sont soudés sur le pourtour des cylindres au niveau des fonds formant les bases planes, de telle sorte que ces fonds ne subissent aucune traction; cette disposition permet de faire toutes les soudures à l'étain, ce qui est un avantage notable, particulièrement au point de vue de la conservation de la forme et de l'homogénéité des cylindres.

Deux tringles d'acier symétriquement placées LL sont rendues solidaires de la partie inférieure du cylindre au moyen d'un collier C'C' évidé intérieurement en biseau, de manière à rétrécir autant que possible la largeur du cercle de serrage; à la partie supérieure, un collier semblable CC porte les écrous E, E de deux vis micrométriques V, V munies de tambours divisés T, T et d'index I, I. En faisant mouvoir ces vis au moyen des têtes molletées M, M, on amène leurs pointes à toucher les sections droites des extrémités des tringles guidées librement par des pièces d'ivoire D, D solidaires des écrous E, E. On ferme par ce contact le circuit d'une pile muni d'un galvanomètre, absolument comme dans l'appareil décrit au numéro précédent. Quand le cylindre s'allonge sous l'effort de la traction, le circuit est rompu; on mesure l'allongement par la rotation des vis nécessaire pour rétablir le contact. L'exactitude des mesures dépend de la régularité de l'allongement et du déplacement des colliers, qui doit se faire bien parallèlement

à l'axe du cylindre; la plus petite déviation du plan des colliers fait varier en sens contraire la valeur des mesures fournies par les vis placées dans des azimuts opposés; on prend la moyenne des deux mesures qui ne diffèrent jamais que de très peu, quand tout fonctionne bien.

Fig. 4.



La mesure de la variation de volume intérieur se fait, comme d'habitude, au moyen du tube gradué et calibré qui termine l'appareil.

On a alors, pour déterminer les valeurs de α et de μ, les deux relations

$$dV = \alpha(1 - 2\mu)VP \quad (1)$$

et

$$(3) \qquad \alpha = \frac{dL}{LP}.$$

On a ensuite déterminé la variation de volume intérieur des mêmes cylindres comprimés par l'extérieur, et l'on a eu les données nécessaires pour appliquer la première méthode au moyen des relations (1) et (2) du n° 2.

La relation (1), qui est commune aux deux méthodes, fournit en bloc, ainsi que je l'ai déjà fait remarquer, la valeur $\alpha(1-2\mu)$ qui, multipliée par 3, donne le coefficient de compressibilité cubique; c'est pour cela que, dans le Tableau comparatif des résultats, ce coefficient n'est inscrit qu'une fois.

Tous les cylindres métalliques, sauf celui de plomb, ont été percés et travaillés au tour de manière à obtenir des cylindres aussi parfaits que possible; les barreaux d'acier, de cuivre et de laiton, dans lesquels ils ont été faits, avaient été préparés et recuits spécialement dans ce but. Pour le plomb, le travail du tour ne pouvant être exécuté, j'ai dû me contenter d'un tuyau aussi régulier que possible, qu'on a redressé avec soin au moyen d'un mandrin d'acier.

	Coefficient de Poisson (μ).			Coefficient de compressibilité cubique.	Coefficient d'élasticité $\left(\frac{1}{\alpha}\right)$.		
	1re méth.	2e méth.	Moy.		1re méth.	2e méth.	Moy.
Verre......	0,2451	»	0,2451	0,000002197	6775	»	6775
Cristal.....	0,2499	»	0,2499	0,000002405	6242	»	6242
Acier......	0,2694	0,2679	0,2686	0,000000680	20333	20457	20395
Cuivre.....	0,3288	0,3252	0,3270	0,000000857	11979	12312	12145
Laiton.....	0,3305	0,3236	0,3275	0,000000953	10680	11022	10851
Métal Delta.	0,3330	0,3468	0,3399	0,000001021	12054	11331	11697
Plomb.....	0,4252	0,4313	0,4282	0,000002761	1626	1493	1556

La concordance entre les résultats obtenus par les deux méthodes est satisfaisante si l'on tient compte des nombreuses difficultés de ce genre de recherches et, en particulier avec les métaux mous, de la difficulté d'éviter les déformations permanentes, qui, forçant de restreindre la limite des déformations temporaires, diminue d'autant la sensibilité des méthodes. La plus grande différence porte précisément sur le coefficient d'élasticité du plomb,

mais elle peut être attribuée en grande partie à ce que le tube de plomb était moins régulièrement cylindrique.

Somme toute, l'accord entre les résultats fournis par les deux méthodes peut encore être considéré comme une vérification des formules.

6° *Examen des valeurs du coefficient de Poisson.* — Il serait trop long d'examiner et même d'énumérer ici les nombreuses recherches analytiques et expérimentales auxquelles cette question a donné lieu; je rappellerai seulement qu'il s'agit de savoir si la valeur de μ est la même pour tous les solides isotropes, ou si, dans ce cas, elle est égale à 0,25 ou à 0,33. D'après de Saint-Venant, on doit avoir $\mu = 0,25$ pour tout vrai solide isotrope; c'est le résultat auquel est arrivé M. Cornu en appliquant à la glace de Saint-Gobain une méthode optique très délicate; M. Cantone a trouvé récemment, avec quatre tubes de verre, les nombres

0,246, 0,261, 0,264, 0,256; moyenne.... 0,257

Sa méthode consiste à combiner une expérience par pression extérieure, avec une expérience par pression extérieure, dans laquelle il mesure l'allongement du tube par la méthode de M. Fizeau. Enfin la moyenne de mes expériences est 0,2451 pour le verre et 0,2499 pour le cristal.

A la suite d'expériences devenues classiques, Wertheim avait conclu qu'on doit avoir $\mu = 0,33$ pour le verre, les métaux et même le caoutchouc.

Mon intention n'est pas d'examiner ici les causes d'erreur déjà signalées, du reste, qui ont pu fausser les résultats de Wertheim, mais je n'hésite pas à considérer sa conclusion comme absolument inacceptable. Pour le caoutchouc, ainsi que je l'ai déjà montré, le seul fait qu'une sphère de cette matière comprimée par l'intérieur et l'extérieur ne subit qu'une déformation intérieure de l'ordre de grandeur de celle des métaux implique nécessairement pour μ (étant donné le coefficient d'allongement du caoutchouc) une valeur extrêmement rapprochée de 0,5.

Dans un travail important sur ce sujet, M. Röntgen était arrivé à la même conclusion en mesurant directement par une méthode simple et ingénieuse le rapport de l'allongement à la contraction

de la section transversale. Le fait, du reste, avait été déjà conjecturé par Sir W. Thomson.

Si l'on considère l'ensemble des résultats consignés au Tableau et si l'on tient compte de la concordance des résultats obtenus par deux méthodes différentes, il paraît difficile d'attribuer complètement au défaut d'isotropie des différences aussi considérables que celles présentées par les valeurs de μ relatives aux différents corps. En résulte-t-il qu'il soit inexact de dire qu'on doit avoir $\mu = 0,25$ pour tous les vrais solides isotropes? La question est de savoir ce qu'on entend par un vrai solide. Peut-on dire que le plomb soit réellement un corps solide? A ce point de vue, n'est-il pas probable que la valeur théorique 0,25 soit une limite impliquant pour le corps qui doit la posséder non seulement la condition d'isotropie, mais encore une autre condition relative à la solidité qu'on peut se proposer de chercher.

Les nombres consignés au Tableau, dans lequel les corps sont rangés dans l'ordre des valeurs de μ croissantes, montrent que, pour les métaux étudiés, cet ordre est aussi celui des valeurs croissantes du coefficient de compressibilité; que cet ordre est aussi sensiblement celui dans lequel les corps deviennent plus mous; que cet ordre enfin est aussi (sauf pour le métal Delta) l'ordre dans lequel les corps, depuis le verre jusqu'au plomb, deviennent plus susceptibles de subir des déformations permanentes. J'ai à peine besoin d'ajouter que, même quand il s'agit des corps les plus déformables, on ne considère que des résultats obtenus dans des conditions où il ne s'est pas produit de déformations permanentes sensibles.

On peut se demander si même les solides, facilement déformables comme le plomb, ne se rapprocheraient pas des solides difficilement déformables dans des limites de pression ou de traction suffisamment restreintes; si, pour ces corps, la valeur de μ ne tendrait pas vers 0,25 en même temps que la déformation temporaire correspondante tendrait vers une limite d'autant plus voisine de zéro que le corps est plus facilement déformable. Cette hypothèse me paraît peu probable, car elle conduirait à penser que la valeur de μ ne devient notablement supérieure à 0,25 qu'à partir du moment où les déformations permanentes deviennent elles-mêmes notables. Or tous les coefficients inscrits au Tableau ré-

sultent d'expériences dans lesquelles les déformations permanentes qui peuvent s'être produites étaient de l'ordre de grandeur des erreurs dont on ne peut répondre.

Il me paraît résulter de l'ensemble de ces considérations que la valeur de μ, théoriquement égale à 0,5 pour les liquides, décroît d'un corps à l'autre au fur et à mesure que ceux-ci, passant par tous les intermédiaires, se rapprochent de l'état solide parfait pour lequel on aurait $\mu = 0,25$, cet état étant caractérisé par le fait d'être absolument réfractaire aux déformations permanentes, c'est-à-dire rigoureusement élastique. Il est probable qu'aucun corps de la nature ne possède strictement cette propriété; pour le verre et le cristal qui, parmi les corps étudiés, s'en rapprochent le plus, le coefficient a sensiblement atteint la valeur limite; l'acier viendrait ensuite, le caoutchouc serait à l'autre extrémité de l'échelle.

La valeur de μ doit, du reste, varier pour un même corps avec son état physique: elle serait évidemment égale à 0,5 pour du verre en fusion.

L'état solide parfait au point de vue qui nous occupe, celui pour lequel on a $\mu = 0,25$, serait donc l'état d'un corps réalisant la double condition d'être à la fois rigoureusement élastique et rigoureusement isotrope.

NOUVELLE MÉTHODE POUR LA MESURE DE LA CONDUCTIBILITÉ ÉLECTRIQUE DES SELS FONDUS;

PAR MM. E. BOUTY ET L. POINCARÉ.

1. La méthode employée précédemment par l'un de nous, pour la mesure de la résistance électrique des solutions salines, consiste essentiellement à prendre, au moyen de flacons électrodes, la différence de potentiel entre les extrémités d'une colonne capillaire de liquide, contenue dans un tube enroulé et terminé par des entonnoirs. Ce tube est maintenu à température constante dans un bain isolant.

Si l'on veut appliquer la même méthode aux sels fondus, par exemple entre 300° et 500°, on est arrêté par de graves difficultés.

On a d'abord à écarter les dérivations du courant principal, qui se produisent à haute température à travers l'épaisseur du verre devenu bon conducteur. Si l'on chauffe le tube à résistance dans un bain de sel fondu, dès 350°, le résultat des mesures peut être altéré presque de moitié par le fait de ces dérivations; d'ailleurs, on ne peut songer à employer un bain d'huile ou de toute autre substance organique isolante, qui serait décomposée à des températures aussi élevées.

En second lieu, les flacons électrodes ne peuvent être employés directement. Si on les remplace par des électrodes parasites en platine, on est gêné par les polarisations irrégulières qu'elles contractent au courant des mesures, et la précision de la méthode est perdue.

Pour obvier à ces difficultés, nous chauffons le tube à résistance au bain d'air et nous établissons la communication des flacons électrodes avec le sel fondu par l'intermédiaire d'électrodes d'amiante, de disposition spéciale.

1° *Bain d'air.* — Le tube à résistance A est de forme très ramassée. L'enceinte qui le contient comprend deux creusets de fer concentriques, C, *c*, prolongés à leur partie supérieure par des entonnoirs cylindriques et séparés par une couche d'air. Le creuset extérieur C est chauffé par un paquet de becs Bunsen dont la flamme, réglée à volonté, peut l'envelopper à peu près complètement. Le tube A est environné d'un sac d'amiante; il est supporté par un panier en toile métallique P qui se place au fond du creuset *c*.

La température de la résistance liquide varie très lentement; elle n'est pas rigoureusement uniforme dans toute la masse, mais sa valeur moyenne est suffisamment indiquée par un thermomètre placé au centre du panier. Au-dessous de 390°, nous avons employé un thermomètre à mercure, portant des divisions jusqu'à 400° et comparé au thermomètre à air; au delà, nous n'avons plus fait usage que du thermomètre à air.

2° *Électrodes d'amiante.* — Le tube d'un flacon électrode ordinaire plonge dans un vase isolé B, contenant une solution du sel sur lequel on opère. Ce vase est muni d'un long tube à robinet

fermé par un gros tampon d'amiante, dont l'extrémité filiforme pénètre dans l'entonnoir du tube à résistance A; l'amiante est donc imprégnée de dissolution saline à sa partie supérieure, de sel fondu à sa partie inférieure; on la maintient aisément à un degré constant d'humidité, par un réglage convenable de la pression. Le fil terminal doit toujours demeurer parfaitement flexible, sans que l'eau puisse arriver à l'intérieur du tube à résistance.

On s'est assuré que, dans les conditions ordinaires de réglage, le système de ces électrodes n'est le siège d'aucune force électromotrice parasite supérieure à $\frac{1}{1000}$ de daniell.

Pour diminuer le plus possible les variations accidentelles de la polarisation, et par suite de l'intensité du courant pendant une mesure, nous introduisons dans le circuit une force électromotrice et une résistance totale assez considérables et nous attribuons aux électrodes la plus grande capacité possible ([1]).

Grâce à ces précautions, les mesures de résistance sont d'une régularité parfaite; elles peuvent être considérées comme approchées à moins de $\frac{1}{200}$ près. La seule difficulté qui subsiste est relative à la fixation exacte de la température, beaucoup plus difficile ici que dans le cas des sels dissous.

Voici, à titre d'exemple, les résultats fournis par l'azotate de potasse pur. Les valeurs des résistances spécifiques sont déduites de la comparaison des résistances d'un même tube rempli successivement d'azotate de potasse fondu et d'une solution normale de chlorure de potassium dont la résistance spécifique est connue en valeur absolue.

Dans le Tableau suivant, nous désignons par

t la température correspondant au thermomètre à air;
r la résistance spécifique en ohms ([2]);
c la conductibilité spécifique $\frac{1}{r}$.

([1]) Nous employons des électrodes de platine platiné de 6^{cmq} à 7^{cmq} de surface.
([2]) De 335° à 390°, les valeurs de r indiquées ont été relevées sur une courbe construite au moyen des observations.

t.	r.	c observé.	c calculé.	Différence.
335°	1,516	0,6574	0,6698	+0,0124
340	1,464	0,6830	0,6879	+0,0049
345	1,420	0,7042	0,7060	+0,0018
350	1,381	0,7241	0,7241	admis
355	1,346	0,7429	0,7422	—0,0007
360	1,314	0,7610	0,7603	—0,0007
365	1,284	0,7787	0,7784	—0,0003
370	1,255	0,7967	0,7965	—0,0002
375	1,227	0,8149	0,8146	—0,0003
380	1,200	0,8333	0,8327	—0,0006
385	1,175	0,8510	0,8508	—0,0002
390	1,151	0,8688	0,8689	+0,0001
433,5	0,971	1,0298	1,0264	—0,0034
513	0,780	1,2820	1,3141	+0,0321

Les valeurs calculées de c ont été obtenues par la formule

$$c = 0,7241[1 + 0,005(t - 350)];$$

elles coïncident parfaitement avec les valeurs observées, sauf au voisinage immédiat du point de fusion et de la température à laquelle le sel commence à se décomposer (vers 515°).

2. Nous nous sommes proposé de chercher s'il est possible de déduire la conductibilité électrique d'un mélange de sels fondus, sans action chimique, de la conductibilité supposée connue de chacun d'eux.

Les mélanges d'azotate de potasse et d'azotate de soude nous ont paru aussi favorables à ce genre de recherches que pouvaient l'être les dissolutions salines étendues, étudiées antérieurement par l'un de nous; ces deux sels fondus possèdent, en effet, des propriétés physiques sensiblement identiques; leurs densités et leurs coefficients de dilatation ont presque la même valeur, leurs coefficients de frottement intérieur sont peu différents (1). On peut donc espérer que la conductibilité de leurs mélanges obéira à une loi simple.

On a vu que la conductibilité de l'azotate de potasse entre 330°

(1) V. Foussereau, *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. V, p. 363; 1885.

et 500° est représentée par la formule

$$(1)\qquad c_t = 0,7241[1+0,005(t-350)].$$

Nos expériences sur l'azotate de soude se rapportent à un intervalle de température plus restreint (de 325° à 380°); elles nous ont aussi conduits à une formule linéaire

$$(2)\qquad c'_t = 1,302[1+0,00497(t-350)].$$

Les valeurs absolues des deux conductibilités diffèrent, mais le coefficient de variation avec la température est le même; il est donc naturel de supposer qu'il sera aussi le même pour les divers mélanges des deux sels.

D'autre part, puisque les densités sont les mêmes, la composisition en volumes d'un mélange se confond avec sa composition en poids. Soient donc p et q les poids des deux sels; il y avait lieu de chercher si la conductibilité c''_t de leur mélange entre 300° et 400° ne pourrait pas être calculée par la formule

$$(3)\qquad c''_t = \frac{0,7241p+1,302q}{p+q}[1+0,005(t-350)],$$

représentant la moyenne des conductibilités des sels mêlés.

Nous avons opéré sur huit mélanges et, chaque fois qu'il a été possible, dans un intervalle de température assez large pour vérifier la constance du coefficient de variation avec la température.

Pour résumer nos expériences dans un Tableau unique, nous nous bornerons ici à indiquer la température moyenne t, rapportée au thermomètre à air, de chaque série d'observations, les valeurs moyennes des conductibilités observées et calculées et leurs différences absolues et relatives.

Composition			c''_t		Différence	
p.	q.	t.	observée.	calculée.	observée.	calculée.
0,9144	0,0855	346°,6	0,799	0,760	−0,039	−0,052
0,8	0,2	332,8	0,754	0,768	+0,014	+0,019
0,7142	0,2857	343,3	0,823	0,850	+0,027	+0,033
0,543	0,456	341,9	0,961	0,963	+0,002	+0,002
0,5 (¹)	0,5	306,7	0,823	0,794	−0,029	−0,035
0,393	0,606	321,3	0,911	0,921	+0,010	+0,012
0,2857	0,7142	313,7	0,932	0,928	−0,004	−0,004
0,2	0,8	336,7	1,060	1,109	+0,049	+0,047
			Moyenne.................			+0,0028

Les différences relatives atteignent parfois $\frac{1}{20}$, mais n'offrent aucun caractère systématique. La différence moyenne entre le calcul et l'observation ne dépasse pas $\frac{1}{350}$. Si l'on tient compte des complications que l'on rencontre dans ces mesures à températures élevées pour relier une série à une autre, on trouvera l'accord entièrement satisfaisant.

Les résultats très simples de ce premier travail semblent pouvoir servir de base à des recherches ultérieures sur les mélanges de corps de propriétés physiques très différentes ou susceptibles de réagir chimiquement.

SUR LA CONDUCTIBILITÉ ÉLECTRIQUE DES SELS FONDUS;

PAR M. LUCIEN POINCARÉ.

J'ai constaté que la polarisation d'une électrode d'argent plongée dans un sel fondu, tel que l'azotate de potasse, d'abord très considérable, tombe immédiatement à zéro si l'on vient ajouter au sel en fusion une trace d'azotate d'argent; c'est une généralisation des faits si curieux observés antérieurement par M. Lippmann (²) dans le cas des solutions salines. Ce phénomène de dépolarisation

(¹) Le mélange à poids égaux et les mélanges plus riches en soude se décomposent à des températures peu élevées; les températures moyennes qui s'y rapportent sont donc nécessairement assez basses.

(²) Voir *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. VIII, p. 48.

est si sensible qu'une lame d'argent plongée un certain temps dans un bain d'azotate d'argent fondu, et lavée ensuite à grande eau, reste encore quelque temps à peu près impolarisable dans un bain d'azotate de potasse ou de soude en fusion.

Il résulte de là un moyen de simplifier notablement, dans certains cas, la méthode que M. Bouty et moi [1] avions précédemment employée pour mesurer les résistances électriques des sels fondus; ce procédé s'applique immédiatement à l'étude des conductibilités des mélanges d'azotates où entre de l'azotate d'argent: on évite toute complication en employant pour électrodes principales et pour électrodes parasites des lames et des fils d'argent.

Ces mélanges étaient intéressants à examiner, parce que, la densité de l'azotate d'argent fondu (3,9 à 350°) étant à peu près le double de la densité commune (1,84 à 350°) de l'azotate de soude et de l'azotate de potasse, on pouvait ainsi rechercher si la loi relative à la conductibilité électrique des mélanges de sels fondus, que M. Bouty et moi avions établie dans le cas de corps possédant des densités sensiblement identiques, ne s'appliquerait pas encore à des sels mêlés ayant, au contraire, des propriétés physiques si nettement différentes.

J'ai tout d'abord mesuré la conductibilité spécifique de l'azotate d'argent pur, et j'ai constaté qu'elle était très bien représentée, entre 280° et 370°, par la formule linéaire

$$c_t = 1,233[1 + 0,0025(t - 350)] \quad (1) \text{ [2]}.$$

Le coefficient $\alpha = 0,0025$ de variation avec la température n'est pas le même que le coefficient $\beta = 0,005$ que nous avions antérieurement trouvé pour les azotates de potasse et de soude; j'ai cherché à voir si, malgré ces différences entre les propriétés physiques, la conductibilité des mélanges de l'azotate d'argent avec l'un ou l'autre de ces sels ne pourrait encore se représenter par la formule

$$c'_t = \frac{pc_t + qc'_t}{p + q}, \quad (2)$$

[1] Voir ci-dessus, p. 368.

[2] Les températures sont rapportées au thermomètre à air, et les résistances $\frac{1}{c_t}$ sont exprimées en ohms.

p et q représentant non plus les poids, mais les *volumes* des deux sels mêlés de conductibilité c_t et c'_t à la température t. Comme α et β sont des quantités très petites, la formule (2) peut s'écrire

$$(3) \qquad c''_t = \frac{pc_{350} + qc'_{350}}{p+q}\left[1 + \frac{p\alpha + q\beta}{p+q}(t - 350)\right].$$

J'ai opéré sur cinq mélanges et pour chacun d'eux dans un intervalle de température assez large pour vérifier la constance du coefficient de variation avec la température; j'ai pu ainsi constater que la formule s'applique dans tous les cas; les différences entre le calcul et l'observation n'atteignent que le chiffre des centièmes.

La même méthode s'applique à la recherche de la conductibilité électrique de l'azotate d'ammoniaque fondu; mais il faut, dans ce cas, prendre des précautions toutes particulières. La moindre surchauffe en un point de la colonne liquide provoque immédiatement une décomposition partielle dans le sel en fusion, et la présence de la bulle gazeuse qui en résulte fausse complètement le résultat des mesures; on peut cependant arriver à maintenir ce corps à l'état liquide et sans décomposition appréciable entre 160° et 220°, en le chauffant *très lentement* dans un tube assez large plongé dans un bain de paraffine. J'ai constaté que la conductibilité était encore représentée par une formule linéaire

$$(4) \qquad \gamma_t = 0,400[1 + 0,0073(t - 200)].$$

Il est à remarquer que le coefficient $\delta = 0,0073$ est encore différent de ceux qui ont été trouvés pour les autres azotates étudiés; mais on peut observer que le produit de ces coefficients par la densité du sel correspondant, prise à la température moyenne des expériences qui s'y rapportent ([1]), est un nombre sensiblement constant, comme l'indique le Tableau suivant :

Nature du sel.	Température.	Densité d ([2]).	Coefficient de variation a.	$d \times a \times 10^5$.
Azotate de potasse. ...	350	1,84	0,005	920
Azotate de soude	350	1,84	0,005	920
Azotate d'argent.......	350	3,9	0,0025	975
Azotate d'ammoniaque .	200	1,36	0,0073	971

([1]) C'est précisément cette température qui entre comme constante dans chacune des formules.

([2]) Les densités ont été déterminées par la méthode du flacon.

Si l'on tient compte de la difficulté qu'il y a à mesurer exactement les densités à ces hautes températures, on trouvera que *les coefficients de variation sont bien en raison inverse des densités des sels correspondants.*

Il est aussi à remarquer que les *conductibilités moléculaires* 0,0397 de l'azotate de potasse, et 0,0420 de l'azotate d'ammoniaque, supposées ramenées à une même température ([1]) (350° par exemple), sont très voisines l'une de l'autre; ces deux quantités diffèrent, au contraire, notablement des conductibilités moléculaires 0,0537 et 0,602 de l'azotate d'argent et de l'azotate de soude, qui sont toutes deux peu différentes. On sait qu'en dissolution les deux premiers sels sont normaux, tandis que les deux autres sont anormaux.

ANNALES DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE.

Tome XIII; 1888.

NEYRENEUF. — Recherches sur les membranes, p. 271-288.

La hauteur du son rendu par un tuyau ouvert se modifie lorsque le fond est obstrué d'une manière plus ou moins complète par une lame rigide. Comment les choses se passent-elles si l'on emploie comme fermeture des membranes susceptibles de participer aux vibrations de la colonne d'air?

Trois cas sont à distinguer :

1° Le son propre à la membrane est inférieur au son à renforcer; alors celle-ci donne un retard, de telle sorte que la longueur du tuyau doit être plus petite que celle qui convient pour le tuyau ouvert.

2° Le son propre à la membrane est supérieur au son à renforcer; alors la longueur du tuyau devient plus petite que celle qui convient à un tuyau complètement fermé.

([1]) Comme les coefficients de variation avec la température ne sont pas les mêmes et que les coefficients de dilatation diffèrent sans doute aussi (on a cependant constaté qu'ils étaient du même ordre de grandeur), le rapport des conductibilités moléculaires ne reste évidemment pas le même à toutes les températures, mais on voit aisément qu'il varie fort peu.

3° Si l'unisson existe, le tuyau, muni de sa membrane, aura même longueur qu'un tuyau ouvert, toutes réserves faites sur les perturbations ordinaires.

Les sons transmis à l'extérieur par la membrane participent de ces effets spéciaux de réflexion, comme on peut s'en convaincre en recherchant les variations de leurs phases par une méthode qui repose sur la production d'interférences sonores.

BERTHELOT et RECOURA. — Sur la mesure des chaleurs de combustion, p. 289-321-340.

MM. Berthelot et Vieille ont fait connaître une méthode nouvelle (1) pour la mesure des chaleurs de combustion des composés organiques, méthode qui consiste à les brûler instantanément à volume constant, dans l'oxygène comprimé à 24^{atm}, au sein de la bombe calorimétrique de M. Berthelot. Les auteurs font connaître les améliorations introduites dans le fonctionnement de cet appareil, dont il existe aujourd'hui quatre exemplaires, mis en œuvre dans quatre laboratoires indépendants et par des opérateurs distincts, travaillant sous la direction de M. Berthelot. Les résultats obtenus séparément sur une même substance concordent à un demi-centième.

Les auteurs examinent l'influence que peut exercer la présence de traces de gaz ou de vapeurs combustibles dans l'oxygène et donnent certains renseignements pratiques sur l'exécution des expériences et l'évaluation en eau des diverses parties de la bombe. Dans ces divers Mémoires, se trouvent réunies les mesures comparatives des chaleurs de combustion, faites sur la naphtaline et sur le rétène, et ensuite des expériences sur le glucose, le quinon, les acides benzoïque et salicylique.

Tome XIV; 1888.

J. CHAPPUIS et CH. RIVIÈRE. — Sur la réfraction des gaz comparée à leur compressibilité, p. 5-34.

On n'a pu, jusqu'à présent, mettre en évidence aucune variation

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 183, et t. VII, p. 382.

du pouvoir réfringent des gaz avec la pression; les auteurs se sont proposé d'opérer sous de hautes pressions. Ils ont considéré trois gaz : l'air, l'acide carbonique et le cyanogène, dont les propriétés physiques, aux températures ordinaires, sont aussi différentes que possible.

Les mesures optiques se font par la méthode interférentielle de Jamin, et les pressions se mesurent par un manomètre à air libre.

La méthode suivie, à la fois simple et démonstrative, consiste, d'une part, à mesurer le nombre de franges qui passent depuis la pression o jusqu'à la pression p; d'autre part, à chercher une formule empirique reliant la densité d du gaz à sa pression. On a alors aisément la valeur du pouvoir réfringent $\frac{n-1}{d}$.

Ces expériences, sur l'air à 21°, de 0^{atm} à 20^{atm}, sur l'acide carbonique à 21°, de 0^{atm} à 19^{atm}, et sur le cyanogène de 0° à 35°, de 1^{atm} à 4^{atm}, ne mettent en évidence aucune variation de la quantité $\frac{n-1}{d}$ avec la pression; elles vérifient donc la loi empirique

$$\frac{n-1}{d} = \text{const.}$$

Les expériences sur le cyanogène montrent que la loi précédente permet aussi de comparer les réfractions à deux températures différentes.

On peut déduire des résultats obtenus la valeur de l'indice normal des gaz étudiés. On a trouvé :

Pour l'air..............	$n_0 = 1,0002919$
Pour l'acide carbonique.	$n_0 = 1,0004474$
Pour l'oxygène.........	$n_0 = 1,0008446$

FABRE. — Chaleur spécifique du tellure, p. 101-103.

En opérant sur du tellure pur précipité par l'acide sulfureux, puis volatilisé dans un courant de gaz sulfureux et ensuite sur la variété cristalline préparée par la décomposition des tellurures alcalins, on a obtenu, pour la chaleur spécifique, à des températures voisines de 100° :

0,05243, 0,05177, 0,048265.

A. CROVA. — Sur l'enregistrement de l'intensité calorifique de la radiation solaire, p. 121-145.

La partie essentielle de l'actinomètre est un élément thermo-électrique fer-maillechort formé par deux disques de fer et de maillechort de $\frac{1}{10}$ de millimètre d'épaisseur et de 10^{mm} de diamètre, soudés à l'étain et fortement comprimés. L'élément est enfermé dans un tube mince de laiton; l'une des soudures est dans l'obscurité; l'autre reçoit un faisceau solaire tombant normalement, à sa surface noircie, dans l'axe du tube qui est muni de cinq diaphragmes en aluminium d'ouvertures progressivement décroissantes. Ce tube est monté sur un mouvement équatorial, qui maintient son axe dans la direction des rayons solaires. Quoique librement exposé au soleil, le disque actinométrique ne reçoit pas l'action des courants d'air; il se produit ici un phénomène analogue à celui de la machine à piston libre de M. Deleuil, et dont l'explication est la même.

Les deux extrémités de l'élément et les points de jonction des fils sont soudés à un circuit qui se relie à un galvanomètre placé dans une chambre obscure; l'actinomètre monté sur son mouvement est placé sur le toit.

Les indications du galvanomètre à miroir sont enregistrées photographiquement comme dans les appareils de M. Mascart.

Afin d'éviter les causes perturbatrices, le galvanomètre est enfermé dans une large enveloppe en fer, munie d'un orifice latéral pour le passage du rayon lumineux.

La courbe actinométrique est tracée sur du papier au gélatino-bromure, et un dispositif spécial permet d'obtenir la concordance rigoureuse des mouvements du cadre photographique et de l'actinomètre.

Les courbes diurnes sont étalonnées au moyen d'observations faites avec l'actinomètre; immédiatement après l'observation, on ramène un instant au zéro l'aiguille du galvanomètre au moyen d'une dérivation, et l'on trace ainsi sur la feuille une ordonnée qui donne le moment de l'observation.

La discussion des courbes obtenues avec cet enregistreur a permis à l'auteur d'apprécier plus exactement la valeur des méthodes

employées pour déterminer l'intensité calorifique des radiations solaires. Il importe d'avoir une exposition aussi courte que possible, résultat atteint par cet appareil.

E. EDLUND. — Considérations sur certaines théories relatives à l'électricité atmosphérique, p. 145-170.

Le potentiel de l'électricité atmosphérique augmente avec la hauteur. Cette propriété paraît lui être caractéristique, et elle existe en permanence dans les conditions normales. Elle doit, par conséquent, être en connexion avec la nature de l'électricité atmosphérique et le mode de sa production. Peut-on l'expliquer par les diverses théories qui ont été proposées pour l'électricité atmosphérique?

L'auteur examine ces diverses théories et montre qu'elles conduisent à des contradictions avec ce qu'apprend l'observation. Il passe ensuite à l'explication qu'il a imaginée par l'induction unipolaire ([1]) et prouve que cette force donne naissance, pour des hauteurs croissantes, à une augmentation du potentiel électrique de l'air correspondant aux observations effectuées.

H. BECQUEREL. — Recherches sur les variations des spectres d'absorption dans les cristaux, 170-279.

Les travaux de M. Becquerel, qu'il est bien difficile de résumer en quelques pages, ont porté sur l'absorption de la lumière dans les cristaux, non seulement pour une radiation isolée, comme on l'avait fait avant lui, mais sur le spectre d'absorption tout entier.

Ces recherches ont nécessité deux sortes d'observations optiques :

1° La détermination, aussi exacte que possible, des positions relatives des régions absorbées, et des bandes plus ou moins fixes que présentent les spectres d'absorption des divers cristaux, lorsque la lumière les traverse dans différentes directions, et la mesure des longueurs d'onde correspondantes;

2° La mesure des intensités relatives d'une même région du

([1]) *Journal de Physique*, 1re série, t. VII, p. 174; 2e série, t. VII, p. 383.

spectre dans les deux rayons réfractés, lorsque la direction des radiations incidentes varie par rapport aux directions principales d'élasticité optique des cristaux.

M. Becquerel considère d'abord le cas des uni-axes (schéelite de Traversella, apatite jaune d'Espagne et diverses phosphorites vertes, parisite, zircons, etc.). Voici les faits fondamentaux qui résultent de ces premières observations :

1° Les bandes observées au travers d'un même cristal ont des positions fixes dans le spectre; leur intensité seule varie.

2° Les spectres d'absorption observés dans des directions quelconques au travers d'un cristal uniaxe sont formés par la superposition de deux séries de bandes correspondant l'une à des vibrations normales à l'axe, l'autre à des vibrations parallèles à l'axe.

3° Pour tout rayon ordinaire, c'est-à-dire pour toute vibration normale à l'axe, le spectre d'absorption est le même à égalité d'épaisseur de matière traversée. Pour tout rayon extraordinaire, c'est-à-dire pour toute vibration orientée dans le plan de l'axe du cristal et de la direction de propagation, le spectre d'absorption est le même que si cette vibration se décomposait en deux autres, l'une parallèle à l'axe, l'autre normale à l'axe, pour se composer de nouveau à la sortie du cristal et former une vibration résultante parallèle à la direction de la vibration lumineuse incidente.

L'auteur étudie ensuite le cas plus général des biaxes (sulfate et azotates de didyme, sels uraniques, etc.). Les résultats sont les mêmes que précédemment. Les phénomènes d'absorption sont soumis aux seules conditions de symétrie imposées par la forme cristalline; le spectre est formé de bandes qui peuvent généralement se grouper en trois séries et qui présentent leur absorption maximum quand la vibration est parallèle à l'un des axes d'élasticité optique, et leur minimum quand elle est parallèle à l'un des deux autres.

On observe, dans ce cas, les faits suivants :

1° Dans tous les cristaux, les bandes d'absorption ont dans le spectre des positions fixes, et l'intensité seule de ces bandes varie avec la direction de propagation de la lumière.

2° Dans les cristaux orthorhombiques et dans la plupart des cristaux clinorhombiques, les directions principales d'absorption paraissent coïncider avec les directions d'élasticité optique.

3° Dans certains cristaux clinorhombiques, ces directions peuvent être très différentes pour diverses bandes, mais elles restent toujours soumises aux conditions imposées par la symétrie cristalline, c'est-à-dire qu'un des axes principaux d'absorption coïncide toujours avec l'axe de symétrie, et que les deux autres axes rectangulaires sont situés dans le plan de symétrie.

Après cette étude complète de l'absorption, M. Becquerel discute des anomalies présentées par les bandes d'absorption de certains cristaux, les sels de didyme par exemple. Pour certaines directions, très écartées des axes d'élasticité optique, certaines bandes s'évanouissent. Comment expliquer ces déviations singulières? Le phénomène paraît dû à la coexistence dans le même cristal de matières différentes, géométriquement isomorphes, mais optiquement dissemblables et qui, au point de vue de l'absorption, se comportent comme si chacune d'elles était seule.

Si telle est réellement la cause des anomalies dans les directions principales d'absorption de certaines bandes, chaque groupe de bandes anomales doit appartenir à des substances différentes. C'est ce qui est vérifié par les sels de didyme.

On a dédoublé le didyme en praséodidyme, qui offre une partie seulement des bandes, et en néodidyme, qui présente les autres. Le praséodidyme a été aussi dédoublé, et justement les deux séries de bandes de ce corps ont des directions anomales. L'hypothèse est donc vérifiée. De plus, comme le montre l'auteur, le néodidyme n'est pas simple, et l'étude des directions anomales différentes permet de séparer les bandes caractéristiques des corps composants.

M. Becquerel se demande ensuite si les corps annoncés par ces séries distinctes de bandes sont ou des corps simples différents ou des composés différents d'un même corps simple. Par une série d'expériences très intéressantes, il est amené à conclure que ces deux hypothèses expliquent les faits. Il montre notamment que, en chauffant certains composés du didyme, on fait apparaître des bandes nouvelles, et que l'on modifie les bandes primitives. De

plus, le spectre d'absorption d'un sel dissous dans l'eau n'est pas le même que celui du sel cristallisé; il en diffère par le déplacement de certaines bandes, et ces bandes sont anomales.

C'est là, en somme, une nouvelle méthode d'analyse spectrale qui permet de reconnaître les éléments constituants des cristaux et qui peut donner des indications précieuses sur leur constitution chimique et moléculaire.

BERTHELOT. — Sur la graduation des tubes destinés aux mesures gazométriques, p. 279-286.

Ce nouveau procédé de graduation permet à la fois de graduer exactement les tubes dans toute leur longueur d'une façon directe et d'en vérifier la graduation; le tout sans faire intervenir ni correction de capillarité, ni aucun calcul fondé sur des déterminations de pression ou de température. Il consiste à peser la quantité de mercure qui occupe un volume de gaz défini par la graduation, dans les conditions exactes de son emploi.

J. CHAPPUIS et CH. RIVIÈRE. — Sur les tensions de vapeur du cyanogène liquide, p. 286-289.

On a trouvé les nombres suivants :

Températures.	Tensions maxima.
°	cm
—20,4	76,08
0	180
5	215
10	257
15	307

Ces nombres sont exactement représentés par la formule suivante de M. Bertrand :

$$P = G\left(\frac{T - 47,283}{T}\right)^{50},$$

où T est la température absolue, et G une constante à déterminer par une valeur particulière de la pression.

G. BERSON. — Influence du choc sur l'aimantation d'un barreau d'acier, p. 404-421.

L'auteur s'est proposé de déterminer les variations de l'intensité moyenne d'aimantation d'un barreau d'acier de 25^{cm} de longueur et de $0^{cm},9$ de diamètre, qui recevrait des chocs d'un mouton de 2400^{gr} tombant de hauteurs connues. Les moments magnétiques sont mesurés par la méthode de Gauss.

Les phénomènes étudiés par l'auteur le conduisent à considérer l'acier comme un corps hétérogène formé de plusieurs sortes de molécules à forces coercitives diverses : l'effet d'une série de chocs de grandeur déterminée ne se ferait sentir que sur les molécules pour lesquelles la différence des moments de la force coercitive et de la force démagnétisante est inférieure à une valeur donnée correspondante.

Lorsque le moment magnétique d'un barreau s'annule, puis devient négatif sous l'influence d'une série de chocs, il n'y a pas eu, au moment de l'annulation, destruction de toute aimantation dans le barreau; car, s'il en avait été ainsi, l'effet du choc suivant eût été considérable, comme cela a lieu pour un premier choc sur un barreau partant d'une aimantation nulle, tandis qu'il n'est ici que peu important. Il y a donc alors, dans le même barreau, deux aimantations coexistantes produisant des moments magnétiques égaux et contraires, la première correspondant à des forces coercitives élevées, la seconde à des forces coercitives faibles.

J.-L. SORET. — Sur la polarisation atmosphérique, p. 433-473.

On sait que, par un temps serein, la lumière qui émane d'un point quelconque du firmament est partiellement polarisée dans un plan comprenant le Soleil, le point visé et l'œil de l'observateur (polarisation positive). Cette loi se vérifie suffisamment pour toutes les parties du ciel qui ne sont ni trop rapprochées du Soleil, ni trop voisines du point antisolaire. La polarisation est maximum lorsque la ligne de visée fait un angle droit avec les rayons solaires. Enfin, dans le voisinage ou à l'opposite du Soleil, on observe des points neutres et un renversement du plan de polarisation (polarisation négative).

L'auteur explique ces phénomènes en admettant avec beaucoup d'autres physiciens que ce sont des particules extrêmement ténues flottant dans l'air qui causent la diffusion des rayons solaires et la polarisation. Cela revient à considérer la diffusion atmosphérique comme un cas particulier de l'illumination des corps transparents. Il montre d'abord que les phénomènes généraux sont surtout dus à la diffusion par l'atmosphère des rayons *directs* du Soleil. Mais, à côté de cette *première* diffusion, il y a des diffusions *secondaires*. Or les masses d'air qui sont seulement éclairées par la lumière diffuse d'un ciel serein présentent aussi des phénomènes de polarisation qui s'expliquent par une diffusion du *second ordre*.

Le calcul montre, en effet, que l'action de la lumière partiellement polarisée, envoyée par les différentes parties du ciel sur un point donné de la masse atmosphérique, est équivalente à l'action qu'exercerait un rayon de lumière naturelle arrivant à ce point suivant la direction même du Soleil, et de plus à celle d'un rayon de lumière beaucoup plus faible, dirigé perpendiculairement au premier et *polarisé* dans le plan perpendiculaire à la direction du Soleil. L'action de ce dernier rayon fictif explique en partie le fait de la polarisation incomplète, la diffusion du second ordre amenant toujours une perturbation dans l'effet de la première diffusion des rayons solaires directs.

L'auteur montre aussi que cette diffusion du second ordre explique aussi les points neutres, lorsqu'on tient compte de l'augmentation d'épaisseur de l'atmosphère et de l'augmentation de la diffusion de la lumière dans les directions rapprochées de l'horizon.

A. CROVA. — Étude de l'intensité calorifique de la radiation solaire au moyen de l'actinomètre enregistreur, p. 514-575.

Dans ce travail, l'auteur expose les résultats auxquels l'a conduit la discussion de 440 courbes obtenues, au moyen de l'actinomètre enregistreur décrit plus haut, pendant les années 1885, 1886 et 1887.

Le caractère constant de ces nombreuses courbes consiste en une fluctuation permanente de l'intensité de la radiation solaire. On observe néanmoins généralement deux maxima diurnes, avant et

après midi, assez écartés en été, se rapprochant de midi en automne et tendant à se confondre en hiver et même au commencement du printemps.

Nous renverrons au Mémoire original pour le calcul et la discussion de ces courbes et pour celle de la constante solaire et de la transmissibilité.

Tome XV.

DESLANDRES. — Spectres de bandes ultra-violets des métalloïdes avec une faible dispersion, p. 5-86.

Le présent travail comprend :

1° La description des procédés spéciaux employés pour l'étude des rayons ultra-violets, qui sont absorbés par le verre ordinaire et offrent des difficultés particulières;

2° Le relevé des nombres de vibrations, de spectres de bandes et de lignes nouveaux qui se rapportent à l'azote, l'oxygène, l'hydrogène et le carbone;

3° La division de ces spectres en groupes nettement séparés et attribuables à des composés différents;

4° La recherche de l'origine exacte de quelques-uns de ces groupes, en particulier du groupe ultra-violet de l'azote, qui a été ramené à un composé oxygéné de l'azote;

5° La vérification de la loi suivante : Les spectres de bandes offrent la répétition de bandes semblables ou de séries de raies semblables et peuvent, à ce point de vue, être rapprochés des spectres de lignes de métaux qui présentent la même disposition;

6° L'indication d'une relation simple entre les spectres de la vapeur d'eau et de l'oxygène, c'est-à-dire entre les spectres d'un corps composé et de l'un des composants.

J. CHAPPUIS. — Sur les chaleurs latentes de vaporisation de quelques substances très volatiles, p. 498-517.

La méthode employée repose sur l'usage du calorimètre à glace de Bunsen et donne la valeur de la chaleur latente d'ébullition à 0° et sous la tension maximum de la vapeur à cette température.

Les chaleurs latentes à 0° qui ont été mesurées sont les suivantes :

	Cal	
Chlorure de méthyle.......	96,9	4,86
Acide sulfureux............	91,7	5,90
Acide carbonique.........	56,25	2,48
Cyanogène................	103,0	5,36

La deuxième colonne donne les chaleurs latentes rapportées à un même volume gazeux : $22^{lit},32$.

Ces constantes avec les températures critiques connues, auxquelles les chaleurs latentes sont nulles, fixent deux points de la courbe des chaleurs latentes de ces substances.

B.-C. Damien.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XVII; juillet 1889.

S.-P. Langley. — *Le spectre invisible du Soleil et de la Lune*, p. 314.

Engel. — *Sur la solubilité des sels en présence des acides, des bases et des sels*, p. 338.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXVIII; juillet 1889.

J.-J. Thomson. — *Effets magnétiques produits par le mouvement dans un champ électrique*, p. 1.

C.-V. Boys. — *Le quartz employé comme isoloir*, p. 14.

C.-T. Hutchinson et G. Wilkes. — *Comparaison de l'unité mercurielle avec l'unité de résistance de l'Association britannique*, p. 17.

Sv. Arrhenius. — *Dissociation électrolytique et hydratation*, p. 30.

J.-H. Gladstone et W. Hibbert. — *Sur le poids moléculaire du caoutchouc et d'autres colloïdes*, p. 38.

G. Fuller. — *Machine à influence à écoulement d'eau*, p. 42.

O.-G. Lodge et J.-L. Howard. — *Sur la radiation électrique et sa concentration par des lentilles*, p. 48.

Wiedemann's Annalen.

T. XXXVII, n° 7; 1889.

K.-E.-F. Schmidt. — *Sur la polarisation elliptique de la lumière réfléchie par le spath*, p. 353.

F. Pockels. — *Influence des déformations élastiques et notamment d'une pression dans un sens, sur les propriétés optiques des cristaux*, p. 372.

H. Hertz. — *Propagation d'ondes électriques à travers un fil*, p. 395.

H. Jahn. — *Contributions à l'électrochimie et à la thermochimie de quelques acides organiques*, p. 408.

P. Lenard et M. Wolf. — *Pulvérisation des corps par la lumière ultra-violette*, p. 443.

K.-A. Brander. — *Courants thermo-électriques entre l'amalgame de zinc et le sulfate de zinc*, p. 457.

F. Wachter. — *Différence d'action de l'électricité positive et négative*, p. 463.

G. von Hofe. — *Fonction magnétisante d'anneaux de fer*, p. 482.

C. Dieterici. — *Recherches calorimétriques*, p. 494.

L. Grunmach. — *Conductibilité électrique du mercure solide*, p. 508.

W. Wirtz. — *Influence de l'électricité sur l'évaporation des liquides et sur la vitesse d'écoulement des liquides par les tubes capillaires*, p. 516.

H. Rubens. — *Démonstration des courants téléphoniques et microphoniques à l'aide du galvanomètre*, p. 522.

O. Lubarsch. — *Dissolution des gaz dans des mélanges d'alcool et d'eau*, p. 524.

A. Oberbeck. — *Remarques sur la méthode de S'Gravesande pour la mesure des coefficients d'élasticité*, p. 526.

O. Tumlirz. — *Méthode simple pour mesurer la résistance d'une pile*, p. 527.

S. Kalischer. — *Force électromotrice du sélénium*, p. 528.

SUR L'ÉTAT DE LA MATIÈRE AU VOISINAGE DU POINT CRITIQUE;

PAR MM. L. CAILLETET ET E. COLARDEAU.

Les premières observations ayant conduit à la notion du point critique remontent, comme on sait, à l'année 1822. A cette époque, Cagniard-Latour a montré qu'en chauffant, dans un tube scellé, de l'eau ou de l'éther à une température suffisante, on observe la disparition subite de la surface terminale du liquide. L'interprétation parut très simple à ce physicien, qui la formula immédiatement en disant que, lorsqu'un liquide, enfermé en vase clos, dépasse une certaine température, il se vaporise totalement dans l'espace qu'il occupait primitivement à l'état liquide.

Dans ses expériences classiques sur la liquéfaction et le point critique de l'acide carbonique, Andrews émet quelques doutes sur cette manière de voir; mais la discussion de l'ensemble de ses observations ne lui permet pas de donner, d'une façon positive, une interprétation plus satisfaisante, et aucune conclusion nette ne peut être tirée de son Mémoire.

Nous nous sommes demandé si les choses se passent réellement comme le pensait Cagniard-Latour, et nous avons cherché à déterminer, par diverses expériences, si, malgré la transformation apparente de toute la masse en gaz, l'état liquide ne persisterait pas au delà de la température critique.

Nous avons, pour cela, eu recours à une matière pouvant se dissoudre dans l'acide carbonique liquéfié en le colorant. Des expériences, faites il y a quelques années par l'un de nous (¹), avaient montré que l'iode jouit de cette propriété.

Nous avons déposé, par vaporisation, une petite quantité de cette matière à la partie supérieure d'un tube à compression. Une légère couche d'acide sulfurique, placée sur le mercure, le pro-

---

(¹) CAILLETET et HAUTEFEUILLE, *Changements d'état dans le voisinage du point critique* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCII, p. 840; 1881). Dans cette Note, l'huile bleue de galbanum est indiquée comme susceptible de colorer aussi l'acide carbonique liquide. Mais sa solubilité très imparfaite rend les effets observés incomparablement moins nets qu'avec l'iode.

tège et empêche la formation de l'iodure qui entraverait les expériences. Dès que le gaz liquéfié atteint le niveau de cet iode, il prend une coloration rose violacé, d'un aspect analogue à celui de l'iode en vapeurs ou dissous dans le chloroforme. En chauffant le tout au-dessus de 31°, température critique de l'acide carbonique, le ménisque disparaît avec les caractères habituels, mais la coloration persiste dans toute la région du tube occupée primitivement par le liquide. Elle ne se répartit pas dans toute la masse. Au voisinage du point où le ménisque a disparu, elle s'affaiblit graduellement sur une longueur de quelques millimètres sans atteindre la région supérieure du tube, qui reste incolore. Ceci semble indiquer que la surface seule du liquide disparaît, mais que celui-ci continue à exister au fond du tube.

On pourrait objecter, toutefois, qu'au-dessus du point critique la vapeur peut jouir de la propriété de dissoudre l'iode. Il n'en est rien, car la partie supérieure de la masse reste incolore au contact de l'iode solide adhérent au tube.

L'emploi du spectroscope confirme d'ailleurs pleinement cette conclusion. On sait, en effet, que le spectre d'absorption de l'iode dissous dans un liquide est absolument différent de celui de l'iode gazeux. Or, en suivant le phénomène, on ne trouve aucun changement dans le spectre au delà du point critique. Il continue à être celui que donne l'iode dissous dans un liquide.

Enfin, une série d'expériences d'un ordre tout différent apporte de nouvelles preuves à l'appui de la conclusion précédente.

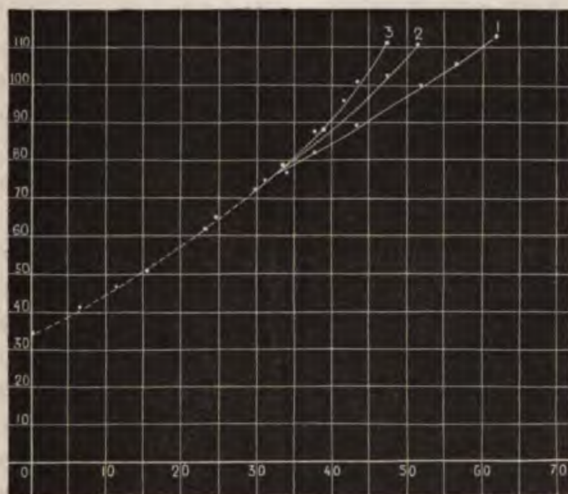
Imaginons un tube de capacité donnée contenant des quantités plus ou moins grandes d'acide carbonique liquéfié. Chauffons-le graduellement jusqu'au point critique. La pression va augmenter avec la température, et le tracé graphique des résultats donnera la courbe bien connue des tensions de la vapeur saturée du gaz liquéfié. Si, au point critique, il y a vaporisation totale, c'est-à-dire disparition complète du liquide, la vapeur cesse d'être saturée à partir de ce moment : on n'a plus qu'un gaz fortement comprimé qui se dilate en vase clos; la courbe correspondant à sa dilatation ne doit pas prolonger celle de la vapeur saturée. De plus, cette nouvelle courbe doit toujours être la même quelle que soit la quantité de liquide contenue dans le tube au moment de la vaporisation totale, puisqu'à ce moment le liquide, se réduisant en

vapeur dans l'espace qu'il occupait, produit, sur toute la longueur du tube, une matière homogène jouissant toujours de toutes les propriétés d'un gaz renfermé dans le volume total sous la pression critique.

Au contraire, admettons que l'état liquide persiste. La vaporisation va se continuer au delà du point critique jusqu'à l'épuisement complet du liquide. Dans ce cas, la seconde partie de la courbe ne devra pas toujours être la même; elle s'élèvera d'autant plus rapidement que la masse de liquide existant dans le tube au moment du point critique sera plus grande.

La *fig.* 1 montre que les choses se passent bien ainsi. Les

Fig. 1.



courbes tracées et numérotées 1, 2, 3 correspondent aux cas où le liquide occupe, au moment de la disparition du ménisque, des portions de la longueur totale du tube égales à $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{9}{10}$. On voit que la seconde partie de la courbe dépend du volume du liquide comparé au volume total, tandis que la première partie reste la même dans les trois cas.

Cette hypothèse de la persistance de l'état liquide au delà de la température critique avait été proposée par Ramsay en 1880, puis reprise et développée par Jamin quelques années plus tard (1883). Voici l'explication donnée par celui-ci.

A mesure que la température s'élève, la densité de la vapeur saturée augmente continuellement, tandis que celle du liquide décroît à cause de sa grande dilatation. Il arrive un moment où ces deux densités deviennent égales. A ce moment, d'après le principe d'Archimède, la vapeur ne tend plus à occuper la partie supérieure, ni le liquide la partie inférieure : la surface de séparation cesse d'être distincte : le liquide nage dans une atmosphère de même densité en formant avec elle une véritable émulsion.

Si cette explication est conforme aux faits, la diminution de densité du liquide par la dilatation devra se continuer au delà du point critique, ainsi que l'augmentation de densité de la vapeur saturée. Il devra donc se produire, un peu après ce point critique, le renversement du phénomène, c'est-à-dire la réunion en masse du liquide à la partie supérieure du tube.

Cette seconde partie de la théorie, développée surtout par Jamin à l'occasion d'expériences faites par l'un de nous sur la liquéfaction des mélanges gazeux (¹), a été soumise à l'épreuve; mais elle n'a donné que des résultats négatifs, même en poussant les températures jusqu'à produire la rupture des tubes.

Pour rechercher une explication plus complète et plus satisfaisante, et pour confirmer en même temps la conclusion que nous avons donnée plus haut, savoir la persistance de l'état liquide au delà du point critique, nous avons entrepris une série d'expériences complémentaires en prenant pour guide un phénomène intéressant que nous avons observé sur certains mélanges liquides. En 1876, M. Duclaux a montré (²) que deux liquides qui ne se dissolvent pas réciproquement à une certaine température peuvent le faire en toutes proportions dès qu'on les échauffe à un degré convenable. Parmi ces liquides, on peut citer l'alcool amylique et l'alcool ordinaire convenablement dilué dans l'eau. Nous avons enfermé ces deux liquides dans un tube. A la température ordinaire, l'agitation ne les mélange pas intimement : elle donne un

(¹) L. CAILLETET, *Compressibilité des mélanges gazeux* (*Journal de Physique*, 1re série, t. IX, p. 192; 1880, et J. JAMIN, *Point critique des gaz liquéfiés et des mélanges gazeux* (*Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 389; 1883).

(²) DUCLAUX, *Équilibre des mélanges liquides* (*Journal de Physique*, 1re série, t. V, p. 13; 1876).

liquide trouble qui au repos se sépare bientôt en deux couches parfaitement distinctes, séparées par un ménisque très net, comme celui de l'acide carbonique liquide au-dessous du point critique. Si l'on vient à chauffer le tube, la netteté du ménisque diminue, il s'estompe, s'épaissit, puis disparaît bientôt complètement, exactement comme celui de l'acide carbonique au point critique. A ce moment-là, si l'on agite, on voit se produire les mêmes stries ondulantes décrites par Andrews pour l'acide carbonique, puis le liquide s'éclaircit, le mélange des deux éléments devient absolument limpide et homogène et reste tel à partir de là quand la température continue à s'élever.

Si l'on refroidit, les stries ondoyantes réapparaissent bientôt, le liquide se trouble et se sépare à nouveau en deux couches, exactement à la température où le ménisque s'était effacé.

En résumé, on retrouve là la reproduction parfaite de tous les effets observés au point critique des gaz liquéfiés quand on les échauffe. Le liquide inférieur joue le rôle de la portion du gaz condensée à l'état liquide, et la couche supérieure le rôle de l'atmosphère gazeuse.

Le parallélisme complet des phénomènes observés avec ces liquides et avec les tubes à acide carbonique liquéfié leur rend entièrement applicable l'explication donnée par Jamin et basée sur l'hypothèse de l'égalisation des densités. Notre premier soin a donc été de rechercher si, à la température où se produit la disparition de la surface de séparation des deux liquides, les densités de ceux-ci deviennent égales. L'expérience a donné un résultat entièrement négatif : le liquide inférieur conserve, à cette température et au delà, une densité notablement plus grande que celle de la couche supérieure.

L'explication de Jamin se trouve donc en défaut ici. Il faut admettre que, si la surface de séparation disparaît, ce n'est pas parce que le liquide inférieur vient nager dans le liquide supérieur de même densité, mais bien parce que l'élévation de température a communiqué à ces deux liquides la propriété de se dissoudre mutuellement, propriété qu'ils ne possédaient pas à la température ordinaire.

Ce résultat nous ayant permis de mettre sérieusement en doute l'hypothèse de Jamin sur le point critique des gaz, nous avons

cherché à étendre à ceux-ci l'expérience précédente. Des recherches faites, il y a quelques années par l'un de nous, avec la collaboration de M. Mathias ([1]), sur la densité des gaz liquéfiés et de leurs vapeurs saturées, avaient montré que la différence de ces densités va bien en diminuant quand la température s'élève, de sorte que le tracé graphique des résultats semblait montrer qu'elles tendent vers une limite commune au point critique. En réalité, cette conclusion donnée par nous n'avait pu être complètement vérifiée à cause de la difficulté et de l'incertitude des mesures précises dans le voisinage immédiat du point critique. La vérification complète ayant ici une importance capitale, nous avons pu résoudre la question en répétant les expériences dont on vient de parler. Nous avons seulement pris les précautions voulues pour atteindre et dépasser le point critique et nous avons remplacé le mercure du tube en O par de l'acide sulfurique pour avoir plus de sensibilité. La dénivellation de l'acide sulfurique n'a nullement disparu d'une façon complète au point critique.

Il faut donc renoncer à admettre que la disparition apparente du liquide, à la température critique, est due à l'égalisation des densités.

Cette expérience montre d'ailleurs, en même temps, de la façon la plus nette, que le point critique n'est pas non plus celui où aurait lieu, d'après les idées de Cagniard-Latour, la vaporisation totale du liquide. En effet, si cela était, les deux branches du tube en O devraient renfermer toutes deux uniquement du gaz à partir de ce point. La dénivellation de l'acide sulfurique devrait donc, dans tous les cas, disparaître.

En résumé, nous croyons pouvoir tirer de l'ensemble de ces recherches les conclusions suivantes :

1° La température critique d'un gaz liquéfié n'est pas celle où le liquide se vaporise totalement, d'une façon brusque, dans l'espace qui le renferme. L'état liquide persiste au delà de cette température.

2° Ce n'est pas non plus la température à laquelle un liquide et sa vapeur saturée ont la même densité.

([1]) CAILLETET et MATHIAS, *Densité des gaz liquéfiés et de leurs vapeurs saturées* (*Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 549; 1886, et t. VI, p. 414; 1887).

3° C'est la température à laquelle un liquide et l'atmosphère gazeuse qui le surmonte deviennent susceptibles de se dissoudre mutuellement en toutes proportions, en formant, après agitation, un mélange homogène.

Remarquons que cette conclusion s'applique tout aussi bien au point critique observé par accroissement de pression (¹) sur les mélanges partiellement liquéfiables, tels que ceux d'acide carbonique et d'air, qu'à celui observé par l'élévation de température sur un gaz unique liquéfié. L'emploi du tube en O contenant de l'acide sulfurique nous a montré aussi que la disparition des ménisques de la portion liquéfiée, sous l'influence d'un accroissement convenable de pression, n'entraîne pas l'égalisation des niveaux de l'acide sulfurique dans les deux branches. Nous avons pu voir persister une dénivellation de 10^{mm} à 15^{mm} alors qu'il ne restait plus trace de ménisque dans aucune des branches.

De ces expériences résulte une conséquence importante sur les conditions de liquéfaction d'un gaz. Puisque l'état liquide proprement dit persiste au delà de la température critique, il ne doit pas être absolument nécessaire d'abaisser au-dessous de cette température celle d'un gaz pour le liquéfier. Le liquide doit réellement prendre naissance, par une pression suffisante, au-dessus de ce point critique; mais, au lieu de se séparer de la masse gazeuse non encore liquéfiée, il y reste dissous.

La vérification directe de ce fait présentait un très grand intérêt. Nous l'avons obtenue très facilement en reprenant le tube à dépôt d'iode signalé plus haut et rempli de gaz acide carbonique. Nous l'avons chauffé, avant toute compression, vers 40°, c'est-à-dire à une température supérieure de 9° environ au point critique, puis nous avons donné une pression de 80^{atm} à 100^{atm}. Nous avons vu la masse comprimée prendre la coloration rose violacé caractéristique de l'iode dissous, et cette coloration, observée au spectroscope, a bien donné le spectre de l'iode dissous dans un liquide et non de l'iode gazeux.

Il est probable, d'après cela, que bien qu'on n'ait encore pu

---

(¹) L. Cailletet, *Compressibilité des mélanges gazeux* (*Journal de Physique*, 1re série, t. IX, p. 192; 1880).

atteindre, d'une façon permanente, la température critique très basse de l'hydrogène, on a dû cependant en arriver assez près pour produire la liquéfaction de ce gaz dans les conditions qui viennent d'être indiquées.

Enfin l'interprétation que nous avons donnée plus haut du point critique fournit quelques données intéressantes sur la continuité de l'état liquide et de l'état gazeux de la matière.

Le point critique étant, ainsi que nous l'avons dit, la température à laquelle un liquide devient soluble en toutes proportions dans l'atmosphère qui le surmonte, si l'on amène à cette température un tube renfermant une très petite quantité de liquide, on aura, après la disparition du ménisque et l'agitation de la masse, un tout homogène qui sera une dissolution très étendue d'un liquide dans un gaz; elle présentera surtout les propriétés d'un gaz, aussi légèrement altérées que l'on voudra par la faible quantité de liquide dissous. Si la proportion de liquide augmente, les propriétés du liquide proprement dit s'accuseront aux dépens de celles du gaz, et enfin, avec un tube renfermant une quantité de liquide susceptible de le remplir presque complètement à la température critique, on aura, au-dessus de ce point et après agitation, une masse homogène dans laquelle les propriétés du gaz auront presque complètement disparu pour faire place exclusivement à celles du liquide. On peut donc non seulement concevoir, mais obtenir ainsi une série de corps homogènes mixtes, réalisant d'une façon tout à fait continue toutes les transitions possibles entre l'état liquide et l'état gazeux de la matière.

APPLICATION DE LA MÉTHODE GRAPHIQUE (1) A LA MESURE DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT DE LIQUIDES VISQUEUX PAR UN ORIFICE EN MINCE PAROI;

PAR M. TH. VAUTIER.

Les liquides employés sont des sirops de glucose plus ou moins concentrés, que je désignerai par des numéros d'ordre.

---

(1) *Voir* p. 301 de ce Volume.

1° *Expériences préliminaires.* — Pour caractériser la viscosité des différentes solutions de glucose, j'ai déterminé leur coefficient de frottement intérieur par rapport à celui de l'eau, à l'aide de la méthode de Poiseuille.

Soient

T la durée de l'écoulement d'un volume de glucose à travers un tube de petit diamètre;

t la durée d'écoulement d'un même volume d'eau dans les mêmes conditions ([1]).

$\frac{T}{t} = \eta$ est la quantité que j'ai mesurée et que j'appelle *viscosité* dans ce qui suit, par abréviation.

Pour chaque glucose la viscosité a été mesurée à trois températures comprises entre 11° et 27°; les trois valeurs correspondantes ont été reliées par une formule d'interpolation. Lors des expériences suivantes, en mince paroi, il suffira donc de prendre la température du liquide pour pouvoir calculer sa viscosité.

2° *Vitesse d'écoulement des glucoses par un orifice en mince paroi.* — Pour mesurer cette vitesse, j'ai employé la méthode graphique et les appareils précédemment décrits ([2]). Rien n'a été changé : les glucoses ont été simplement substitués à l'eau dans le

---

([1]) On ne peut comparer directement la durée d'écoulement des glucoses les plus visqueux à celle de l'eau, dans un même tube, parce que l'eau s'écoule trop vite dans les tubes assez larges (diam. = $1^{mm},6$) qu'il faut employer dans ce cas. Mais on prend comme intermédiaire un glucose de viscosité moyenne $\eta = \frac{T}{t}$; on détermine directement T et t au moyen d'un premier tube (diamètre $< 0^{mm},7$) qui convient à la fois pour ce glucose et pour l'eau. Ensuite on fait écouler dans un second tube plus large (diamètre = $1^{mm},6$) un même volume dans les mêmes conditions de pression et températures :

1° Le même glucose $\eta = \frac{T'}{t'}$; T' durée que l'on mesure.

2° Le glucose très visqueux $\eta_1 = \frac{T''}{t'}$. On note la durée T''.

On a, par suite,

$$\frac{\eta_1}{\eta} = \frac{T''}{T'}, \qquad \eta_1 = \frac{TT''}{tT'}.$$

([2]) Ce Volume, p. 305 et 306, *fig.* 4 et 5.

vase muni de l'orifice de $5^{mm},76$ de diamètre ([1]). Les mesures ont été prises sur les photographies, et les résultats calculés, comme on l'a vu, pour l'écoulement de l'eau. Je réunis, dans le Tableau général suivant, les vitesses d'écoulement des jets de glucose à des distances croissantes de l'orifice ([2]).

---

(1) On fait pour chaque glucose un liquide de même densité pour former les petites bulles qui passent dans le jet : un mélange de nitrobenzine et de chloroforme convient.

(2) Les vitesses à l'orifice et les nombres marqués d'un astérisque sont déduits des courbes, comme il sera dit plus loin.

Tableau général.

Numéro du cliché. I.	Numéro des glucoses. II.	Température. III.	Viscosité par rapport à l'eau, η. IV.	Hauteur du liquide au-dessus de l'orifice H. V.	Vitesse à l'orifice. VI.	Vitesses trouvées à $0^m,0123$. VII.	à $0^m,0226$. VIII.	à $0^m,0329$. IX.	à $0^m,0433$. X.	à $0^m,0536$. XI.
		°		m	m	m	m	m	m	m
26...	2	23,6	567	0,277	1,638	1,698*	1,754	1,811	1,859	»
28...	»	»	»	0,198	1,327	1,400*	1,461	1,519	1,582	»
29...	»	»	»	0,101	0,854	0,959*	1,043	1,137	1,219	»
21...	»	23,3	581	0,273	1,605	1,666*	1,714	1,787	1,818	»
23...	»	»	»	0,080	0,690	0,815*	0,944	1,035	1,135	»
12...	3	22,0	906	0,106	»	»	0,868	0,972	»	»
10...	»	»	»	0,091	»	»	0,829	0,939	»	»
51...	2	18,0	929	0,267	1,278	1,356	1,417	1,477	1,549	1,604
55...	»	»	»	0,243	1,180	1,271	1,347	1,394	1,475	1,538
58...	»	»	»	0,1035	0,600	0,717	0,841	0,943	1,046	1,129
34...	4	23,6	1083	0,246	1,050	1,132	1,231	1,302	1,370	1,446
36...	»	»	»	0,199	0,875	0,987	1,079	1,165	1,247	1,319
38...	»	»	»	0,104	0,520	0,669	0,793	0,897	1,002	1,091
31...	»	23,2	1122	0,188	0,842	»	1,033	1,120	»	»

Tableau général (suite.)

Numéro du cliché. I.	Numéro des glucoses. II.	Température. III.	Viscosité par rapport à l'eau, η. IV.	Hauteur du liquide au-dessus de l'orifice H. V.	Vitesse à l'orifice. VI.	Vitesses trouvées à 0m,0123. VII.	à 0m,0226. VIII.	à 0m,0329. IX.	à 0m,0433. X.	à 0m,0536. XI.
		°		m	m	m	m	m	m	m
64...	4	13,95		0,219	0,442	0,584	0,699	0,808	0,912	1,008
67...	»	14,15	2801	0,169	0,352	0,501	0,631	0,736	0,851	0,942
69...	»	14,35		0,114	0,238	0,405	0,542	0,658	0,771	0,880
18...	8	23,7	7214	0,094	0,092	0,222*	0,327	0,437	0,542	0,650*
19...	»	23,2	7639	0,114	0,104	0,230*	0,329	0,431	0,536	»
13..	»	21,8	9017	0,126	»	»	0,341	0,420	0,520	»
40...	7	18,2	13217	0,300	0,134	0,236*	0,320	0,408	0,505	0,578
41...	»	»	»	0,220	0,101	0,201	0,287	0,367	0,479	0,554
43...	»	»	»	0,108	0,044	0,151*	0,236	0,329	0,414	0,505*
45...	»	17,7	14176	0,292	0,120	0,224	0,311	0,395	0,477	0,567
48...	»	»	»	0,217	0,089	0,190	0,271	0,357	0,447	0,532
						à 0m,0119.	à 0m,0171.	à 0m,0248.	à 0m,0351.	à 0m,0454.
71...	5	14,53	9790	0,302	0,175	0,304	0,355	0,436	0,527	0,627
72...	»			0,231	0,132	0,264	0,309	0,393	0,490	0,590
73...	»	14,71	9587	0,143	0,082	0,197	0,244	0,314	0,417	0,515

Représentation graphique des vitesses du jet à différentes distances de l'orifice, pour un même liquide sous une même hauteur (*fig.* 1 et 2). — Chaque expérience peut être représentée

Fig. 1.

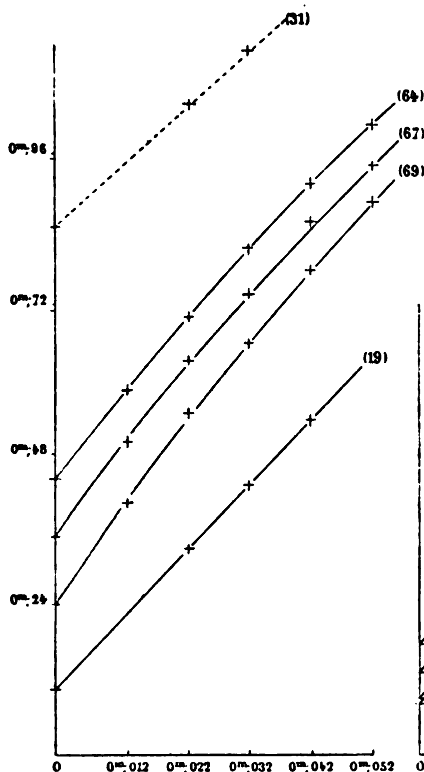
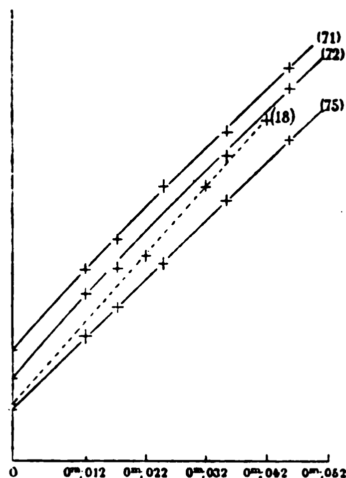


Fig. 2.



par une courbe en prenant pour ordonnées les vitesses trouvées à différentes distances, $0^m,0123$, $0^m,0226$, ..., de l'orifice, et pour abscisses ces distances ([1]). Quelques-unes de ces lignes sont tracées sur les *fig.* 1 et 2; elles sont presque des droites ([2]). On a

---

([1]) Le numéro placé à la droite de chaque ligne est celui du cliché correspondant (*Tableau général*, Ire colonne).

([2]) Si l'on considère directement les vitesses inscrites sur une même ligne du Tableau général qui correspondent à des sections du jet distantes entre elles de $0^m,0103$, on trouve que la différence de deux vitesses consécutives est à peu près constante.

prolongé chaque ligne de manière à connaître pour chaque liquide la vitesse à l'orifice (Tableau général, col. VI) que l'on ne peut déterminer expérimentalement, car l'image des bulles n'est visible qu'à 7^{mm} de l'orifice, quelquefois même à 17^{mm}; les nombres de la col. VII du Tableau général sont marqués d'un astérisque lorsqu'ils sont déduits des courbes : tous les autres résultent de mesures directes.

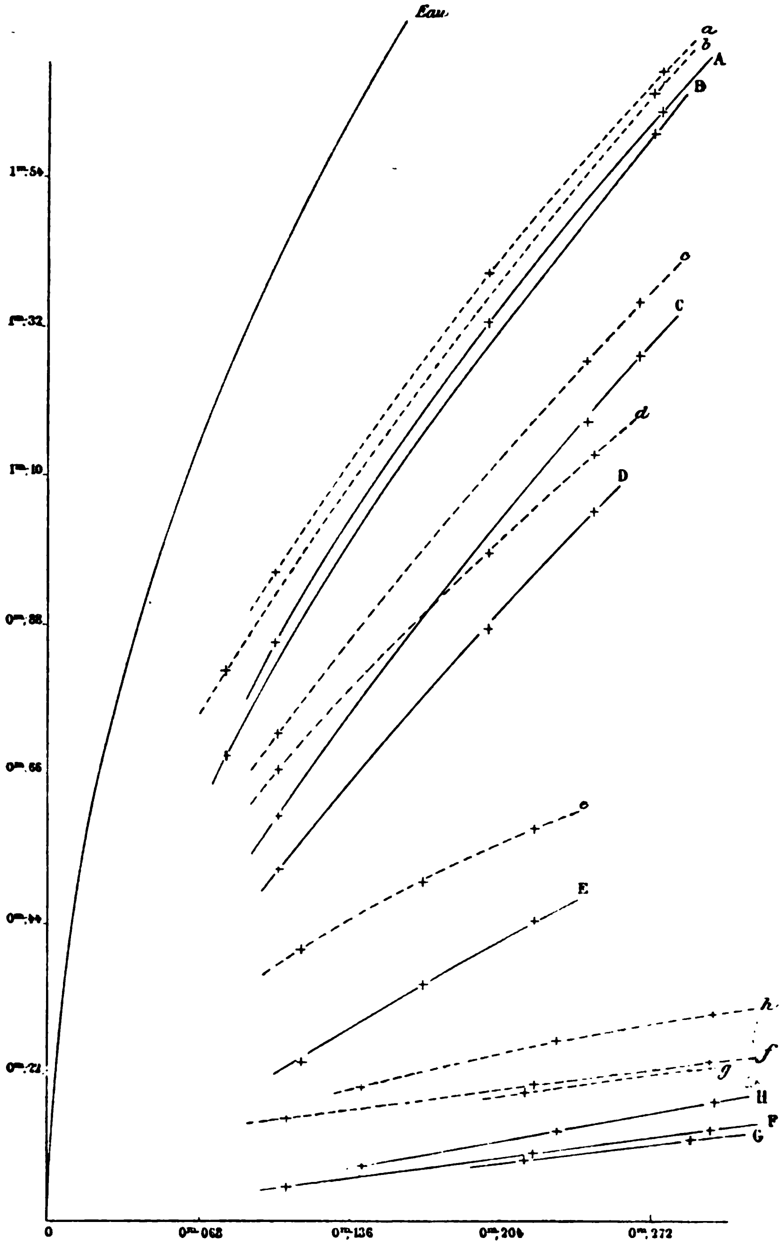
Vitesse d'écoulement d'un liquide de viscosité donnée, sous différentes hauteurs (*fig.* 3). — On a pris comme abscisses les hauteurs H de liquide dans le vase, et comme ordonnées les vitesses à l'orifice (traits pleins) et à $0^m,0123$ de l'orifice (traits ponctués, nombres des col. VI et VII du Tableau). On a tracé aussi la courbe représentant, d'après Torricelli, l'écoulement de l'eau à l'orifice dans les mêmes conditions.

Les courbes relatives aux glucoses s'écartent visiblement de celle qui représente la loi de Torricelli. Pour des viscosités croissantes, elles tendent à devenir des droites : notamment celles qui représentent la vitesse à l'orifice des glucoses de viscosité supérieure à 2800; pour ces liquides la vitesse est sensiblement proportionnelle à la hauteur. On peut calculer la valeur du rapport $m = \frac{V}{H}$, en extrayant du Tableau général (col. VI) les vitesses à l'orifice des glucoses pour lesquels $n \geqq 2800$, ainsi que les hauteurs correspondantes : on trouve ainsi que m est à peu près constante et inversement proportionnelle au coefficient de frottement intérieur (à $\frac{1}{20}$ près environ).

Vitesse d'écoulement de liquides de différentes viscosités, sous une même hauteur. — Chaque courbe (*fig.* 4) est construite en prenant pour abscisses les viscosités des glucoses et pour ordonnées les vitesses à l'orifice relatives à une même hauteur H pour trois valeurs $H = 0^m,104$; $H = 0^m,198$; $H = 0^m,275$; valeurs dont on s'est le plus souvent rapproché dans le cours des expériences; les vitesses sont déduites des courbes (*fig.* 3, traits pleins) qui indiquent la variation de la vitesse avec la hauteur.

On obtient ainsi trois courbes de même allure : on remarque sur chacune d'elles que, pour des viscosités η croissant de 0 à 1500

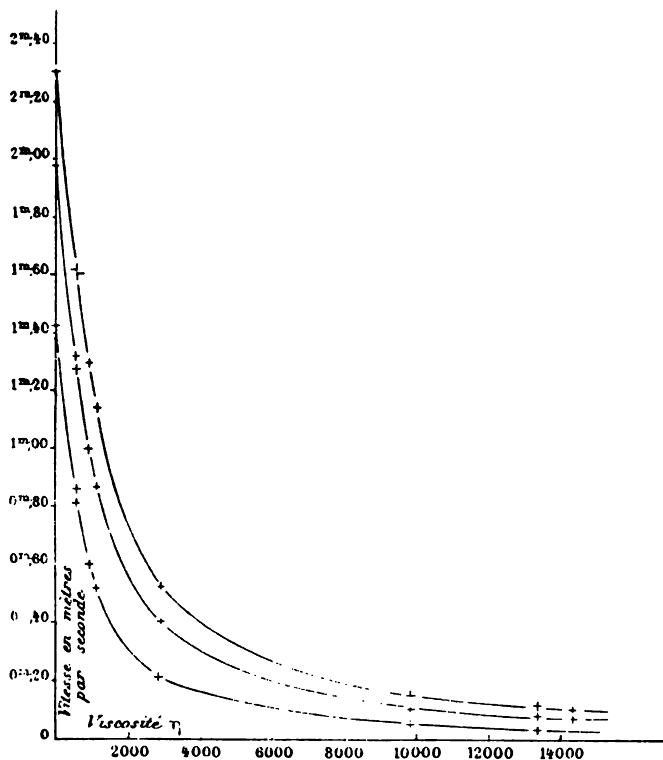
Fig. 3.



Légende. — A, *a*, d'après les nos 26, 28, 29. — B, *b*, d'après les nos 21, 23. — C, *c*, d'après les nos 51, 55, 58. — D, *d*, d'après les nos 34, 36, 38. — E, *e*, d'après les nos 64, 67, 69. — F, *f*, d'après les nos 40, 41, 43. — G, *g*, d'après les nos 45, 48. — H, *h*, d'après les nos 71, 72, 75.

environ, la vitesse décroît rapidement; pour des viscosités plus fortes, et notamment à partir de $\eta > 2800$, on a vu plus haut que la vitesse est sensiblement proportionnelle à la hauteur, $V = mH$, m étant à peu près constante et inversement proportionnelle à la viscosité; donc sur une même courbe, c'est-à-dire pour des li-

Fig. 4.



quides s'écoulant sous une même hauteur H, on a dans les mêmes limites $V\eta =$ const.; la vitesse varie en raison inverse de la viscosité. La partie de la courbe relative à ces liquides ($\eta > 2800$) se rapproche notablement d'un arc d'hyperbole rapporté à ses asymptotes, comme on le voit sur la figure.

Perte de charge relative à l'écoulement de liquides visqueux par un orifice en mince paroi. — Lorsqu'un liquide de visco-

sité négligeable et de densité δ s'écoule sous une hauteur H, le travail total, relatif à l'écoulement de vitesse V′ qui débite un volume U, a pour expression

$$H\delta U = \frac{1}{2}\frac{U\delta}{g}V'^2.$$

La hauteur $H = \frac{V'^2}{2g}$ communique au jet la vitesse $V' = \sqrt{2gH}$: c'est le théorème de Bernoulli.

Mais, si le liquide est visqueux ([1]), le même travail total $H\delta U$ est employé à fournir le travail $\mathfrak{T}$ dû au frottement interne et à communiquer à l'écoulement une force vive égale à $\frac{1}{2}\frac{U\delta}{g}V^2$, la vitesse V étant plus petite que V′. On a donc

$$H\delta U = \mathfrak{T} + \frac{1}{2}\frac{U\delta}{g}V^2.$$

Posons $\frac{V^2}{2g} = h$; h est la hauteur qui suffirait à donner au jet la vitesse V si le liquide n'était pas visqueux. On aura ainsi, pour expression du travail interne $\mathfrak{T}$,

$$(1) \qquad \mathfrak{T} = (H - h)\delta U.$$

L'effet de la viscosité se manifeste par une perte de charge $(H - h)\delta$ qui se déduit aisément des résultats de nos mesures : on trouve, dans le Tableau général, qu'un liquide de viscosité η_1, de densité δ, s'écoule sous une hauteur H avec une vitesse à l'orifice V_0 qui fait connaître $h = \frac{V_0^2}{2g}$. On a calculé ainsi la valeur numérique de $(H - h)\delta$ pour chaque expérience ([2]), et l'on a inscrit dans le Tableau suivant la valeur du rapport $\frac{(H-h)\delta}{V_0} = K$ de la perte de charge à la vitesse correspondante, ainsi que la valeur du rapport $\frac{K}{\eta_1}$:

([1]) Nous supposons, pour plus de simplicité, que la densité du liquide reste la même; $H\delta$ représente alors la même pression pour le liquide, qu'il soit visqueux ou non.

([2]) Excepté pour les nos 18 et 19, relatifs à des expériences faites dans des conditions particulières. Voir *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. XV, p. 466.

Numéro du cliché.	Hauteur du liquide au-dessus de l'orifice H.	Vitesse à l'orifice V_0.	$\frac{(H-h)\delta}{V_0} = K$.	Valeur moyenne de K.	$\frac{K}{\eta}$.	Viscosité. η.	Densité. δ.
	m	m			0,000		
26...	0,277	1,638	0,1156				
28...	0,198	1,327	0,1102	0,1120	1975	567	1,351
29...	0,101	0,854	0,1103				
21...	0,273	1,605	0,1194	0,1142	1965	581	»
23...	0,080	0,690	0,1090				
51...	0,267	1,278	0,1960				
55...	0,243	1,180	0,1974	0,1952	2101	929	1,354
58...	0,1035	0,600	0,1921				
34...	0,246	1,050	0,2469				
36...	0,199	0,875	0,2497	0,2448	2260	1083	1,366
38...	0,104	0,520	0,2377				
31...	0,188	0,842	0,2464	0,2464	2196	1122	»
64...	0,219	0,442	0,6485				
67...	0,169	0,352	0,6334	0,6407	2287	2801	1,371
69...	0,114	0,238	0,6401				
71...	0,302	0,1752	2,389				
72...	0,231	0,1326	2,417	2,408	2486	9688	1,393
75...	0,143	0,082	2,418				
40...	0,300	0,134	4,1292				
41...	0,220	0,101	3,0467	3,205	2425	13217	1,402
43...	0,108	0,044	3,4392				
45...	0,292	0,120	3,4026	3,4075	2404	14176	»
48...	0,217	0,089	3,4125				

On peut déduire de ces nombres les conclusions suivantes :

1° Pour un liquide de viscosité donnée, la perte de charge est à peu près proportionnelle à la vitesse du jet à l'orifice; K est en effet constant à $\frac{1}{28}$ près en moyenne.

2° La perte de charge K (pour une vitesse égale à l'unité) croît un peu plus vite que la viscosité; les nombres de la sixième colonne montrent que, la viscosité variant de 560 à 14000 (soit de 1 à 25), le rapport $\frac{K}{\eta}$ croît lentement et d'une manière continue.

Pour déterminer analytiquement le travail interne $\mathfrak{T}$ de frottement, il faudrait savoir suivant quelle loi les vitesses sont distribuées à l'intérieur du liquide qui s'écoule. Cette loi n'étant pas

connue, j'ai cherché à quel résultat on arrive en supposant que la distribution des vitesses à l'intérieur du vase reste semblable à elle-même, alors que la hauteur H et la viscosité η du liquide varient.

On sait que la force de frottement f entre deux filets liquides contigus est proportionnelle à la différence dv de vitesse qui existe entre eux : $f = m\,dv$, m étant une constante proportionnelle à la viscosité du liquide. Supposons que deux filets déterminés aient une différence de vitesse dv toujours proportionnelle à la vitesse V du jet, et qu'ils fournissent à l'écoulement une fraction constante du débit U, c'est-à-dire qu'on ait $dv = aV$, $du = bU$, a et b étant des constantes dont la valeur ne dépend que de la situation des deux filets considérés. Le travail du frottement sur ces filets sera

$$f\,du = m\,dv\,du = mab\mathrm{VU},$$

et le travail total $\mathfrak{T}$ relatif à l'écoulement de vitesse V qui débite un volume U

$$\mathfrak{T} = \Sigma f\,du = m\mathrm{VU}\,\Sigma ab,$$
$$\mathfrak{T} = \mathrm{KVU},$$

K étant une constante proportionnelle au coefficient de frottement intérieur du liquide; on a donc, d'après (1),

$$(\mathrm{H} - h)\delta = \mathrm{KV}.$$

Ainsi, en supposant que l'écoulement reste semblable à lui-même, K doit être constant et, notamment, proportionnel à la viscosité η; d'autre part, l'expérience montre, par les résultats du dernier Tableau, que cette quantité, sans être constante, varie toutefois assez peu lorsque la viscosité augmente notablement (de 500 à 14000). Il semble donc que la distribution des vitesses, sans rester semblable à elle-même, se modifie graduellement, mais avec lenteur pour des liquides de viscosités très différentes.

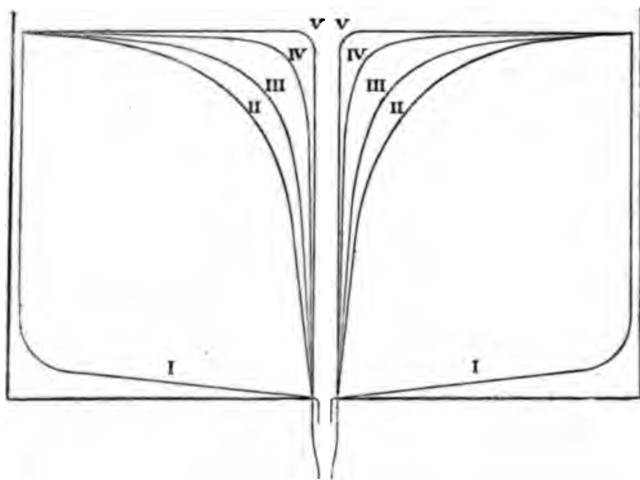
Forme des filets liquides. — Dans le même ordre d'idées, je représente (*fig.* 5) les trajectoires [1] que suit une bulle située à environ $0^{m},10$ au-dessus du fond du vase et près de sa surface latérale, pour arriver à l'orifice :

---

[1] Trajectoires approximatives, dessinées d'après l'observation directe du chemin parcouru par des bulles formées de chloroforme et nitrobenzine, qui flottent dans le glucose.

I. Dans le cas de l'eau. II. Pour un liquide de viscosité 3000. III. Pour un liquide de viscosité 24000. IV. Pour une pâte céramique. V. Pour un bloc de plomb. Ces deux derniers résultats sont dus à M. Tresca et extraits de l'un de ses Mémoires ([1]).

Fig. 5.



On voit immédiatement que, pour les solutions visqueuses, les filets ont des formes intermédiaires entre celles des substances très fluides, et celles des corps solides. En outre, quand la viscosité varie de 3000 à 24000, les différences entre les trajectoires des liquides correspondants deviennent de plus en plus petites, c'est-à-dire que la distribution des filets tend à différer de moins en moins, conclusion à laquelle nous avait déjà conduit le calcul des pertes de charge.

Mesures de dépense. — J'ai déterminé le volume de liquide écoulé par seconde, pour des glucoses dont la viscosité est comprise entre 500 et 24000 fois celle de l'eau. Les liquides sont contenus dans un vase cylindrique de 30^{cm} de diamètre, muni d'un orifice de $5^{mm},76$ de diamètre ([2]).

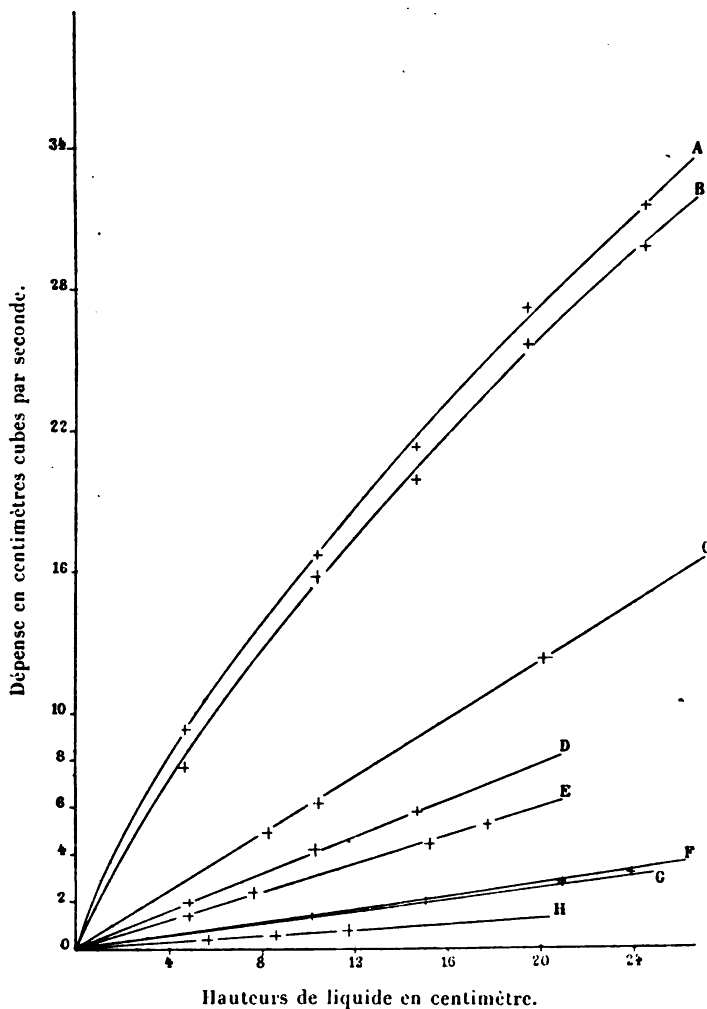
([1]) *Savants étrangers*, t. XX, p. 282, pl. I et XIII.

([2]) Pour le détail des mesures, voir *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XV, p. 468.

Résultats. — 1° Dès que la viscosité des glucoses dépasse 2000,

Fig. 6.

Variation de la dépense avec les hauteurs de liquide.



Légende. — Viscosité des liquides A, B, C, ...

A... 637	D... 2946 à 2755	G... 11240
B.... 807 à 783	E.... 3823	H... 23480
C.... 2168	F... 10580	

la dépense Q est à peu près proportionnelle à la hauteur H du

liquide qui s'écoule (à $\frac{1}{30}$ près). Même conclusion pour un orifice de 4^{mm} de diamètre.

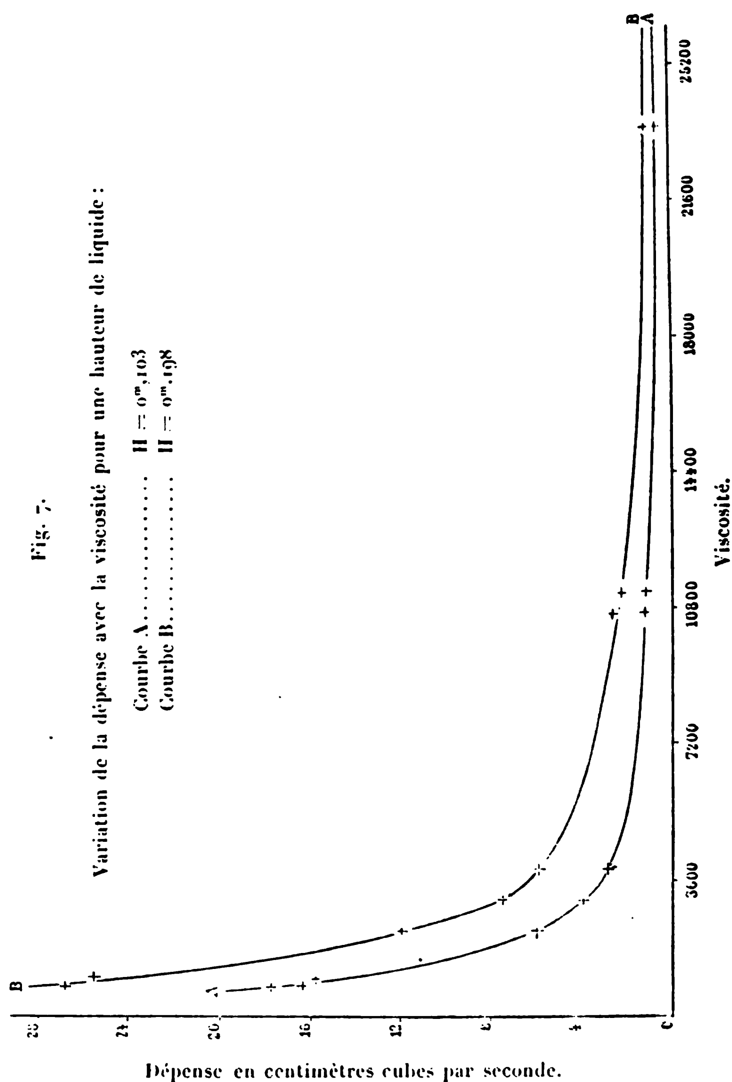


Fig. 7.

Variation de la dépense avec la viscosité pour une hauteur de liquide :

Courbe A.............. H = $0^{m},103$
Courbe B.............. H = $0^{m},198$

2° Si l'on désigne par m, m', ... les valeurs du rapport $\frac{Q}{H}$ pour des liquides de viscosité η, η', ..., supérieurs à 2000, on a,

mais seulement à $\frac{1}{9}$ près,

$$m\tau_1 = m'\tau_1' = \ldots.$$

Les courbes ci-jointes (*fig.* 6 et 7) représentent l'ensemble des expériences.

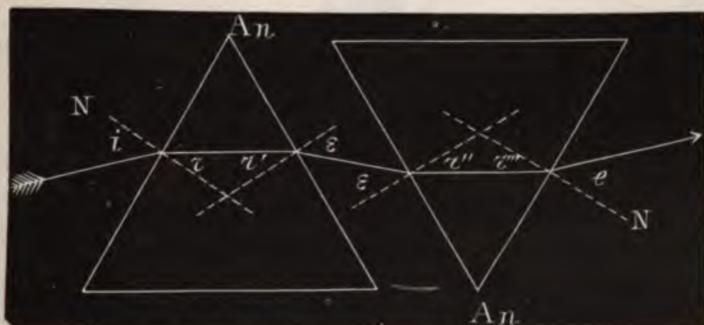
RÉFRACTOMÈTRE DE M. A. DUPRÉ. APPAREIL POUR MESURER LES INDICES DE RÉFRACTION DES LIQUIDES OU DES GAZ, CONSTRUIT POUR LE LABORATOIRE MUNICIPAL DE PARIS;

PAR PH. PELLIN.

Principe de la méthode. — Considérons deux prismes de même angle An et An disposés en sens inverse, de manière à former un biprisme dont les faces extérieures soient parallèles entre elles.

Pour plus de clarté, nous supposerons, dans la figure, les deux prismes séparés l'un de l'autre par une couche d'air à faces parallèles.

Fig. 1.



n et n' étant les indices de réfraction des prismes, supposons

$$n' < n.$$

Examinons un cas particulier réalisable mécaniquement, celui où le rayon émerge normalement à la face externe du prisme le moins réfringent ou, ce qui revient au même, le cas où l'incidence est normale à cette même face.

Dans ces conditions, la déviation totale δ devient égale à r et l'on a

$$e = 0,$$
$$r''' = 0,$$
$$r + r' = A,$$
$$r'' = A,$$

et, en se servant des formules connues,

$$\sin i = n \sin r, \tag{1}$$
$$n' \sin r'' = n \sin r', \tag{2}$$
$$\sin e = n' \sin r''' = 0. \tag{3}$$

Après avoir remplacé i, r, r', r'' par leurs valeurs, on arrive à la formule suivante

$$n' = \sin\delta \cot A + \sqrt{n^2 - \sin^2\delta}, \tag{4}$$

qui donne la valeur de

n' en fonction de valeurs connues;
n indice de réfraction de la matière du prisme le plus réfringent;
δ déviation totale;
A angle du prisme.

Pour rendre la formule (4) calculable par logarithmes, il convient de poser

$$\cos\varphi = \frac{\sin\delta}{n}; \tag{5}$$

on a, en supposant toujours $n' < n$,

$$n' = \frac{n \times \cos(\varphi - A)}{\sin A}. \tag{6}$$

Description de l'appareil. — Il se compose d'un arc de cercle B (*fig.* 2) monté sur un pied à vis calantes; le limbe est divisé en demi-degrés.

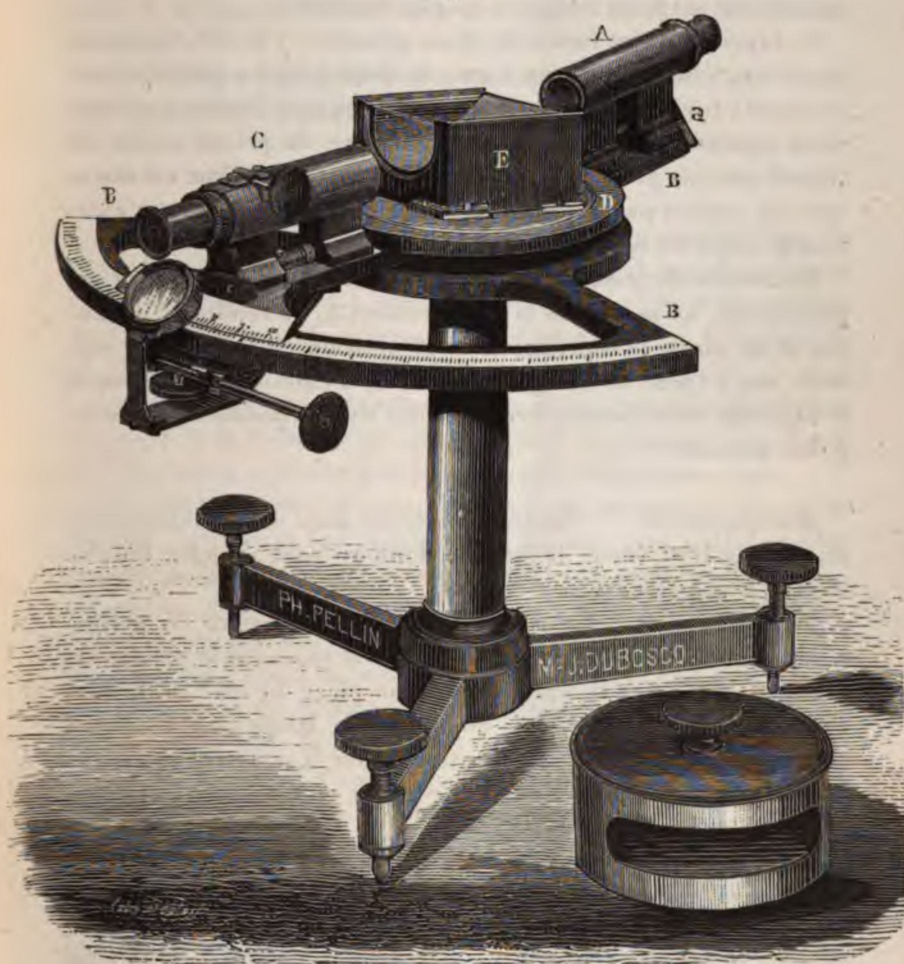
Un prolongement fixe de l'arc de cercle supporte en A un collimateur à réticules en croix, qui peut être éclairé par la lumière monochromatique d'un brûleur à chlorure de sodium fixé à demeure dans l'axe du collimateur.

Une lunette C, dont le réticule est en croix de Saint-André, est invariablement fixée sur une alidade à double vernier permettant

la lecture de la minute (29 divisions du limbe correspondant à 30 divisions du vernier).

Les positions respectives de la lunette et du vernier sont ré-

Fig. 2.



glées une fois pour toutes par le constructeur, de manière à superposer le réticule de la lunette au point de croisement des fils du collimateur, quand la déviation est nulle et que le zéro du vernier coïncide exactement avec le zéro du limbe.

D est un plateau mobile autour d'un axe vertical : son mouvement peut être indépendant de celui de l'alidade; ce plateau porte à sa surface supérieure des repères saillants entre lesquels le biprisme E peut être encastré dans une position invariable et en maintenant ses faces normales au plan du limbe.

Le biprisme E est formé par deux prismes ([1]) de 60°, l'un plein en crown, l'autre creusé en forme de demi-cylindre parallèlement à sa base; ces deux prismes sont accolés en sens inverse par leurs faces symétriques et la surface antérieure du prisme creux est fermée par une glace à faces parallèles; tout le système est maintenu en contact par une garniture métallique qui s'emboîte exactement entre les repères du plateau D.

La tranche du plateau D est percée de deux trous coniques qui permettent, au moyen de la tige à ressort *a*, de rendre le plateau fixe et de placer le biprisme dans la position de l'incidence normale, ou, à l'aide de la tige à ressort C, d'entraîner le plateau et le biprisme solidairement avec l'alidade dans la position de l'émergence normale.

Manipulation. — Placer le biprisme dans les encastrements du plateau D et verser le liquide dont on veut prendre l'indice dans le prisme creux.

Si le liquide est moins réfringent que la matière du prisme plein, on réalise l'incidence normale en tournant le plateau de manière à engager la tige dans le trou placé du côté de la face extérieure du prisme creux; on allume la lampe monochromatique, puis on observe dans la lunette en la poussant peu à peu vers la gauche jusqu'à ce que son réticule se superpose à celui du collimateur et on lit la déviation A.

On retire la tige *a* et on la cale sur la partie postérieure de la monture du collimateur; on rend libre la tige C et l'on tourne le plateau D en sens inverse de la marche des aiguilles d'une montre, jusqu'à ce que la tige C s'engage dans le trou creusé du côté de la face extérieure du prisme creux.

([1]) Pour avoir exactement le même angle pour les deux prismes, il convient de les couper perpendiculairement aux faces dans un prisme unique.

L'instrument ainsi disposé pour observer dans la position de l'émergence normale, il suffit d'observer en entrainant en même temps de gauche à droite la lunette et le plateau supportant le biprisme, jusqu'au moment où l'on obtient la coïncidence des réticules de la lunette et du collimateur, puis on fait une nouvelle lecture Δ'.

La déviation δ produite par le biprisme est donnée par la demi-somme des deux lectures

$$\delta = \frac{\Delta + \Delta'}{2}.$$

Connaissant, une fois pour toutes, l'indice n du crown du prisme plein $n = 1,5169$, la valeur de l'angle $A = 60°,1$, qui est rigoureusement le même pour le prisme plein et le prisme creux, on a tous les éléments nécessaires poûr calculer les formules (5) et (6).

Lorsque l'indice à mesurer est plus grand que celui du crown, on opère de la même façon, en ayant soin de produire l'incidence et l'émergence normales à la face extérieure du prisme plein.

Ces calculs peuvent du reste être évités en traçant d'avance pour chaque instrument les courbes des indices plus petits et plus grands que celui du crown ; on prend pour ordonnées les déviations croissantes et pour abscisses les indices calculés correspondants.

Cet instrument évite les tâtonnements plus ou moins longs auxquels on est exposé en employant les appareils ordinaires pour placer les faces des prismes perpendiculairement au plan du limbe et pour rechercher la position du minimum.

La détermination d'un indice par un observateur non exercé se fait en moins de cinq minutes quand on se sert de courbes à grande échelle ; celles établies au laboratoire municipal de Paris permettent la détermination des indices avec quatre décimales.

Un millimètre représente une minute ou deux unités de la quatrième décimale des indices.

RÉFRACTOMÈTRE A LENTILLE POUR LIQUIDES;

PAR M. N. PILTSCHIKOFF.

La détermination des indices de réfraction, outre l'intérêt qu'elle présente au point de vue scientifique, peut recevoir une application très utile à l'analyse technique dans tous les cas où l'on détermine la richesse d'une dissolution ou la constitution d'un mélange des liquides par le *procédé aréométrique*. L'indice de réfraction d'une dissolution est lié, en effet, à la quantité des corps dissous par la même équation que sa densité (avec paramètres différents, bien entendu). D'ailleurs la méthode réfractométrique est indépendante de la capillarité et n'exige que très peu de liquide. Il y a enfin des cas (par exemple dans l'examen des falsifications des huiles) où les densités des corps mélangés sont presque identiques, tandis que les indices sont assez différents. L'emploi du réfractomètre est alors très avantageux.

La seule cause qui empêche cette méthode de se répandre dans les laboratoires techniques est la complication des réfractomètres fondés sur l'emploi de goniomètres d'un réglage long et pénible et le prix élevé des appareils. Je suis parvenu à combiner un appareil très simple dont l'emploi est tout aussi facile et aussi rapide que celui des aréomètres et qui n'exige *qu'une goutte* du liquide à étudier.

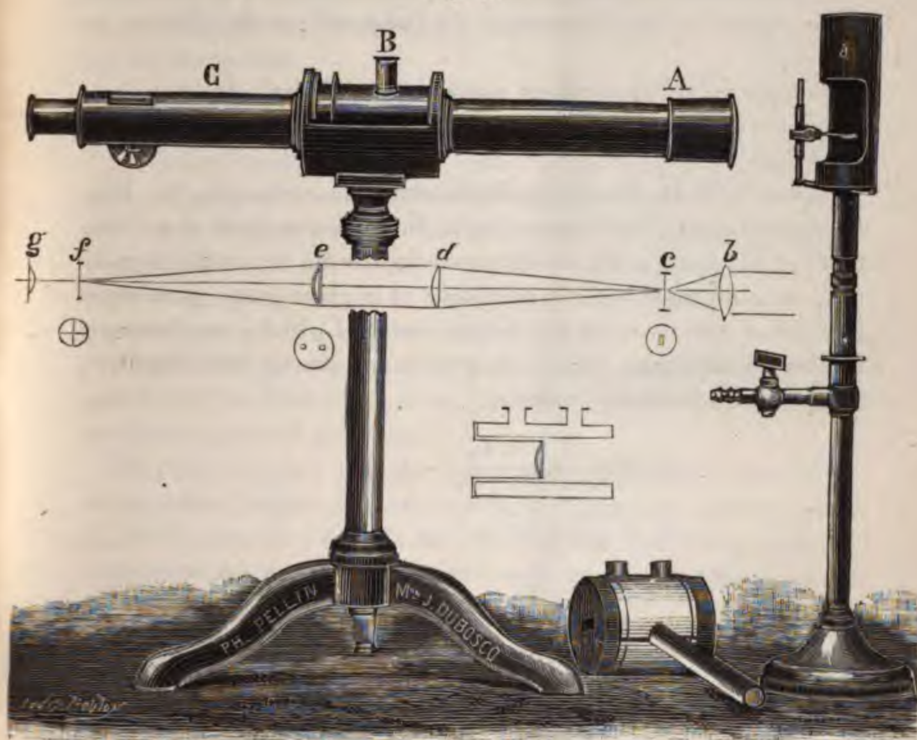
Ce nouveau réfractomètre est fondé sur la relation qui existe entre l'indice de réfraction d'une lentille de courbures données et sa distance focale. Il se compose de trois parties : un objet lumineux, une lentille creuse remplie de liquide et un écran sur lequel la lentille projette l'image réelle de l'objet lumineux.

Pour l'objet lumineux, je prends quelques fentes dans un écran *c* (*fig.* 1) qui constitue, avec une lentille *d*, le collimateur A. L'écran *c* est bien éclairé au moyen d'une lampe monochromatique *a* dont les rayons sont concentrés sur cet écran par une lentille *b*.

Pour la lentille creuse, je prends un ménisque en crown de courbure convenable. Dans ce ménisque on fait tomber une ou deux gouttes de liquide, on le couvre avec une glace plane à faces

parallèles, puis avec un petit écran ayant deux trous circulaires ; enfin on porte la lentille dans un manchon B qui constitue la partie centrale de l'appareil.

Fig. 43.



L'image des fentes *c* se forme dans le tube C. On agit sur la crémaillère pour amener l'écran *f* en verre dépoli dans le plan focal de la lentille *e* (on regarde cette image au travers d'une forte loupe *g*). On note le nombre que donne l'échelle tracée sur la partie supérieure du tube C. Avec ce nombre, on trouve immédiatement, dans une table, l'indice de réfraction du liquide qui remplit la lentille.

L'échelle est divisée en millimètres. Il est évident qu'elle peut être divisée de telle façon que les numéros expriment les indices cherchés.

Si l'on veut étudier l'influence de la température sur l'indice, on place la lentille dans un manchon spécial à double paroi rempli d'huile qu'on chauffe au moyen d'un bec de gaz ou d'une lampe ordinaire et qui permet d'atteindre facilement 150°. On élimine, par l'expérience comparative avec une lentille en crown, l'influence de la variation des dimensions de l'appareil et de l'indice du ménisque.

La théorie de l'appareil est assez simple. Il s'agit de trouver la relation qui relie les courbures de la lentille, son indice et sa distance focale.

Soient R_1 et R_2 les rayons de courbure du ménisque (R_1, R_2). Désignons par F_0 la distance focale du ménisque creux dont l'indice est n_0, par F_1, F_2 les distances focales de la lentille liquide (R_2, ∞) renfermée entre le ménisque et la glace plane pour deux liquides d'indices n_1 et n_2. Soient encore L_1 et L_2 les distances focales du ménisque rempli successivement de ces deux liquides : alors on a les formules connues

$$F_0 = \frac{1}{n_0 - 1}\,\frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2},$$

$$F_1 = \frac{1}{n_1 - 1}\,R_2,$$

$$F_2 = \frac{1}{n_2 - 1}\,R_2,$$

$$L_1 = \frac{F_0 F_1}{F_0 - F_1},$$

$$L_2 = \frac{F_0 F_2}{F_0 + F_2},$$

ou

$$(1)\qquad \begin{cases} L_1 = \dfrac{R_1 R_2}{(n_1 - 1) R_2 + (n_0 - 1)(R_1 - R_2)}, \\[2ex] L_2 = \dfrac{R_1 R_2}{(n_2 - 1) R_2 + (n_0 - 1)(R_1 - R_2)}; \end{cases}$$

d'où il est facile de déterminer R_1 et R_2 :

$$(2)\qquad \begin{cases} R_1 = (n_2 - n_1)\,\dfrac{L_1 L_2}{L_1 - L_2}, \\[2ex] R_2 = (n_0 - 1)(n_2 - n_1)\,\dfrac{L_1 L_2}{(n_0 - n_1) L_1 - (n_0 - n_2) L_2}. \end{cases}$$

Au moyen de ces formules on trouve, avec une approximation suffisante, les courbures du ménisque correspondantes aux dimensions de l'appareil.

La sensibilité de la méthode dépend de la précision dans la mesure de la distance focale de la lentille. Après avoir essayé diverses dispositions courantes, je me suis arrêté à l'emploi des rayons marginaux.

Couvrons la lentille par un écran ayant deux trous circulaires aux extrémités d'un diamètre horizontal.

Si l'objet lumineux est une fente verticale éclairée, nous verrons, en général, sur le verre dépoli *f* deux images de la fente, parce que chaque trou de l'écran *e* donne un faisceau indépendant. En déplaçant le verre *f*, nous trouverons une position pour laquelle ces deux images se superposent; elles sont alors dans le plan de concours des rayons marginaux choisis.

Au lieu de déterminer cette position du verre dépoli *e*, il est préférable de déterminer deux positions voisines par lesquelles les deux images se touchent.

On peut admettre avec une certaine approximation que la relation entre l'indice n_1 d'un liquide et le nombre correspondant F_1 de divisions de l'échelle du réfractomètre (moyenne arithmétique pour les deux positions susnommées du verre dépoli) peut être exprimée par la formule

$$n_1 = P - \frac{Q}{F_1}.$$

Pour un autre liquide, on aura

$$n_2 = P - \frac{Q}{F_2},$$

d'où l'on détermine les constantes de l'appareil

$$P = \frac{n_1 F_1 - n_2 F_2}{F_1 - F_2},$$

$$Q = \frac{(n_2 - n_1) F_1 F_2}{F_1 - F_2}.$$

Remarque I. — Pour avoir une plus grande précision, on peut

prendre pour la relation entre n et F

$$n = P + \frac{Q}{F} + \frac{P}{F^2},$$

et déterminer P, Q et R au moyen de trois liquides, dont les indices sont connus d'avance.

Les constantes de l'appareil étant déterminées, on calculera une Table des valeurs correspondantes de n et de F.

Remarque II. — Comme on se sert des rayons marginaux, les formules (2) ne sont pas rigoureuses.

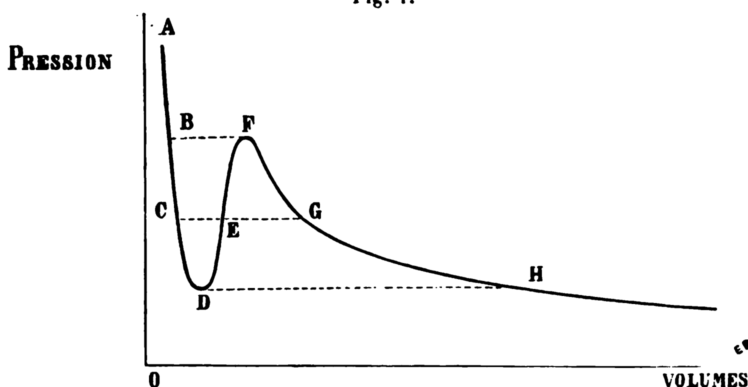
L_1 et L_2, qui correspondent en réalité aux n_1, n_2, k_1, k_2, sont un peu moindres que celles qui sont données par les équations (2); il est donc nécessaire d'augmenter le tirage de la lunette de 1^{cm} environ, de manière à pouvoir donner à L_2 la valeur de $L_2 - 1^{cm}$. Du reste, si l'on rencontre des cas où L_1 et L_2 devront avoir exactement les valeurs prescrites, on remplacera les formules (2) par les formules complètes.

AD. BLÜMCKE. — Ueber die Isothermen einiger Mischungen von schwefliger Säure und Kohlensäure (Sur les isothermes de quelques mélanges d'acide sulfureux et d'acide carbonique); *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 911; 1889.

Dans un précédent travail, analysé dans ce Recueil, l'auteur a montré que les vapeurs d'un mélange de SO^2 et de CO^2 ne se comportent pas comme les vapeurs saturées d'un liquide unique ; cela est d'autant plus important que, dans les expériences sur l'effet utile des machines frigorifiques, on se servait de la tension des vapeurs des mélanges liquides employés pour déterminer la température. Or, si tout est bien déterminé théoriquement dans les machines à un seul liquide, la théorie des machines à mélanges de liquides est entièrement à faire, et en particulier on peut se demander si la tension de vapeur des mélanges ne dépend pas du volume. Cette question sera résolue par la considération des isothermes ; si celles-ci présentent une partie parallèle à l'axe des volumes, il y aura, à proprement parler, une *tension de vapeur* à la température de l'isotherme, sinon, non.

Considérons d'abord le cas d'un liquide unique : les *isothermes expérimentales* sont des courbes toutes semblables à celles qu'Andrews a trouvées pour l'acide carbonique et qui, au-dessous du point critique, présentent une partie rectiligne horizontale. Appelons *isothermes théoriques* les courbes obtenues en remplaçant la partie horizontale précédente par deux sinuosités (J. Thomson). La partie CDEFG représente des états d'équilibre

Fig. 1.



instables possibles ; la branche CD correspond à des *retards d'ébullition*, la branche FG à des *retards de liquéfaction*.

Or, avec des liquides tout à fait purs et chauffés doucement, les retards d'ébullition sont chose connue depuis longtemps.

Ces retards d'ébullition s'observent sous de fortes pressions et le plus facilement du monde quand on prend des *mélanges* de gaz liquéfiés. Ainsi, un mélange de 1 volume SO^2 + 1 volume CO^2 complètement liquéfié à 13° C. sous la pression de 44^{atm} est encore liquide à 13° sous une pression de $38^{atm},1$.

Un autre mélange de 3 volumes SO^2 + 7 volumes CO^2, qui exige, pour être complètement liquéfié à 13°, une pression de 48 atmosphères, est encore liquide à la même température sous une pression de 43^{atm} seulement. Bien plus, un mélange de 56 pour 100 SO^2 et 44 pour 100 CO^2 qui avait une pression de liquéfaction de 35^{atm} à 13° pouvait encore être liquide à la même température sous une pression de 19^{atm}.

Dans tous ces cas, il s'agissait bien d'un retard d'ébullition,

car, celui-ci cessant, la pression montait subitement de plusieurs atmosphères.

Y a-t-il des *retards de liquéfaction*, c'est-à-dire la pression exercée par la vapeur peut-elle être plus grande que celle que l'on désigne habituellement sous le nom de *tension maximum?* Van der Waals pensait que oui. Coulier, Aitken et Kiessling ont montré que l'air, débarrassé de toute trace de poussière, peut se sursaturer de vapeur d'eau.

Avec l'acide carbonique et l'acide sulfureux purs, on peut observer des *retards de liquéfaction* comme des *retards d'ébullition;* mais l'apparition de ces phénomènes est singulièrement facilitée par l'introduction d'un autre gaz, c'est-à-dire s'observe avec la plus grande facilité sur les *mélanges*.

Ainsi, à 76° C., avec le mélange de 1 volume SO^2 + 1 volume CO^2, M. Blümcke observait pendant la compression un retard de liquéfaction causé par une diminution brusque de pression de $0^{atm},2$.

L'auteur pense que, dans le retard de liquéfaction, il est vraisemblable que l'acide sulfureux se liquéfie seul dans le premier moment et qu'il se passe un temps notable avant qu'il soit saturé d'acide carbonique, et cela surtout dans les tubes étroits. Ces mélanges ont naturellement des densités plus faibles que celle de SO^2 liquide, mais l'auteur ne les a pas mesurées.

Pour étudier la forme des *isothermes expérimentales* des mélanges de SO^2 et CO^2, l'auteur commençait par liquéfier complètement le mélange et opérait à des pressions décroissantes après avoir détruit le retard d'ébullition au moyen d'un fil de platine présentant une section rugueuse et fixé dans le tube de pression. La température était rendue constante au moyen d'un bain d'eau à 13° C., de vapeur d'éther ou d'alcool à 34° ou 76°. Pour chaque valeur de la pression, on note le volume et l'on construit l'isotherme à la manière habituelle, c'est-à-dire en portant les volumes en abscisses et les pressions en ordonnées. Le résultat des recherches de M. Blümcke est intéressant; *les isothermes de tous les mélanges étudiés aux températures de 13° à 76° n'ont aucune partie parallèle à l'axe des volumes.*

De plus, on ne voit sur les isothermes correspondant aux températures les plus hautes aucune espèce d'indice pour le commencement de la condensation, et, d'après leur allure, elles paraissent

très analogues aux isothermes des gaz permanents. En résumé, ces recherches montrent qu'*il n'est pas permis d'employer la tension de vapeur des mélanges d'acide sulfureux et d'acide carbonique pour les déterminations de température quand le volume n'est pas connu très exactement ;* ce qui montre que les mesures exécutées antérieurement sur les machines frigorifiques à mélanges liquides ne peuvent avoir qu'une valeur *pratique,* mais non *théorique.*

L'auteur se propose de poursuivre ces études et d'étudier la composition et le poids spécifique des mélanges liquides et gazeux obtenus dans la liquéfaction des mélanges de gaz. Il termine son Mémoire en répondant, point par point, aux remarques présentées par M. R. Pictet [1] sur la conclusion de son précédent travail, à savoir qu'il n'y a pas de point d'intersection entre la courbe des pressions du liquide Pictet et celle de l'acide sulfureux. Je ne retiendrai qu'un seul mot des explications de M. Blümcke : il dit que si les tensions de vapeur qu'il a trouvées pour l'acide sulfureux pur sont sensiblement différentes de celles de Regnault, elles sont néanmoins d'accord avec celles de Sajotchewsky.

Je rappellerai seulement que M. J. Bertrand, d'un côté, MM. Cailletet et Mathias, de l'autre, sont arrivés simultanément et par des voies très différentes à cette conclusion, que les nombres de Sajotchewsky ne pouvaient représenter exactement les tensions de vapeur de l'acide sulfureux [2]. E. Mathias.

---

[1] R. Pictet. *Wied. Ann.,* t. XXXIV, p. 934; 1888.

[2] J. Bertrand, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* t. CIV, p. 1568; 1887, et *Thermodynamique,* p. 176.

Cailletet et Mathias. *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* t. CIV, p. 1567; 1887.

J. PARKER. — On diamagnetism and the concentration of energie (Sur le diamagnétisme et la concentration de l'énergie); *Philosophical Magazine*, 5e série, t. XXVII, p. 403; 1889.

Soient A un aimant d'acier trempé dur, B un fragment d'une substance diamagnétique dénuée de pouvoir coercitif, et concevons que l'on réalise le cycle d'opérations suivant :

1° On amène B d'une position P éloignée de A à une position Q proche de A avec une rapidité suffisante pour que le magnétisme de B n'ait pas le temps de varier sensiblement. Le travail effectué à l'encontre des forces répulsives qui agissent entre A et B sera w.

2° Après avoir laissé B en Q pendant un temps suffisant pour qu'il ait acquis le maximum d'aimantation correspondant à la position Q, ramenons-le en P par le même chemin et avec une vitesse suffisante pour que son aimantation n'ait pas le temps de varier sensiblement. Les forces répulsives entre A et B exécuteront un travail $W > w$. En définitive, il y aura eu production d'une quantité de travail $W - w$ dans un cycle parcouru à température constante, ce qui est contraire au principe de Carnot.

Pour éviter cette difficulté, il ne faudrait, d'après l'auteur, rien moins que supposer l'aimantation instantanée, contrairement à toutes les analogies. M. Parker préfère admettre que le principe de Carnot n'est pas applicable aux corps diamagnétiques.

On peut objecter à M. Parker qu'il se place absolument en dehors des conditions expérimentales dans lesquelles les lois des attractions ou répulsions diamagnétiques ont été établies. Si ces actions s'opèrent par l'intermédiaire d'un milieu, il n'y a aucune raison de supposer, et tout porte à déclarer improbable *a priori*, qu'elles conservent la même valeur suivant que les corps agissants sont en repos ou en mouvement par rapport à ce milieu. De même que les forces électriques dans l'hypothèse de Weber, les forces magnétiques peuvent alors dépendre des vitesses et des accélérations, et les travaux correspondant au même déplacement, exécuté avec des vitesses égales très grandes dans deux directions opposées, peuvent cesser d'être égaux et contraires. La démonstration de M. Parker suppose cette égalité rigoureuse.

E. Bouty.

S. NEWCOMB. — On the definition of the terms « energy » and « work » (Sur la définition des termes *énergie* et *travail*); *Philosophical Magazine*, 5e série, t. VII, p. 115; 1889.

Avec la définition ordinaire des mots *énergie* et *travail*, il semble que ces quantités soient arbitraires, car la première est proportionnelle au carré de la vitesse, la seconde au déplacement, et la valeur absolue d'un déplacement ou d'une vitesse n'a de sens que si l'on rapporte les déplacements à une origine considérée comme fixe.

M. Newcomb propose de modifier ainsi l'énoncé de la troisième loi de Newton :

Il n'y a de forces exercées qu'entre des corps. Toute force agissant sur un corps A *émane d'un corps* B, *et les actions réciproques des deux corps sont égales et opposées.*

Grâce à cet énoncé, la valeur du travail exercé sur un corps A est entièrement définie, et le déplacement qui intervient est le déplacement de A relativement au corps B d'où émane la force. Mais l'énergie cinétique demeure encore indéterminée; car, si A et B n'ont pas des masses égales, on aura des valeurs différentes de l'énergie suivant qu'on supposera A ou B en repos.

L'énoncé de la loi de la conservation de l'énergie suppose qu'on rapporte le mouvement du corps ou du système de corps considéré à un corps étranger de masse infinie d'où émanent les forces produisant le mouvement. L'énergie du système est alors égale au travail qui serait produit si ce système était amené au repos par des forces agissant entre ses différentes parties et le corps de référence. Ainsi, dans les cas les plus habituels, on prend comme corps de référence un point de la surface de la terre, et l'on considère l'énergie cinétique comme le travail nécessaire pour amener le corps à l'immobilité relativement au sol, par la réaction du sol lui-même ou de quelque corps fixe par rapport au sol.

E. BOUTY.

ASCOLI. — Ricerche sperimentali sopra alcune relazioni tra l'elasticita et la resistenza elettrica dei metalli (Recherches expérimentales sur quelques relations entre l'élasticité et la résistance électrique des métaux); *Atti della R. Accademia dei Lincei*, 4e série, t. IV, p. 406; 1887.

Des fils de platine, d'argent et de fer ont été soumis à des tractions et à des recuits successifs, et l'on a mesuré à chaque fois leur module d'élasticité et leur résistance électrique. L'auteur conclut : 1° qu'à chaque valeur de l'une de ces quantités correspond une valeur bien déterminée de l'autre; 2° que la répétition d'une même opération les modifie de moins en moins; 3° que la grandeur des variations est très différente d'un métal à un autre, mais que les variations ont lieu toujours dans le même sens pour chacune de ces deux quantités; 4° enfin, que la fonction qui relie l'une à l'autre les deux variations est compliquée et différente d'un métal à un autre; tout ce qu'on peut dire de général, c'est que la résistance croît quand le module d'élasticité décroît, et inversement. E. Bouty.

L. DONATI. — Di una batteria per correnti di grande intensita con immerzione simultanea degli elementi (Nouvelle pile à immersion simultanée pour courants de grande intensité); *Memorie della R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna*, 4e série, t. VIII, p. 93; 1888.

Chaque couple de cette pile à immersion comprend une électrode de plomb épaisse, formée de lames alternativement planes et ondulées, soudées entre elles par leur bord central et recouvertes d'une couche épaisse de peroxyde de plomb, à la manière d'une électrode d'accumulateur. Cette électrode est placée entre deux lames de zinc très voisines de sa surface. Le liquide excitateur est de l'eau acidulée ordinaire.

La force électromotrice de chaque couple *chargé* est de $2^{\text{volts}},5$ au premier instant, et se maintient ensuite à $2^{\text{volts}},2$; la résistance d'une batterie de douze couples ne dépasse pas $\frac{1}{4}$ d'ohm.

E. Bouty.

WIEDEMANN'S ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

Tomes XXXIII et XXXIV; janvier-août 1888.

E. GRIMSEHL. — Mesure de l'intensité d'un son, t. XXXIV, p. 1028-1038.

Le *phonomètre* proposé par M. Grimsehl consiste essentiellement en un résonateur cylindrique horizontal, muni d'un piston à crémaillère, que l'on enfonce jusqu'à produire le maximum de résonance pour le son dont on veut mesurer l'intensité. Un disque de mica, soutenu par un fil de torsion et convenablement lesté, a son centre sur l'axe du tube. On profite de la tendance, signalée par lord Rayleigh, que présente un tel disque, à se placer suivant l'axe du tube; on dispose donc le disque, de telle sorte qu'il fasse un angle déterminé avec l'axe, et l'on prend la déviation qu'il présente, pour mesure de l'intensité du son. Bien entendu les déviations sont mesurées par la méthode de Poggendorff.

L'étude de l'intensité du son d'un tuyau à embouchure de flûte, placé dans une grande salle à diverses distances du résonateur, et alimenté par une soufflerie sous diverses pressions, n'a fourni aucun résultat simple : les réflexions sur les parois de la salle modifient le phénomène à observer d'une manière beaucoup trop complexe.

H.-J. OOSTING. — Deux méthodes pour produire les figures de Lissajous, t. XXXIII, p. 415-416.

La première méthode consiste à faire porter les deux miroirs par des cordes tendues, l'une horizontalement, l'autre verticalement, et auxquelles on imprime des vibrations torsionnelles. On change la période de vibration à l'aide de petits contrepoids symétriques portés par chaque miroir à l'extrémité d'une tige filetée normale à la corde.

Dans la deuxième méthode, il n'y a qu'un seul miroir. Il est porté par une sorte de suspension à la Cardan et combine ainsi les oscillations rectangulaires qui lui sont communiquées par deux systèmes de pendules à tige filetée et à lentille mobile.

G. TAMMANN. — Osmose à travers les membranes de Traube, t. XXXIV, 299-315.

1. Si, dans une dissolution de sulfate de cuivre, on dépose une goutte de cyanoferrure de potassium ou inversement, le précipité de cyanoferrure de cuivre forme autour de la goutte une sorte de membrane qui transforme la goutte en cellule close [membranes de Traube (1)].

Imaginons qu'une membrane de Traube, imperméable au sel dissous, sépare une dissolution du dissolvant en excès: la quantité de dissolvant qui traverserait l'unité de surface de la membrane dans l'unité de temps est ce que l'on nomme le *coefficient osmotique*. Si l'on suppose que le corps dissous ne possède à la température de l'expérience qu'une tension de vapeur inappréciable, le coefficient osmotique à travers une même membrane est proportionnel à l'abaissement de force élastique maximum du dissolvant produit par la dissolution. Il en résulte que des dissolutions qui ont même coefficient osmotique relativement à une membrane donnée possèdent des forces élastiques maxima égales. Cette loi a été établie théoriquement par M. van t'Hoff (2). L'objet du Mémoire de M. Tammann est d'en fournir une vérification expérimentale.

Pour cela, il faut d'abord avoir une méthode rapide permettant de reconnaître les dissolutions *isoosmotiques*. Imaginons que l'on superpose les dissolutions aqueuses de deux *membranogènes*, de telle sorte que la dissolution A dont la force élastique est la plus faible soit au-dessus de l'autre B; une partie de l'eau de la dissolution B pénètre dans la dissolution A à travers la membrane; la couche de B en contact avec la membrane se concentre, devient plus lourde et tombe au fond. Si les tensions de vapeur sont très différentes, on aperçoit à l'œil nu les stries formées dans le liquide B par la chute de cette dissolution plus concentrée et par conséquent plus réfringente.

Afin de rendre sensibles les stries provenant de liqueurs presque

(1) TRAUBE, *Arch. f. Anat. und Physiol.*, p. 87; 1867.
(2) VAN T'HOFF, *Zeitschrift für physikal. Chemie*, t. I, p. 493; 1887.

isoosmotiques, il faut avoir recours à des procédés optiques délicats; on peut employer le réfractomètre interférentiel de Jamin ou l'appareil à stries (*Schlierenapparat*) de Töpler [1]. On sait que l'appareil à stries a servi à son inventeur à rendre visibles des courants d'air produits par une différence de température de 0°,6, et même les condensations et dilatations sur le trajet des ondes sonores. Il ne sera peut être pas sans utilité de rappeler en quelques mots quelle en est la disposition.

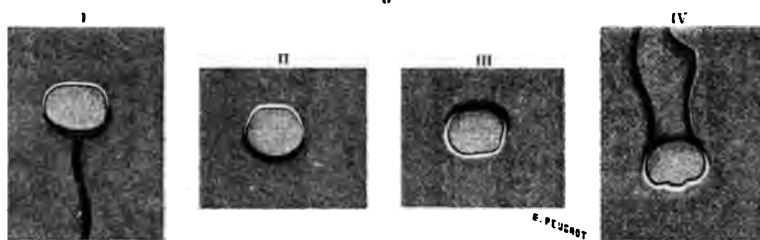
La lumière provenant d'un trou S tombe sur un objectif achromatique et aplanétique de grande ouverture, un objectif photographique, par exemple, qui fournit une image S′ du trou à une distance de 3m ou 4m. Au delà se trouve placée une lunette réduite à deux lentilles, dont on règle le tirage de manière à donner une image réelle S″ de S′ sur le trou de la pupille. La rétine est alors éclairée d'une manière uniforme. Si l'on place en S′ un petit écran opaque, la lumière disparaît totalement; mais, si sur le trajet des rayons se trouve une plaque transparente d'une homogénéité imparfaite, une lame de verre présentant des stries, une masse d'air inégalement échauffée en ses divers points, un liquide non homogène, la lumière reparaît, dessinant les stries, les courants, etc., Cette méthode rappelle de très près, on le voit, celle qu'employait Foucault pour mettre en évidence les défauts des miroirs ou des objectifs.

M. Tammann place sur le trajet des rayons une cuve contenant l'un des membranogènes sur lesquels il veut opérer, et, après avoir réglé la lunette et l'écran de manière à obtenir un champ d'un éclat faible et uniforme, il dépose dans la liqueur une goutte du second membranogène A. Suivant la concentration de celui-ci, on obtient l'une des apparences figurées ci-contre (*fig.* 1); on dilue alors ou l'on concentre A de manière à les obtenir toutes successivement. La dissolution de A isoosmotique de B est comprise entre les liqueurs qui donnent les images 2 et 3; avec un peu d'habitude on arrive ainsi à fixer avec une grande exactitude la composition de cette liqueur isoosmotique de B.

Il est clair qu'on n'obtiendra les apparences normales que si la

membrane de Traube est suffisamment mince; si elle s'épaissit beaucoup, sa formation entraîne un appauvrissement considérable des liqueurs intérieure et extérieure, et il en résulte des complications qu'il convient d'éviter. Avec le sulfate de cuivre et le

Fig. 1.



cyanoferrure de potassium, on obtient les apparences 1, 2, 3, 4; mais, si l'on remplace le sulfate de cuivre par un autre sel de cuivre, ou par un sel de zinc, on n'observe déjà plus les phénomènes normaux qu'à la condition de verser la goutte de cyanoferrure dans la dissolution du sel.

2. Voici, à titre d'exemple, la composition des dissolutions isoosmotiques de sulfate de cuivre et de cyanoferrure de potassium; *n* représente le nombre de molécules (en grammes) de sel par 1000^{gr} d'eau.

I. Cyanoferrure à l'intérieur.		II. Sulfate de cuivre à l'intérieur.	
$CuSO^4$.	$\frac{1}{4}KCyFeCy^2$.	$CuSO^4$.	$\frac{1}{4}KCyFeCy^2$.
0,842	0,313	0,871	0,318
0,675	0,240	0,802	0,291
0,339	0,117	0,583	0,205
0,204	0,079	0,445	0,148
0,170	0,066	0,271	0,086
0,094	0,036	0,145	0,047
0,049	0,023	0,063	0,024

Voici, d'autre part, les concentrations moléculaires des dissolutions qui possèdent à 100° la même force élastique maximum F, d'après un travail antérieur de M. Tammann (¹).

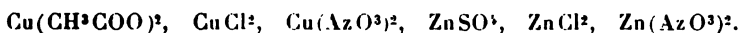
(¹) G. TAMMANN, *Mém. de l'Acad. de Saint-Pétersbourg*, [7], t. XXXV, n° 9.

III.

F.	$CuSO^4$.	$4KCyFeCy$.
755 mm	0,47	0,15
750	0,81	0,31
745	1,19	0,45
740	1,65	0,59

Les courbes formées à l'aide des Tableaux I et II se superposent exactement; la courbe du Tableau III coïncide sensiblement avec elles dans la partie commune, ce qui vérifie la loi de van t'Hoff.

M. Tammann donne la composition des solutions isoosmotiques pour le cyanoferrure de potassium avec les sels suivants



$Cu(CH^3COO)^2$, $CuCl^2$, $Cu(AzO^3)^2$, $ZnSO^4$, $ZnCl^2$, $Zn(AzO^3)^2$.

Parmi ces sels, $ZnSO^4$ et $Zn(AzO^3)^2$ avaient été étudiés par M. Tammann au point de vue des tensions de vapeur. La loi de van t'Hoff est encore vérifiée.

3. Si, dans une dissolution d'un membranogène A, on dissout une substance X sans action sur A, on peut chercher expérimentalement quelles sont les concentrations d'un tel mélange qui sont isoosmotiques avec le second membranogène B. On peut supposer que l'abaissement de force élastique de la dissolution mixte est la somme des abaissements que produiraient séparément les quantités de A et de X contenues dans les dissolutions ou, ce qui revient au même, que les pouvoirs osmotiques de A et de X s'ajoutent; connaissant la composition des liqueurs isoosmotiques pour A et B, on peut donc, par différence, trouver la composition des liqueurs isoosmotiques de X et de B.

Ainsi, dans une expérience de M. Tammann, 1000gr d'eau contenaient 0,522 molécules de sulfate de magnésie et 0,229 molécules de sulfate de cuivre; la dissolution isoosmotique de cyanoferrure de potassium contient 0,290 molécules de sel pour 1000gr d'eau. Or, pour 0,229 molécules de sulfate de cuivre, les courbes I et II indiquent 0,085 molécules de cyanoferrure; la dissolution de cyanoferrure isoosmotique à la dissolution de 0,522 molécules de sulfate de magnésie contient donc 0,290 — 0,085 = 0,205 molécules.

Pour vérifier la légitimité de l'hypothèse sur laquelle est fondé

ce calcul, M. Tammann a fait varier la composition du mélange de sulfate de magnésie et de sulfate de cuivre de toutes les manières possibles; il a remplacé le sulfate de cuivre par le sulfate de zinc, et trouvé que tous les points déterminés pour les dissolutions isoosmotiques du sulfate de magnésie se placent sur une courbe unique. La courbe construite d'après les tensions de vapeurs présente avec cette courbe isoosmotique une bonne coïncidence.

M. Tammann a pris successivement pour substance X le sucre de canne, la salicine, les alcools éthyliqué, propylique, isobutylique, l'urée, l'éther, l'acétate d'éthyle, l'hydrate de chloral, enfin le sulfate d'ammoniaque.

On sait que quelques solutions mixtes présentent des tensions de vapeur différentes de la somme des tensions de vapeur de leurs éléments : à ce groupe appartiennent les solutions mixtes de sulfate de cuivre et de sulfate d'ammoniaque. M. Tammann trouve précisément que cette propriété est indiquée par le défaut de coïncidence de la courbe des tensions de vapeur observées et de la courbe isoosmotique calculée pour $(AzH^4)^2SO^4$.

Les courbes isoosmotiques des substances organiques forment un faisceau très resserré; on pourrait, sans erreur sensible, remplacer ces diverses courbes par une courbe unique. Cependant ces substances organiques présentent des tensions de vapeur absolument différentes et modifient différemment les tensions de vapeur de l'eau. *La loi de van t'Hoff ne peut donc être appliquée aux substances volatiles dissoutes.*

4. On peut comparer les abaissements de tension de vapeur et les abaissements de température de congélation produites par une même substance dissoute; on peut de même comparer les abaissements de température de congélation et les concentrations isoosmotiques. Dans le Tableau suivant, on a réuni : 1° les rapports C des abaissements du point de congélation produits par un même nombre de molécules de la substance dissoute et de cyanoferrure de potassium; 2° les rapports O des concentrations pour les solutions isoosmotiques de la substance dissoute et du cyanoferrure de potassium; on a pris comme concentration de ce dernier sel 0,1 et 0,3.

Corps dissous.	C.	O.	
		0,1.	0,3.
$(AzH^4)^2SO^4$	0,8	0,75	0,8
$Cu(AzO^3)^2$	1,0	0,82	0,93
$Cu(C^2H^3O^2)^2$	0,7	0,69	0,66
$CuCl^2$	1,0	0,90	1,00
$MgSO^4$	0,4	0,33	0,37
$ZnSO^4$	0,4	0,40	0,34
$CuSO^4$	0,4	0,41	0,36
Alcool éthylique	0,4	0,45	0,45
Sucre de canne	0,4	0,40	0,40
Salicine	0,4	0,42	»
Hydrate de chloral	0,4	0,46	0,45
Éther	0,4	0,45	»
Urée	0,4	0,50	»

D'une manière approchée et générale, on peut dire que les quotients O et C sont égaux.

L. GRAETZ. — Sur le frottement des liquides, t. XXXIV, p. 25-39.

M. Graetz est conduit, par des considérations théoriques, à essayer de représenter le coefficient de frottement μ d'un liquide par la formule

$$\mu = A\frac{t_0 - t}{t - t_1},$$

dans laquelle t_0 est la température critique, A et t_1 sont des constantes. Cette formule ne doit être appliquée qu'à des températures t suffisamment éloignées de la température critique.

Sur 61 liquides pour lesquels la température critique est connue ou peut être calculée, 54 obéissent à la formule de M. Graetz. Les sept autres (éther, alcools divers) sont difficiles à obtenir parfaitement exempts d'eau, et les divers auteurs sont en désaccord sur la valeur de leur coefficient de frottement.

Soit N le nombre de molécules contenues dans l'unité de volume d'un liquide. Les quotients $\frac{A}{N}$, dans une même série, croissent régulièrement avec le poids moléculaire.

A. BERLINER. — Sur la pulvérisation des métaux incandescents, t. XXXIII, p. 289-295.

M. Nahrwold ([1]) a découvert qu'un métal incandescent peut émettre des particules qui produisent un dépôt sur une lame de verre placée dans le voisinage. M. Berliner démontre que ce phénomène n'a lieu que quand le métal contient un gaz occlus et il pense que la production du dépôt est purement mécanique.

Il rapporte à la même cause le dépôt qui se produit à la longue sur le verre des lampes à incandescence.

H. KAYSER. — Sur la poussière émise par le platine incandescent, t. XXXIV, p. 607-608.

Au cours de recherches inédites sur la dilatation des gaz, l'auteur a recueilli dans un réservoir de l'air qui, après avoir passé sur du platine incandescent, avait été dépouillé d'acide carbonique et de vapeur d'eau d'après les procédés en usage. Une prise d'air, faite au réservoir douze heures après, a été introduite dans un thermomètre à air et a fourni un coefficient de dilatation anomal, 0,003747; trois jours et six jours après, deux nouvelles prises ont donné 0,003673 et 0,003670. Ayant constaté plusieurs fois des anomalies semblables, M. Kayser se décida à filtrer l'air, avant son arrivée au réservoir, à travers un tampon de laine dégraissée et comprimée. L'air tiré du réservoir au bout de douze heures donna le coefficient de dilatation normal, 0,003670.

M. Kayser attribue l'anomalie à la présence, dans l'air, de particules émises par le platine incandescent, et qui n'ont été arrêtées ni par l'acide sulfurique ni par la potasse. Ces parcelles absorbent du gaz à froid et le dégagent à chaud, d'où l'augmentation apparente du coefficient de dilatation. Un long repos dans le réservoir, ou une filtration à travers la laine, sont indispensables pour débarrasser l'air de ces particules.

([1]) NAHRWOLD, *Wied. Ann.*, t. XXXI, p. 467.

G. HÜFNER. — Recherches sur l'absorption des gaz par le caoutchouc vulcanisé gris, t. XXXIV, p. 1-10.

Entre 5° et 25° on ne trouve pas de coefficient d'absorption défini de l'air atmosphérique dans le caoutchouc. La dissolution apparente paraît tenir à une oxydation.

L'azote et l'hydrogène ne sont pas absorbés en quantité sensible.

En revanche, l'acide carbonique paraît offrir un coefficient d'absorption défini, et qui décroît quand la température s'élève; vers — 2°, le caoutchouc gris en absorbe un volume sensiblement égal au sien.

C. LÜDECKING. — Densités anomales du bismuth fondu, t. XXXIV, p. 21-24.

Comme l'eau, le bismuth se contracte en fondant. D'après M. Lüdecking, le bismuth présenterait aussi, comme l'eau, un maximum de densité un peu au-dessus de son point de fusion, vers 270°. M. Vicentini (1) n'a pas observé ce maximum, ce que M. Lüdecking attribue au défaut de sensibilité du dilatomètre employé par ce savant.

K. ÅNGSTRÖM. — Variations du volume et de la densité des liquides, produits par l'absorption des gaz, t. XXXIII, p. 223-233.

Pour exprimer le résultat de ses expériences, M. Ångström donne le rapport δ de la variation du volume Δv produite par la dissolution d'un gaz au volume G du gaz dissous ramené à la température de zéro et à la pression normale.

Liquide.	Acide carbonique δ_1.	Air δ_2.	Hydrogène δ_3.	$\frac{\delta_1}{\delta_2}$.	$\frac{\delta_2}{\delta_3}$.
Chloroforme........	0,00188	0,00205	0,00160	1,18	1,28
Nitrobenzine........	0,00168	»	»	»	»
Eau................	0,00130	0,00143	0,00106	1,23	1,35
Benzine............	0,00200	0,00216	0,00170	1,18	1,27
Alcool méthylique...	0,00184	0,00201	0,00157	1,17	1,28
Alcool.............	0,00185	0,00203	0,00152	1,22	1,34
Éther..............	0,00200	0,00240	0,00184	(1,09)	1,30
		Moyenne.............		1,20	1,30

(1) VICENTINI, *Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino*, t. XXII, p. 23.

δ varie, pour un même gaz, dans des limites assez larges suivant le liquide dissolvant; mais les rapports $\frac{\delta_1}{\delta_2}$, $\frac{\delta_2}{\delta_3}$ sont sensiblement constants. La dissolution de l'acide carbonique dans l'éther fait exception.

En ce qui concerne le signe de la variation de densité, M. Ångström trouve que l'hydrogène et l'air dissous diminuent la densité de tous les liquides étudiés. L'acide carbonique dissous diminue la densité du chloroforme et de la nitrobenzine, mais accroît la densité de tous les autres liquides.

W.-C. RÖNTGEN et J. SCHNEIDER. — *Sur la compressibilité de l'eau*, t. XXXIII, p. 644-660.

A la suite de nouvelles recherches, effectuées sous des pressions plus élevées, les auteurs rectifient la valeur qu'il avaient assignée, en 1886, à la compressibilité de l'eau ([1]). Ils adoptent définitivement les nombres

0,0000462	à	17°,95
0,0000481	à	9
0,0000512	à	0

W.-C. RÖNTGEN et J. SCHNEIDER. — *Sur la compressibilité de la silvine, du sel gemme et des dissolutions aqueuses de chlorure de potassium*, t. XXXIV, p. 531-551.

Si l'on essaye de considérer la compressibilité d'une dissolution comme la résultante de la compressibilité de l'eau et du sel qu'elle renferme, on est conduit à attribuer au sel une compressibilité différente de celle que l'on détermine directement sur le sel solide.

Ainsi, pour le chlorure de sodium, le calcul fait à l'aide de la compressibilité des dissolutions donne pour le coefficient de compressibilité du sel dissous 0,0000518, tandis que le coefficient de compressibilité du sel gemme est 0,00000420 ou 0,00000464 suivant qu'on l'évalue à l'aide d'un morceau de sel ou de sel en poudre.

De même, pour le chlorure de potassium, on a, en moyenne,

([1]) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 244.

pour le coefficient de compressibilité, d'après les dissolutions, 0,00000956, et 0,00000634 d'après le sel solide.

J. DRECKER. — Dilatation, compressibilité et chaleur spécifique des dissolutions de chlorure de potassium et de chlorure de calcium, t. XXXIV, p. 952-970.

Ces recherches ont été entreprises en vue de reconnaître si les chaleurs spécifiques sous volume constant présentent des relations plus simples que les chaleurs spécifiques sous pression constante. Leur résultat est négatif.

Pour les dissolutions étudiées, la chaleur spécifique sous pression constante c_p est toujours inférieure à la moyenne

$$m = \frac{c_1 p_1 + c_2 p_2}{p_1 + p_2},$$

calculée d'après la chaleur spécifique c_1 du sel et c_2 de l'eau; la chaleur spécifique sous volume constant c_v, calculée à l'aide de la compressibilité et de la dilatation, d'après la formule bien connue de Thermodynamique, est encore plus petite.

C. DIETERICI. — Sur une nouvelle mesure de l'équivalent mécanique de la chaleur, et sur la chaleur spécifique de l'eau, t. XXXIII, p. 417-444.

1. L'auteur détermine l'équivalent mécanique de la chaleur, d'après la loi de Joule, à l'aide de la formule connue

$$EQ = i^2 rt.$$

La résistance r est constituée par un fil de maillechort soudé par ses extrémités à de minces rubans de cuivre terminés eux-mêmes par des tiges de cuivre et des coupelles à mercure. Ce système se fixe à l'aide d'un bouchon dans le moufle d'un calorimètre de Bunsen contenant du pétrole. Le calorimètre est protégé contre le rayonnement par une double enceinte entourée de glace: on détermine le poids de glace fondue d'après le poids de mercure aspiré dans une coupelle extérieure.

Le circuit électrique comprend une pile de deux à trois éléments Bunsen, un voltamètre à nitrate d'argent, une boussole en dérivation et un pont de Wheatstone comprenant la résistance r immergée dans le calorimètre.

Mesure de Q. — M. Dieterici admet, d'après MM. Schüller et Wartha ([1]), que, pour chaque calorie-gramme dégagée dans le calorimètre, l'instrument aspire $15^{mgr},44$ de mercure.

Mesure de i. — La mesure de *i* se fait au moyen du voltamètre à nitrate d'argent : M. Dieterici admet avec M. Kohlrausch ([2]) qu'un courant d'un ampère précipite $1^{mgr},1183$ d'argent par seconde. Comme le voltamètre ne donne que l'intensité moyenne du courant, on a recours à la boussole en dérivation pour mesurer les variations de l'intensité pendant la durée de l'expérience.

En toute rigueur, on devrait exprimer i en fonction de t et calculer l'intégrale $\int i^2\,dt$, mais, i n'ayant varié que de 1 à 2 pour 100, cette intégrale peut être confondue sans erreur sensible avec le produit du temps par le carré de l'intensité moyenne donnée directement par le voltamètre.

Mesure de r. — Le pont de Wheatstone comprend deux boîtes de résistance calibrées en unités Siemens, une résistance étalon R, enfin la résistance r. Les résistances r et R sont sensiblement égales et reçoivent la presque totalité du courant; la résistance des autres branches est environ 500 fois plus forte. Ce grand écart entre les résistances du pont exige l'emploi d'un galvanomètre d'une excessive sensibilité.

Les expériences ont donné en moyenne

$$E = 4,2436.10^7 \text{ C.G.S.}$$

2. Pour interpréter cette valeur très élevée de E, M. Dieterici invoque la variation de la chaleur spécifique de l'eau. D'après lui, les meilleures déterminations de E que l'on possède jusqu'ici seraient celles de Rowland : elles paraissent indiquer entre 5° et 30° un décroissement de la chaleur spécifique de l'eau atteignant un centième. Les mesures de M. Dieterici se rapportent à la température de zéro, et correspondraient ainsi à une chaleur spécifique de l'eau encore plus forte.

En prenant pour base les mesures de E effectuées par M. Row-

([1]) SCHULLER et WARTHA, *Wied. Ann.*, t. II, p. 359; 1877.

([2]) F. et W. KOHLRAUSCH, *Wied. Ann.*, t. XXVII, p. 1; 1886.

land et la mesure actuelle, M. Dieterici propose de représenter la variation de la chaleur spécifique de l'eau par le Tableau suivant, dans lequel on a pris pour unité la chaleur spécifique à 0°.

Température.	Chaleur spécifique.	Température.	Chaleur spécifique.
0°	1,0000	60°	1,0057
10	0,9943	70	1,0120
20	0,9893	80	1,0182
30	0,9872	90	1,0244
40	0,9934	100	1,0306
50	0,9995		

L'auteur s'efforce de prouver que ce Tableau concorde avec les observations les plus récentes sur la chaleur spécifique de l'eau [1].

F. KOHLRAUSCH. — Conductibilité calorifique de l'acier doux et trempé dur, t. XXXIII, p. 678-683.

Mousson et, plus récemment, Barus ont prouvé que la conductibilité électrique de l'acier varie dans un rapport considérable avec la trempe; en est-il de même de la conductibilité calorifique?

Pour répondre à cette question, M. F. Kohlrausch taille deux barreaux cylindriques dans un même échantillon d'acier. L'un d'eux A est porté au rouge et lentement refroidi, l'autre B trempé dur comme verre. Au simple contact de la main, on reconnaît que celui-ci est le moins conducteur des deux; on peut le prouver dans un cours par le procédé classique d'Ingenhouz.

Des mesures effectuées par la méthode de Despretz, perfectionnée par MM. Wiedemann et Franz, ont donné le rapport des conductibilités calorifiques χ,

$$\frac{\chi_A}{\chi_B} = 1,79.$$

Le rapport des conductibilités électriques k des mêmes barreaux a une valeur sensiblement égale

$$\frac{k_A}{k_B} = 1,67.$$

[1] *Voir* en particulier WÜLLNER, *Wied. Ann.*, t. XIX, p. 284; 1880. VELTEN, *Wied. Ann.*, XXI, p. 31; 1884.

MM. Kirchhoff et Hansemann avaient déjà montré que le rapport $\frac{k}{\chi}$ conserve sensiblement la même valeur pour les diverses sortes de fer et d'acier.

A. SCHLEIERMACHER. — Sur la conductibilité des gaz, t. XXXIV, p. 623-646.

M. Schleiermacher échauffe un fil de platine par un courant, à l'intérieur d'un tube horizontal plongé lui-même dans un bain d'eau à température constante; il attend que l'état stationnaire soit établi. De la mesure de l'intensité i du courant et de la résistance r du fil à l'état stationnaire, il déduit la quantité de chaleur $Q = \frac{1}{J} i^2 r$, développée dans le fil en une seconde et cédée au milieu ambiant. D'ailleurs la variation de résistance du fil avec la température ayant été étudiée d'avance, la mesure de r donne aussi la température T du fil. On connaît la température extérieure t de l'eau, le diamètre du fil, le diamètre intérieur du tube. On aurait donc tous les éléments nécessaires au calcul de la conductibilité du gaz contenu dans le tube si l'on pouvait faire abstraction des quantités de chaleur R perdue par rayonnement et C perdue par convection.

M. Schleiermacher détermine R par des expériences spéciales et tient compte de C par un calcul de correction dont les principes ne paraissent pas très bien établis. Ses résultats s'accordent mal avec ceux de ses devanciers. Voici les valeurs de la conductibilité à 0° qu'il a obtenues :

Gaz.	Winkelmann.	Grätz.	Schleiermacher.
Air....................	0,0000514	0,00004844	0,0000562
Hydrogène.............	0,0003256	0,0003086	0,000410
Acide carbonique......	0,0000305	0,00003135	0,0000327

M. Schleiermacher préfère chercher la raison de ces écarts dans l'insuffisance des méthodes employées par MM. Winkelmann et Grätz que dans les défauts de la sienne. Il paraît difficile de se ranger à son opinion.

C. PULFRICH. — Recherches sur les indices de réfraction de la glace et de l'eau surfondue, t. XXXIV, p. 326-340.

L'eau surfondue présenterait un maximum de réfrangibilité vers

— 1°, 5, comme on le voit par le Tableau suivant relatif à la raie D :

t.	n.	t.	n.
°		°	
+10	1,33380	0	1,33411
+ 9	385	— 1	412
+ 8	389	— 2	412
+ 7	392	— 3	410
+ 6	396	— 4	409
+ 5	400	— 5	407
+ 4	404	— 6	404
+ 3	406	— 7	400
+ 2	409	— 8	395
+ 1	410	— 9	390
0	411	—10	384

Voici, d'autre part, les indices principaux de la glace indiqués par M. Pulfrich :

Raies.	n_e.	n_o.
B	1,30775	1,30645
Li	1,30802	1,30669
C	1,30861	1,30715
D	1,31041	1,30911
Tl	1,31242	1,31098
E	1,31276	1,31140
F	1,31473	1,31335

L. ZEHNDER. — Influence de la pression sur l'indice de réfraction de l'eau pour la lumière du sodium, t. XXXIV, p. 91-121.

Les expériences ont été réalisées à l'aide du réfractomètre interférentiel de Jamin, sous des pressions de $0^m,40$ à $0^m,50$ de mercure. Elles confirment la loi

$$\frac{n-1}{d} = \text{const.}, \tag{1}$$

mais sont incompatibles avec les lois

$$\frac{n^2-1}{d} = \text{const.}, \qquad \frac{n^2-1}{n^2+2}\,\frac{1}{d} = \text{const.} \tag{2}$$

En effet, si l'on calcule le coefficient de compressibilité μ de l'eau à la température de 18° en partant de la relation (1) et des observations de l'auteur, on trouve

$$\mu = 0,00004579.$$

Cette valeur est suffisamment d'accord avec le nombre 0,0000462 adopté par MM. Röntgen et Schneider. Les relations (2) donneraient respectivement $\mu = 0,0000523$, $\mu = 0,0000425$.

F. BRAUN. — Expérience sur l'émission lumineuse des corps incandescents. t. XXXIII, p. 413-415.

Si l'on recouvre une portion de la surface d'un objet en porcelaine de la couleur noire employée par les peintres en porcelaine et qu'on l'échauffe dans un moufle, voici ce que l'on observe : dès que l'on atteint la température du rouge, la porcelaine commence à émettre de la lumière, la tache noire se distingue du fond un peu plus lumineux ; à mesure que la température s'élève, l'émission lumineuse de la porcelaine devient plus intense et la tache s'efface progressivement ; vers 800°, elle a complètement disparu. Cependant, si l'on vient à éclairer l'intérieur du moufle avec une source lumineuse étrangère, on voit reparaître la tache.

En élevant encore la température, la tache devient de nouveau visible, mais cette fois en clair ; vers 1000° ou 1100°, elle se détache en blanc sur le fond rose clair de l'objet incandescent ; mais, si l'on éclaire encore le moufle avec une flamme de gaz, la tache paraît plus sombre que la porcelaine environnante.

Cet ensemble d'effets est lié à la transparence de la porcelaine et à l'opacité de la tache.

On peut supprimer le moufle et se borner à observer, dans une chambre noire, le refroidissement d'une petite plaque de porcelaine munie d'une tache, et chauffée d'avance au rouge blanc. C'est une expérience de cours intéressante.

FR. STENGER. — Caractères réguliers du spectre d'absorption d'un corps. t. XXXIII, p. 577-586.

M. Kundt a énoncé la loi suivante : *Une bande d'absorption produite par un corps dissous se déplace d'autant plus vers le rouge que l'indice et que le pouvoir dispersif du dissolvant sont plus grands.* Cette loi n'a pas toujours été confirmée par les expériences ultérieures.

M. Stenger cherche à démontrer que, lorsque le caractère du spectre d'absorption d'un corps change ou lorsque la loi de M. Kundt n'est pas vérifiée, la molécule physique de ce corps a subi un changement d'agrégation analogue à celui que présentent les molécules d'un grand nombre de sels dissous quand on fait varier la concentration. Il fournit à cet égard une série d'exemples qui ne laissent pas que de donner de la vraisemblance à son opinion.

K. OLZEWSKI. — Spectres d'absorption de l'oxygène et de l'air liquides, t. XXXIII, p. 570-575.

En observant, à l'aide d'un spectroscope de Vierordt, la lumière de Drummond tamisée à travers une couche d'oxygène liquide de 12^{mm} d'épaisseur, à sa température d'ébullition ($-181°,4$), M. Olzewski a observé quatre bandes d'absorption, correspondant aux longueurs d'ondes suivantes :

Dans l'orangé...........	634 à 622
Dans le jaune...........	581 à 573
Dans le vert.............	535
Dans le bleu.............	481 à 478

La première de ces bandes est remarquable par sa largeur, la seconde par son intensité ; elles paraissent coïncider avec les bandes telluriques α et δ, et se retrouvent, quoique avec moins d'intensité, dans le spectre de l'air liquéfié. Les deux dernières bandes sont beaucoup plus faibles.

L'appareil de M. Olzewski ne lui a pas permis de reconnaître si le spectre d'absorption de l'oxygène liquide contient les bandes A et B, attribuées par MM. Janssen et Egoroff à l'oxygène atmosphérique.

B. WALTER. — Variation du pouvoir fluorescent avec la concentration, t. XXXIV, p. 316-326.

M. Walter appelle *pouvoir fluorescent* le quotient $f = \frac{Fl}{A}$ de la quantité de lumière émise par fluorescence à la quantité de rayons excitateurs absorbés. Il détermine les deux termes du rapport par des mesures spectrophotométriques étendues à tout le

spectre de la lumière émise et à la portion du spectre de la lumière incidente qui contient des rayons excitateurs.

Voici, par exemple, les résultats obtenus avec une dissolution normale de fluorescéine que l'on étend d'eau progressivement :

Concentration.	A.	Fl.	*f*.
$\frac{1}{2}$	7945	94	0,0118
$\frac{1}{4}$	6699	109	0,0161
$\frac{1}{8}$	5931	123	0,0207
$\frac{1}{16}$	5070	126	0,0248
$\frac{1}{32}$	3688	100	0,0271
$\frac{1}{64}$	1919	81	0,0422
$\frac{1}{128}$	801	52	0,0649

On voit que la quantité de lumière absorbée décroît toujours avec la concentration; la quantité de lumière émise par fluorescence croît d'abord pour augmenter ensuite; enfin le pouvoir fluorescent va toujours en croissant. Cette dernière propriété paraît être tout à fait générale. E. Bouty.

(*A suivre*).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. XVII; août 1889.

J. Curie. — *Recherches sur le pouvoir inducteur spécifique et la conductibilité des corps cristallisés*, p. 385.

SUR L'ACHROMATISME DES INTERFÉRENCES;

PAR M. MASCART.

I. Dans une Communication à l'Académie, M. Cornu ([1]) a étudié le phénomène du déplacement des franges d'interférence dans la lumière blanche par l'interposition d'une lame réfringente sur le trajet de l'un des rayons, et montré que la nouvelle position apparente de la frange centrale dépend non seulement du retard optique, mais aussi de la dispersion du milieu interposé; il a désigné sous le nom de *frange achromatique* celle qui correspond à la même phase pour les couleurs les plus importantes du spectre.

M. Stokes ([2]) avait déjà signalé cette propriété et vérifié par expérience que l'observation des franges au travers d'un prisme de petit angle produit un déplacement apparent de la frange de symétrie.

On doit ajouter encore que, dès la première application de la méthode du déplacement des franges à la mesure des indices de réfraction, Fresnel ([3]) a reconnu qu'elle était incorrecte. Dans une de ses expériences sur la topaze, il n'observa qu'un retard de 16,6 ondulations, tandis que le calcul en indiquait 21, et il ajoute :

« La différence 4,4 est trop sensible pour provenir de l'inexactitude de mes mesures micrométriques; mais il serait possible que la dispersion de double réfraction, c'est-à-dire la différence d'énergie de la double réfraction pour les rayons de diverses couleurs, modifiât tellement la superposition des franges produites par ces divers rayons, qu'il en résultât des méprises sur la position de la bande centrale, et que ce fût à une pareille cause d'erreur que tînt en partie la discordance dont il s'agit. »

II. L'emploi d'un prisme produit un autre effet très remar-

([1]) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCIII, p. 809; 1881.

([2]) *Brit. Ass. Rep.*, 2e Partie, p. 20; 1850.

([3]) *Œuvres de Fresnel*, t. II, p. 268.

quable : en même temps que la réfraction change la direction apparente des franges de diverses couleurs, elle en modifie l'ouverture angulaire d'une manière inégale ; la superposition des systèmes relatifs aux longueurs d'onde voisines est alors beaucoup plus parfaite que dans le phénomène primitif, et l'on peut distinguer un nombre considérable de franges de part et d'autre de celle qui est achromatisée.

C'est ainsi qu'en observant au travers d'un prisme les anneaux produits par une lame d'air entre deux verres, Newton en aperçut plus de quarante ; les apparences sont alors analogues à celles que donne l'emploi d'une lumière homogène.

Pour expliquer cette particularité, je considérerai, d'une manière plus générale, un phénomène quelconque de franges localisées sur une surface S sensiblement plane, comme les interférences ordinaires reçues sur un écran, les anneaux de Newton, les bandes de polarisation chromatique dans un cristal d'épaisseur variable, etc. ; je supposerai, en outre, que les franges sont symétriques par rapport à une droite, à laquelle elles sont normales, et qu'on observe dans le plan de symétrie, l'œil étant armé d'un prisme dont la section principale est parallèle au même plan.

En prenant l'axe des x sur la droite de symétrie et l'axe des y normal à la surface S, soient h l'ordonnée et $-a$ l'abscisse du point P où se trouve l'œil muni du prisme, x l'abscisse du point M considéré, i l'angle du rayon MP avec la normale, D la déviation produite par le prisme et θ l'angle du rayon réfracté avec la normale.

La différence de marche Δ des rayons qui interfèrent au point M doit être considérée en général comme une fonction de x et de i ; la déviation D est elle-même une fonction de i et de l'indice de réfraction n. En désignant par λ la longueur d'onde, on peut donc écrire

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} \Delta &= m\lambda = f(x, i),\\ a + x &= h \tang i,\\ D &= \theta - i = \varphi(i, n). \end{aligned}\right.$$

L'ordre m de la frange *achromatique* est défini par la condition que, pour une valeur constante de m, l'angle θ qui détermine la direction des rayons émergents soit le même pour les couleurs

voisines. Si l'on différentie ces équations, en faisant $dm = 0$ et $d\theta = 0$, et remplaçant par L l'expression $-\lambda \frac{dn}{d\lambda}$ qui ne dépend que de la nature du prisme, il en résulte

$$(2) \qquad m\lambda\left(1 + \frac{\partial\varphi}{\partial i}\right) = \mathrm{L}\left(\frac{h}{\cos^2 i}\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial i}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial n}.$$

Quand on connaît la loi du phénomène d'interférence, ainsi que la nature du prisme et sa direction, les équations (1) et (2) déterminent toutes les quantités m, x, i et θ qui correspondent à la frange achromatique.

Comme l'angle apparent d'une frange est le plus souvent très petit, on l'obtiendra en faisant $dm = 1$ dans les équations différentielles et considérant λ et n comme des constantes. L'angle apparent $d\theta$ d'une frange est alors déterminé par l'équation

$$(3) \qquad \lambda\left(1 + \frac{\partial\varphi}{\partial i}\right) = \left(\frac{h}{\cos^2 i}\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial i}\right)d\theta.$$

Pour une frange d'ordre quelconque, cet angle dépend de la longueur d'onde; mais, au voisinage de la frange achromatique, on peut tenir compte de l'équation (2), ce qui donne

$$(4) \qquad d\theta = \frac{1}{m}\mathrm{L}\frac{\partial\varphi}{\partial n}.$$

Les facteurs L et $\frac{\partial\varphi}{\partial n}$ varient très lentement avec la couleur. On voit donc que, quelle que soit la loi des interférences, la valeur de $d\theta$ au voisinage de la frange achromatique est en raison inverse de l'ordre m et presque indépendante de la longueur d'onde, de sorte qu'on y verra un très grand nombre de franges.

Il est même possible, en choisissant d'une manière convenable l'inclinaison du prisme, de rendre la coïncidence encore plus parfaite, si la dérivée du produit $\mathrm{L}\frac{\partial\varphi}{\partial n}$ par rapport à l'indice de réfraction est nulle, ce qui donne la condition

$$(5) \qquad \mathrm{L}\frac{\partial^2\varphi}{\partial n^2} + \frac{d\mathrm{L}}{dn}\frac{\partial n}{\partial\varphi} = 0.$$

En appelant A l'angle du prisme, β l'angle de la face d'entrée

avec la surface S, r l'angle de réfraction du rayon MP sur cette face, r' et i' les angles relatifs à la sortie, on trouve aisément que les équations qui déterminent l'ordre de la frange achromatique, la distance angulaire des franges voisines et la condition du meilleur achromatisme deviennent

(2)' $$\frac{m\lambda}{L} = \left(\frac{h}{\cos^2 i}\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial i}\right)\frac{\sin A}{\cos(\beta - i)\cos r'},$$

(4)' $$d\theta = \frac{L}{m}\frac{\sin A}{\cos r \cos i'},$$

(5)' $$\frac{1}{L}\frac{dL}{dn} = \sin(\beta - i)\operatorname{tang} r \cos i' - \sin A \operatorname{tang} i'.$$

On reconnaît aisément que l'emploi d'un réseau, comme appareil de dispersion, ne produirait aucun effet analogue.

Nous appliquerons ces résultats à deux cas particuliers.

Franges d'interférence. — Considérons d'abord les interférences ordinaires où les franges sont équidistantes et symétriques par rapport à l'une d'elles pour toutes les couleurs. L'origine étant prise au centre du phénomène, la différence de marche Δ est simplement proportionnelle à x, et l'on a

$$m\lambda = \alpha x, \qquad \frac{\partial f}{\partial x} = \alpha, \qquad \frac{\partial f}{\partial i} = 0.$$

Il n'existe alors qu'une frange achromatique, dont l'ordre m et l'abscisse x sont déterminés par les équations

$$x = \frac{m\lambda}{\alpha} = h\frac{L}{\cos^2 i}\frac{\sin A}{\cos(\beta - i)\cos r'}.$$

Ces valeurs de m et de x sont d'autant plus grandes, toutes choses égales, que le prisme est plus éloigné de la surface S.

Si l'observation est faite dans une direction normale à la surface, c'est-à-dire, en supprimant l'écran, sur le trajet des rayons qui interfèrent, il reste simplement

$$x = \frac{m\lambda}{\alpha} = hL\frac{\sin A}{\cos\beta \cos r'}.$$

Anneaux de Newton. — Si les anneaux sont produits par une

lame d'air entre une surface plane et une surface sphérique de rayon R qui ne se touchent pas, l'épaisseur de la couche à une distance x du centre peut être exprimée par

$$(6) \qquad e = e_0 + \frac{x^2}{2R}.$$

La différence de marche au point considéré est alors

$$m\lambda = 2e\cos i = \left(2e_0 + \frac{x^2}{R}\right)\cos i,$$

et l'on a

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x}{R}\cos i, \qquad \frac{\partial f}{\partial i} = -2e\sin i.$$

La condition d'achromatisme devient

$$(7) \qquad e\left[\frac{\cos i}{L} + \frac{\sin i \sin A}{\cos(\beta - i)\cos r'}\right] = \frac{hx\sin A}{R\cos i\cos(\beta - i)\cos r'}.$$

Il se présente même cette circonstance curieuse que l'équation finale qui donnera l'une des inconnues, telles que x ou θ, n'est pas du premier degré ; il peut donc exister plusieurs franges achromatiques distinctes et plusieurs groupes de franges visibles.

Si l'on fait, par exemple, $i = 0$, ce qui correspond à la vision suivant la normale à la surface, l'équation (7) se réduit à

$$x^2 - 2hL\frac{\sin A}{\cos\beta\cos r'}x + 2Re_0 = 0.$$

Le problème n'est possible que si la condition

$$2Re_0 < h^2L^2\frac{\sin^2 A}{\cos^2\beta\cos^2 r'}$$

est satisfaite, et les deux valeurs correspondantes de x sont alors positives.

L'une de ces valeurs est nulle pour $e_0 = 0$. Si donc on observe par un prisme dans ces conditions des anneaux colorés ordinaires, la tache centrale reste achromatique et l'on aperçoit à quelque distance un groupe de branches d'anneaux d'autant plus serrées et plus nombreuses que l'ordre de la frange achromatisée est plus élevé. C'est l'expérience de Newton.

III. Si l'interférence a lieu entre des ondes planes, comme dans l'appareil de Jamin, les anneaux des plaques épaisses par diffusion, les phénomènes de polarisation chromatique dans les lames à faces parallèles, etc., on doit remplacer les équations (1) par les suivantes

$$(8)\qquad \begin{cases} \Delta = m\lambda \;\;= f(i), \\ D = \theta - i = \varphi(i, n), \end{cases}$$

ce qui revient simplement à supprimer la variable x.

L'ordre de la frange achromatique et l'angle apparent des franges voisines sont alors déterminés par les équations

$$(9)\qquad \begin{cases} \dfrac{m\lambda}{L} = \dfrac{\partial f}{\partial i}\,\dfrac{\sin A}{\cos(\beta - i)\cos r'}, \\ d\theta = \dfrac{L}{m}\,\dfrac{\sin A}{\cos i \cos i'}. \end{cases}$$

La valeur de $d\theta$ est la même que lorsqu'il s'agit de franges localisées.

Je prendrai seulement un exemple.

Franges d'Herschel. — En plaçant la face hypoténuse d'un prisme à section triangulaire isoscèle sur une lame de verre, de manière à laisser entre les surfaces une couche d'air d'épaisseur e sensiblement constante, W. Herschel (¹) aperçut une série de franges curvilignes parallèles à la courbe qui limite la réflexion totale. Ces franges se voient nettement quand on vise à l'infini : elles sont donc produites par des interférences d'ondes planes. Dans ce cas, l'angle β est nul et la différence de marche égale à $2e\cos i$. Si l'on représente par $\varphi(i, n)$ la déviation $i + i' - A$, ce qui revient à changer le signe de i dans les équations précédentes, l'angle apparent di' d'une frange d'ordre quelconque m est

$$di' = \frac{1}{m}\,\frac{\cos^2 i}{\sin i}\,\frac{\cos r'}{\cos r \cos i'} = m\,\frac{\lambda^2}{4e^2}\,\frac{\cos r'}{\sin i \cos r \cos i'}.$$

Comme ces franges sont très voisines de la réflexion totale, on peut remplacer les angles r, r' et i' par leurs valeurs R, R' et I'

(¹) *Phil. Trans. L. R. S.*, p. 274; 1809.

relatives à cette direction limite, et l'on a sensiblement

$$di'' = m \frac{\lambda^2}{4e^2} \frac{\cos R'}{\cos R \cos I'}.$$

Les franges d'Herschel présentent donc ce caractère très singulier que leur largeur apparente, au moins pour les premières, est proportionnelle à l'ordre de la frange et au carré du rapport de la longueur d'onde à l'épaisseur de la lame d'air.

La condition d'achromatisme est

$$\frac{\cos^2 i}{\sin i} = \mathrm{L} \frac{\sin \mathrm{A}}{\cos r'}.$$

La distance de la frange achromatique à la limite de réflexion totale est donc indépendante de l'épaisseur de la lame. Le nombre des franges visibles dans le voisinage de cette région est d'autant plus grand que la lame est elle-même plus épaisse.

Talbot (¹) a observé ce phénomène dans la lumière transmise au travers d'une couche d'air comprise entre les faces hypoténuses de deux prismes identiques et a pu compter jusqu'à 200 franges à la lumière blanche.

Les franges que l'on aperçoit au bord du champ polarisé dans les prismes de Nicol ou dans le prisme de Foucault s'expliquent de la même manière.

COMPARAISONS DE RÈGLES MÉTRIQUES ET MESURES DE DILATATIONS;

PAR M. RENÉ BENOÎT

[2ᵉ article (²)].

II. — MESURES PAR LA MÉTHODE DE M. FIZEAU. ÉTUDES SUR L'INDICE DE RÉFRACTION DE L'AIR.

Le principe de la méthode de mesure imaginée, en 1864, par M. Fizeau, consiste, comme on le sait, à faire servir à la détermination exacte de très petites variations de longueur les modifica-

(¹) *Phil. Mag.*, [3], t. IX, p. 401; 1836.
(²) *Voir* p. 253 de ce Volume.

tions qu'elles impriment à des franges d'interférence produites entre deux surfaces planes et parallèles. Cette méthode a reçu depuis de nombreuses applications, et son emploi se présente immédiatement à l'esprit, toutes les fois qu'il s'agit de mesurer avec précision de très petits déplacements.

Pour l'appliquer à la mesure des dilatations, M. Fizeau a disposé un appareil, dont la pièce principale est une sorte de petit trépied formé d'un disque métallique épais, traversé en trois points équidistants, près de sa circonférence, par trois vis d'un pas très fin. Les extrémités supérieures de ces vis, terminées en pointe mousse, dépassent la face correspondante du disque d'une quantité qu'on peut faire varier à volonté, par gradations insensibles, en les faisant tourner lentement. Sur ce trépied, on place le corps à étudier, qui doit être taillé sous la forme d'une lame à faces parallèles, polies, de 10 à 15 millimètres d'épaisseur. Enfin, au-dessus de ce corps, on dispose un plan de verre, qui est supporté par les pointes des trois vis, de manière à laisser une très petite distance entre ce plan et la face supérieure du corps. C'est dans la mince lame d'air ainsi interposée que prend naissance la différence de marche qui donne lieu, lorsque les vis sont convenablement réglées, à la production des franges.

L'appareil étant ainsi disposé, si on le place dans une étuve et qu'on fasse varier sa température, les deux surfaces qui limitent la lame d'air se déplacent l'une par rapport à l'autre, par l'effet des dilatations combinées des vis qui portent le plan de verre et du corps à étudier. La différence de ces deux dilatations produit une variation d'épaisseur de cette lame d'air, qui se traduit et se mesure par un déplacement corrélatif des franges. Si donc on connaît, par des expériences antérieures, la dilatation de la matière dont le trépied est formé, celui-ci peut être employé ensuite à la détermination de la dilatation de substances quelconques.

La *fig.* 1 donne une idée de la disposition générale de l'expérience; la *fig.* 2 reproduit les modifications que j'ai été amené, en dernier lieu, à introduire dans la disposition des étuves, pour obtenir une précision plus grande dans la mesure des températures, et aussi pour permettre d'opérer dans le vide, dans un but que j'indiquerai tout à l'heure. Tout l'appareil a été construit par M. Laurent, opticien, à Paris.

Au centre des étuves, on voit, porté par un petit support à trois pieds de verre, le trépied, avec le corps à étudier et le plan de verre. Celui-ci est, en réalité, une lentille plan convexe, de 40^{cm}

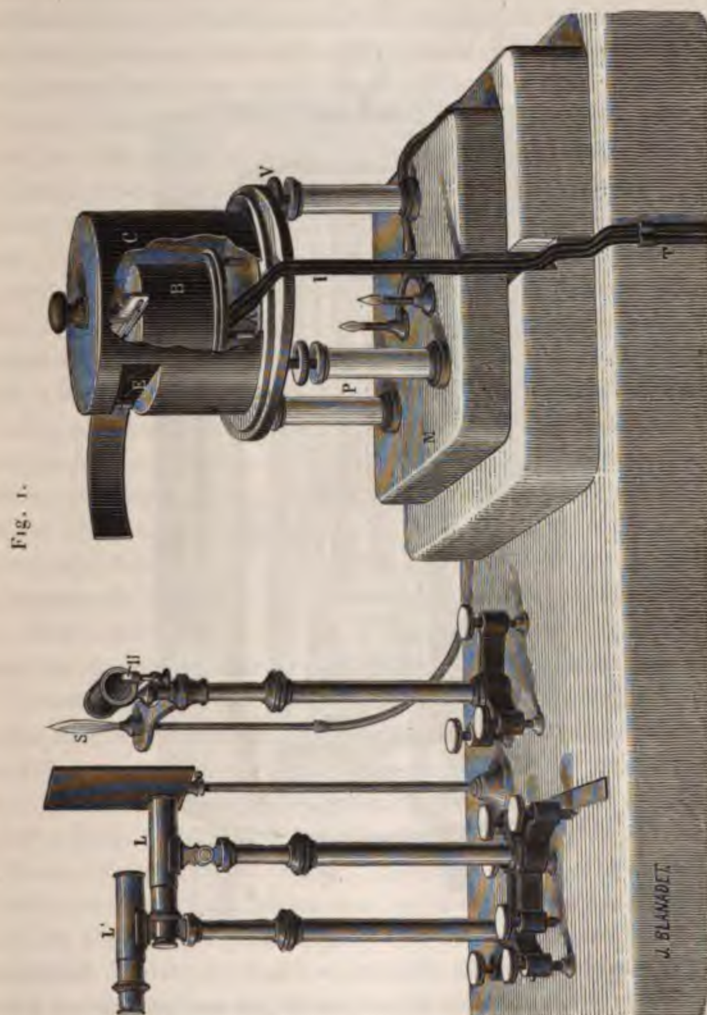


Fig. 1.

de distance focale, dont la face plane est tournée en dessous. La première étuve ou étuve intérieure B est constituée par un cylindre de cuivre rouge, à parois épaisses, fermé par le haut,

ouvert par le bas, et coupé au quart environ de sa hauteur par une cloison horizontale, au milieu de laquelle a été percée une fenêtre rectangulaire; sur cette fenêtre est le prisme à inflexion

Fig. 2.



totale D. Au-dessus de la cloison, la paroi cylindrique de l'étuve a été coupée sur le devant, et remplacée par une portion de paroi plane, qui est percée des fenêtres *a*, *b*, *c*, nécessaires pour permettre d'apercevoir à l'intérieur le trépied et les tiges des thermomètres; ces fenêtres sont garnies de glace. Les thermomètres *t* sont fixés verticalement, au nombre de quatre, à peu près dans un

plan diamétral, deux à droite, deux à gauche, avec leurs réservoirs à la hauteur et dans le voisinage immédiat du trépied. L'étuve extérieure C est formée de même d'un cylindre de cuivre, qui présente sur sa partie antérieure les fenêtres *a'*, *b'*, *c'*, correspondant à celles de l'étuve intérieure. Elle est revêtue de plusieurs doubles de feutre, formant une couche très épaisse. Elle est supportée par une plaque de cuivre, qui la ferme inférieurement.

L'étuve intérieure B est portée par un plateau H, de cuivre, muni de trois petits pieds de porcelaine. Entre les deux étuves, est une cloche de verre épais E, dont le bord inférieur, soigneusement rodé, vient s'appliquer sur le pourtour de ce même plateau. Celui-ci est percé vers son milieu d'un trou, auquel aboutit un petit tube, invisible sur le dessin, qui se recourbe en dessous et se prolonge à l'extérieur par un tuyau de plomb, destiné à mettre en communication l'intérieur de la cloche avec des appareils à faire le vide. La fermeture étanche est obtenue, au bas de la cloche, au moyen d'une dissolution de caoutchouc dans de la benzine; la benzine étant évaporée, il reste une couche de caoutchouc solide, qui s'applique exactement sur le joint, et résiste sans altération à des températures assez élevées. Pour pouvoir observer convenablement les franges, on a été obligé de percer la cloche, à la hauteur du prisme D, d'une ouverture circulaire, qui a ensuite été fermée par une glace épaisse à faces parallèles; le joint hermétique est également obtenu par la solution de caoutchouc.

L'ensemble des étuves est supporté par trois pieds de porcelaine, fixés à une lourde tablette de marbre. Le tout est scellé sur un pilier monolithe de $1^{m},5$ environ, appuyé lui-même sur une forte fondation de maçonnerie et complètement isolé du parquet environnant.

Tout cet appareil est recouvert d'une sorte de grande cloche à double paroi, en zinc, présentant les ouvertures nécessaires pour faire les observations, et qui peut être remplie à volonté d'eau ou de glace.

La lumière est fournie par une lampe monochromatique S (*fig.* 1) à sel de soude, placée latéralement, et dont les rayons sont concentrés par une lentille sur le petit prisme H; celui-ci les renvoie sur le prisme D de l'étuve intérieure, lequel à son tour les rejette sur le trépied; ils reviennent ensuite en suivant le chemin inverse et sont reçus dans une lunette L.

Si la face hypoténuse du petit prisme H était placée exactement dans la position correspondant au foyer principal de la lentille plan-convexe productrice des franges, les rayons lumineux, après leur retour, donneraient une image réelle de cette face qui viendrait se superposer à elle; pour dégager et apercevoir cette image, il suffit de déplacer légèrement le petit prisme de côté, de manière à rendre le prisme et son image tangents l'un à l'autre. Cette observation, qui s'effectue au moyen d'une loupe, fournit un moyen facile de régler rigoureusement la position du prisme, et de la rectifier, en cas de besoin, en agissant sur les vis de calage du pied qui le porte.

L'observation des franges se fait au moyen de la lunette L. Une deuxième lunette L′ sert à faire les lectures des thermomètres; cette dernière a été munie d'un petit niveau qui assure toujours l'horizontalité de son axe, de manière à éviter les erreurs de parallaxe.

Au moment d'observer, on éclaire les tiges des thermomètres en projetant sur elles, au moyen d'une grosse lentille, l'image d'une lampe à gaz placée en face à une certaine distance.

L'appareil est chauffé au moyen d'un bec à gaz gouverné par des thermorégulateurs. Ces thermorégulateurs, semblables à ceux dont j'ai déjà parlé, ont leurs réservoirs en A, immédiatement au-dessus de la plaque de cuivre qui forme le fond de l'étuve extérieure et reçoit la première l'action de la flamme. Ils ne diffèrent que par la nature du liquide volatil qui les actionne, et qui est, dans l'un de l'éther chlorhydrique, dans l'autre un mélange d'éther et d'alcool méthylique. Suivant qu'on veut établir des températures basses ou élevées, on fait fonctionner l'un ou l'autre, par la simple transposition d'un tuyau de caoutchouc. On peut ainsi disposer d'une échelle totale de température pouvant aller jusqu'à 85° environ. Pour descendre aux environs de zéro, on laisse rempli de glace, pendant plusieurs heures, le double fond de la cloche de zinc.

Les thermomètres *t* sont de deux modèles différents. Les uns ont au-dessus du réservoir une échelle complète qui occupe la plus grande partie de leur longueur, et qui s'étend de — 6° à 51°; au-dessus on a soufflé une ampoule intermédiaire, après laquelle

se trouve la fraction d'échelle de 92° à 102°. Les autres portent d'abord la fraction d'échelle de — 2° à + 2°, puis, au-dessus d'une ampoule intermédiaire, une échelle complète de 49° à 102°. Sur les premiers, on mesure les températures de 0° à 50°; sur les seconds celles de 50° à 100°. Ce fractionnement de l'échelle a permis de donner au degré une longueur suffisante pour le subdiviser en cinquièmes, tout en laissant les thermomètres entièrement enfermés dans l'étuve sans augmenter outre mesure les dimensions de celle-ci. Il y a un thermomètre de chacun des modèles de chaque côté du trépied.

Une étude préalable, très soignée et très complète, de ces thermomètres a été faite, par les méthodes que j'ai indiquées succinctement dans un précédent article; je ne reviendrai point ici sur cette question. Les Tables de corrections une fois construites, la partie [49·51], commune aux quatre instruments, a permis d'établir le raccordement entre eux, et de vérifier la continuité des deux sortes d'échelles. Enfin, ces quatre thermomètres, qui sont de construction déjà ancienne et en cristal, ont été comparés très soigneusement, aux températures de 10°, 20°, 30°, ..., 70°, 80°, avec deux des thermomètres étalons en verre dur, dont l'échelle a été depuis, comme je l'ai dit, définitivement adoptée par le Bureau international. Les zéros de ces quatre thermomètres étaient toujours déterminés en commençant et en finissant chaque série; les lois de leurs variations avec la température étaient connues par une étude antérieure, et appliquées dans le calcul des séries.

Sur la face inférieure de la lentille, on a tracé un certain nombre de points, régulièrement disposés en quinconce, qui servent de points de repère pour déterminer la position des franges, lorsque, la température étant fixée depuis un temps suffisant, elles sont devenues parfaitement stationnaires. A cet effet, on désigne les franges noires, visibles dans le champ, par des numéros d'ordre successifs, et l'on apprécie la position de chaque point entre deux franges consécutives, en divisant par estimation en dix parties égales l'intervalle qui sépare le milieu d'une bande lumineuse du milieu de la bande noire voisine. Le résultat de cette opération est le *pointé* d'un point. Les pointés sont inscrits sur le carnet d'observations, en franges, dixièmes et centièmes de frange. La même

opération est recommencée à la deuxième température, après avoir donné aux nouveaux anneaux qui viennent successivement se substituer aux premiers les numéros d'ordre consécutifs. La moyenne des différences entre les pointés d'un même point dans les deux expériences mesure le déplacement des franges entre les températures initiale et finale.

Pour conserver la généralité des formules, il est utile de numéroter toujours les franges de manière que les pointés croissent en même temps que la différence de marche entre les rayons interférents : on les comptera donc du centre vers la périphérie, dans le cas, le plus commun, où les surfaces en présence sont convexes, en sens contraire si elles sont concaves. Il est bon également de choisir des numéros d'ordre tels qu'on n'ait jamais à compter de franges négatives.

Le réglage du trépied se fait sur une tablette spéciale. L'aspect des franges, leur régularité, leur espacement dépendent à la fois du plus ou moins de perfection des surfaces en présence et de la manière dont ce réglage a été fait. Pour éviter toute méprise sur le sens du phénomène qu'on aura à observer, il faut vérifier d'abord si l'on a affaire à des surfaces convexes ou concaves, en regardant à l'œil nu les franges sous des incidences rapidement croissantes ; il faut s'assurer ensuite de la position du centre, c'est-à-dire du côté correspondant à la différence de marche minimum pour les surfaces convexes, maximum pour les surfaces concaves; les franges sont en effet quelquefois, suivant les défauts de planimétrie des surfaces, plus ou moins irrégulièrement contournées, et leur centre peut se trouver précisément opposé à la concavité de la partie qui reste visible dans l'appareil une fois monté.

Outre les températures et les déplacements des franges, il faut encore connaître les longueurs des vis du trépied au-dessus de la surface du disque qui interviennent dans chaque cas, et les épaisseurs des échantillons soumis à l'expérience. Ces quantités sont mesurées au moyen de sphéromètres bien étudiés. Le rapport de la longueur d'onde de la lumière de la soude à la valeur du pas de vis de ces sphéromètres a été déterminé par des expériences spéciales. Tous les calculs ont été faits, en admettant pour la lon-

gueur d'onde moyenne des deux raies D dans l'air à zéro et sous 760^{mm} la valeur d'Angström ([1])

$$\lambda_D = 0^{mm},0005892$$

ou dans le vide

$$\lambda = 0^{mm},00058937.$$

Le trépied de notre appareil est en platine iridié à 10 pour 100 d'iridium; le disque et les trois vis ont été pris dans un même fragment d'alliage, fondu, d'une homogénéité aussi parfaite que possible; le tout a été ensuite recuit à haute température. La première opération qui s'impose est la mesure de la dilatation de ce trépied. La détermination précise de cette *constante* de l'appareil est de la plus haute importance au point de vue de son application à des études ultérieures. En effet, les erreurs des mesures *différentielles* auxquelles l'instrument est destiné et habituellement employé sont relativement d'une telle petitesse qu'on peut dire que la valeur des coefficients de dilatation qu'on en déduira dépendra presque entièrement de l'exactitude avec laquelle sera connue cette donnée fondamentale.

Elle s'obtient encore par les franges d'interférence, en établissant celles-ci directement entre la face supérieure du disque qui a été polie à cet effet et le plan de verre, avec une longueur de vis, et par conséquent avec une différence de marche, aussi grandes qu'il est possible de le faire sans trop augmenter les difficultés des mesures. On sait que, avec des différences de marche très considérables, on ne peut obtenir que des franges pâles et peu distinctes. Il faut, pour les produire, avoir recours à une source lumineuse très homogène, et par conséquent très peu intense, et en même temps d'une très petite étendue superficielle. C'est qu'en effet les radiations de réfrangibilités très voisines qui coexistent dans un même point de la source, et les radiations de même ré-

---

([1]) D'après les travaux les plus récents et les plus dignes de confiance (Peirce, Müller et Kempf, Kurlbaum, Louis Bell, Macé de Lépinay), la longueur d'onde moyenne des deux raies D, dans le vide, serait sensiblement $0^{mm},00058948$. La valeur d'Angström doit d'ailleurs être corrigée, à cause d'une erreur commise sur la longueur de la règle étalon qui lui a servi de point de départ, et devient ainsi $0^{mm},00058944$. L'écart entre ces valeurs et celle que nous avons admise serait sans aucune importance au point de vue de l'application actuelle.

frangibilité émises par des points différents de cette source et par suite diversement inclinées sur l'axe du système optique interférent, donnent toutes des systèmes de franges différents; ces divers systèmes, concordants et superposés à faible différence de marche, se séparent de plus en plus les uns des autres à mesure que l'épaisseur de la lame d'air augmente, empiètent les uns sur les autres, et tendent à s'effacer mutuellement. Un calcul simple montre que, avec une épaisseur de lame d'air de 10^{mm}, il suffit entre deux longueurs d'onde (dans le voisinage de la raie D) d'une différence de longueur de $0^{\mu},000\,008$ (c'est-à-dire de $\frac{1}{80}$ environ de la différence des deux raies D) pour donner deux systèmes de franges exactement complémentaires, et par suite pour faire disparaître le phénomène dans un éclairement uniforme. Un autre calcul montre que, avec cette même différence de marche et dans les conditions de notre appareil (c'est-à-dire avec une lentille de 40^{cm} de distance focale), deux points d'une source monochromatique, l'un sur l'axe du système optique, l'autre à une distance de $2^{mm},17$, conduiraient de même à deux systèmes d'anneaux qui se détruiraient mutuellement. Il est évident d'ailleurs que, bien avant que ces limites, de part et d'autre, soient atteintes, le phénomène doit être déjà considérablement troublé.

La source lumineuse est constituée par une flamme de gaz bien aérée dont on peut rapprocher à volonté, au moyen d'une vis, une spirale de platine chargée de sel marin, de manière à chercher par tâtonnement l'intensité la plus favorable. Devant le prisme H est placé un petit écran métallique percé d'un trou, du diamètre d'une grosse aiguille, qui diaphragme le faisceau et réduit les dimensions de la partie utilisée de la source lumineuse à quelques dixièmes de millimètre de diamètre. L'observation de l'image réelle de cet orifice, qui vient se faire à côté de lui dans le plan focal de la lentille plan-convexe productrice des franges, permet de régler très exactement la position de la source et de la rectifier au moment de chaque observation, de manière à faire disparaître les causes d'erreurs graves qui pourraient résulter de déplacements relatifs, même très petits, des points lumineux et de l'appareil d'interférence. Dans ces conditions on obtient, avec une épaisseur de lame d'air de 10^{mm} environ, des franges pâles, mais bien fixes et assez distinctes pour pouvoir être pointées avec sé-

curité à l'œil nu; la position de l'œil est, d'ailleurs, rigoureusement fixée par l'image de l'orifice éclairée du diaphragme, immédiatement en arrière de laquelle il doit être placé.

Il y a encore dans ces expériences une cause d'erreur, ou au moins d'incertitude, qui mérite attention : c'est l'effet des variations que subit l'indice de réfraction de la lame d'air par suite des changements de température et de pression. Ces variations, qui modifient la longueur d'onde de la lumière dans chaque cas, donnent aussi lieu à des déplacements de franges, qui se superposent aux déplacements produits par les dilatations. Il faut donc corriger le résultat de chaque observation, en y ajoutant un terme qui se déduit de la loi connue du changement de l'indice de l'air avec sa densité

$$\frac{n_1 - 1}{n_0 - 1} = \frac{d_1}{d_0}.$$

Si d_0 représente la densité à 0° et sous 760^mm, on a

$$n_1 - 1 = (n_0 - 1)\frac{H_1}{760}(1 + 0{,}00367\,t_1). \tag{1}$$

La valeur du terme correctif est très petite (quelques millièmes de frange) avec la très mince lame d'air qu'on laisse d'ordinaire sur un échantillon de nature quelconque à déterminer; mais il n'en est pas ainsi dans la mesure de la dilatation du trépied lui-même, avec de grandes différences de marche; ici elle atteint et dépasse même un dixième de la quantité totale mesurée. Le terme correctif prend donc une importance considérable et il est essentiel de savoir avec quelle exactitude il est donné par l'application de la formule précédente. On sait que M. Mascart, dans un travail très étendu sur les indices des gaz ([1]), avait trouvé que, dans cette formule, le coefficient de dilatation devrait être en général remplacé par un nombre un peu plus fort (0,00382 pour l'air). M. von Lang, dans une étude publiée à peu près à la même époque ([2]), arriva à une conclusion contraire; d'après lui la varia-

([1]) *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, t. LXVIII, p. 617 et 679, 1874; et *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 2e série, t. VI, p. 9; 1877.

([2]) *Poggendorff's Annalen*, t. CLIII, p. 448; 1874.

tion de la réfraction serait notablement moins rapide que celle de la densité; le coefficient de sa formule, mise sous la même forme, entre 0° et 100°, serait sensiblement 0,00303. L'adoption du nombre de M. Mascart, dans les conditions où la mesure de la dilatation de notre trépied a été faite, augmenterait le coefficient calculé de $\frac{1}{300}$ environ de sa valeur; celle du nombre de M. von Lang la diminuerait de près de $\frac{1}{50}$. Il m'a donc paru nécessaire, soit d'entreprendre de nouvelles expériences pour vérifier, dans des conditions plus précises, l'exactitude de la formule (1), soit de faire disparaître entièrement cette cause d'incertitude de nos mesures. On pouvait faire l'un et l'autre simultanément, en disposant l'appareil de manière qu'il permît de faire les observations des franges à volonté dans le vide et dans l'air. Telle est la raison d'une partie des dispositions que j'ai adoptées en dernier lieu et décrites ci-dessus. L'intérieur de la cloche de verre interposée entre les deux étuves de cuivre communique avec une trompe à eau et avec une pompe à mercure. Un robinet à trois voies permet d'établir à volonté les communications d'un côté ou de l'autre, ou de laisser rentrer l'air extérieur.

Soit une expérience réglée à une température et sous une pression données, avec une lame d'air d'épaisseur e. On repère les franges par rapport à un certain nombre de points visibles et convenablement placés dans le champ, et l'on fait la moyenne f' des pointés ainsi obtenus. Cette moyenne, ou *pointé moyen*, peut être considérée comme caractérisant la position des franges dans l'observation dont il s'agit, et constituant le résultat de cette observation. La précision de ce résultat est d'autant plus grande que le nombre des points repérés est plus considérable, et elle peut atteindre, dans de bonnes conditions, $\frac{1}{100}$ de frange environ. Si l'observation est faite ensuite dans le vide, à la même température, l'épaisseur e conservant la même valeur, le pointé moyen devient f, et l'on a, entre f et f', la relation

$$(2) \qquad f' - f = \frac{2e}{\lambda}(n-1),$$

n étant l'indice de l'air dans les conditions de la première observation et λ la longueur d'onde dans le vide de la lumière em-

ployée. Tout couple d'expériences du même genre pourra fournir une relation semblable, et par suite une valeur de n dans des conditions données. D'autre part, les variations du pointé moyen f dans le vide, à différentes températures, donneront la mesure des déplacements relatifs des surfaces, et par conséquent des dilatations qui les produisent.

Je donnerai quelques détails sur cette série fondamentale dont les expériences ont été conduites et calculées de la manière suivante.

La distance entre la face polie du trépied et la surface inférieure plane de la lentille a été réglée vers le trente-troisième des maxima périodiques d'intensité et d'éclat que présentent, comme on sait, les franges de la lumière de la soude, quand on fait croître progressivement la différence de marche. Cette distance, mesurée au sphéromètre et réduite à zéro, était de $9^{mm},2576$. Ce nombre représente donc la longueur initiale L_0 des vis de platine iridié dont la dilatation devait intervenir dans les expériences et être mesurée.

Les étuves mises en place ainsi que la source lumineuse, et le tout très soigneusement réglé, on faisait le vide aussi parfaitement que possible, d'abord avec la trompe à eau, puis au moyen de la pompe à mercure. Une fois la température invariablement fixée par le thermorégulateur depuis un temps suffisant, on procédait à l'observation. On lisait alors successivement :

1° Les deux branches du manomètre à mercure qui mesurait la pression intérieure;

2° Les thermomètres;

3° Les franges, celles-ci étant repérées par rapport à 32 points;

4° De nouveau les thermomètres;

5° De nouveau le manomètre.

Les lectures des thermomètres et du manomètre, faites avant et après le repérage des franges, différaient toujours de quantités extrêmement petites, souvent nulles, et très rarement supérieures aux erreurs inévitables d'observation.

On ouvrait alors le robinet à trois voies, de manière à laisser rentrer l'air très lentement. On attendait un temps suffisant (une heure au moins et souvent davantage) que la légère perturbation thermique produite par la rentrée de l'air eût disparu; puis on

procédait à l'observation sous la pression atmosphérique, qui était faite exactement comme la première, avec cette seule différence que la lecture du baromètre y remplaçait celle du manomètre. Aussitôt l'expérience finie, on préparait immédiatement la suivante, en réglant le thermorégulateur pour une autre température et en refaisant le vide.

A titre d'exemple, je reproduis ici le détail de la première observation de la série; chacun des nombres inscrits dans le Tableau suivant est la moyenne de deux lectures, faites à peu de distance l'une de l'autre. Les points repérés sont désignés par les lettres de l'alphabet.

Observations I.

23 juillet 1889.

1° Observation dans le vide.

10h 15m.		Première lecture.	Deuxième lecture.		
		mm	mm		
Manomètre.	Branche gauche..	1,85	2,0		
	Branche droite...	1,4	1,6		
		3,25	3,6	Moyenne....	3mm,42
Thermomètres.	N° 8713..........	77°,605	77°,61	Moyennes...	77°,607
	N° 8025..........	77,71	77,72		77,715

Franges.						
A 25,25	F 25,25	K 24,33	O 24,75	T 25,07	Y 24,63	C_1 24,97
B 24,30	G 24,27	L 23,72	P 23,85	U 24,13	Z 23,75	D_1 24,10
C 23,57	H 23,63	M 22,95	Q 23,15	V 23,37	A_1 23,00	E_1 23,33
D 22,98	I 22,95	N 22,38	R 22,57	W 22,73	B_1 22,35	F_1 22,77
E 22,45	J 22,47		S 22,03	X 22,22		G_1 22,15

Pointé moyen................ 23,498.

2° Observation sous la pression atmosphérique.

12h 5m.		Première lecture.	Deuxième lecture.		
Baromètre......................		754mm,6 à 19°,0	754mm,6 à 19°,0	Moyenne......	754mm,6 à 19°,0
Thermomètres.	N° 8713.......	77°,88	77°,89	Moyennes......	77°,885
	N° 8025.......	78,00	78,00		78,000

Franges.						
A 32,35	F 32,40	K 31,50	O 31,80	T 32,12	Y 31,65	C_1 32,03
B 31,45	G 31,60	L 30,77	P 30,93	U 31,25	Z 30,80	D_1 31,20
C 30,70	H 30,75	M 30,10	Q 30,22	V 30,50	A_1 30,08	E_1 30,42
D 30,00	I 30,03	N 29,55	R 29,70	W 29,80	B_1 29,52	F_1 29,83
E 29,52	J 29,50		S 29,08	X 29,25		G_1 29,25

Pointé moyen.................. 30,595.

Les nombres de franges passées respectivement en chacun des points, par l'effet de la rentrée de l'air et de la petite variation de température qui s'est produite, sont donc :

A 7,10	F 7,15	K 7,17	O 7,05	T 7,05	Y 7,02	C_1 7,06
B 7,15	G 7,33	L 7,05	P 7,08	U 7,12	Z 7,05	D_1 7,10
C 7,13	H 7,12	M 7,15	Q 7,07	V 7,13	A_1 7,08	E_1 7,09
D 7,02	I 7,08	N 7,17	R 7,13	W 7,07	B_1 7,17	F_1 7,06
E 7,07	J 7,03		S 7,05	X 7,03		G_1 7,10

Moyennes............. 7,097 ± 0,007.

La détermination entière comprend 83 doubles observations semblables à la précédente, faites par séries de températures alternativement ascendantes et descendantes, et réparties à peu près également sur toute l'étendue de l'échelle thermométrique entre 0° et 80° environ. Ces observations étaient faites, en général, de douze en douze heures, la température étant, au moment de chacune d'elles, déjà fixée et absolument invariable depuis plusieurs heures (¹).

On a réduit les lectures thermométriques et barométriques suivant les règles ordinaires; puis on a appliqué à tous les pointés moyens de petites corrections pour les réduire uniformément, ceux de la série dans l'air raréfié, au vide parfait; et ceux de la série sous la pression ambiante, à une pression de 760^{mm}. L'introduction de ces corrections, qui sont partout très faibles et se font, en appliquant la formule (1), avec une rigueur plus que suffisante, même si son exactitude n'était qu'approchée, ramène les résultats à une forme simple et facilement accessible au calcul.

Si l'on figure ces résultats graphiquement, en portant, sur un papier quadrillé, les températures en abscisses et les pointés moyens (réduits) en ordonnées, on voit les points correspondant respectivement aux deux séries se placer, avec de très faibles écarts, le long de deux lignes presque droites, à très légère concavité supérieure, qui se rapprochent l'une de l'autre aux températures élevées.

On a calculé d'abord la série faite dans l'air raréfié. Désignons

(¹) Le détail de ces observations est reproduit dans les *Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures*, t. VI, 1888. Je ne puis donner ici qu'un résumé de la méthode et des résultats.

par f_1 le pointé moyen (réduit au vide parfait) correspondant à la température t_1, par f_0 le pointé moyen (inconnu) qui correspondrait à 0°, par L_1, L_0 les longueurs des vis de platine iridié aux mêmes températures. On peut évidemment poser

$$L_0 = C + f_0 \frac{\lambda}{2},$$
$$L_1 = C + f_1 \frac{\lambda}{2} = L_0 - f_0 \frac{\lambda}{2} + f_1 \frac{\lambda}{2}.$$

λ étant la longueur d'onde de la lumière dans le vide, et C une constante dont la valeur dépendrait du numéro d'ordre attribué à chaque frange. Si l'on écrit

$$L_1 = L_0(1 + \alpha t + \beta t^2),$$

on en déduit

$$f_0 + \frac{2L_0}{\lambda} \alpha t_1 + \frac{2L_0}{\lambda} \beta t_1^2 = f_1$$

ou bien

(3) $$x + t_1 y + t_1^2 z = f_1.$$

en posant

$$x = f_0, \qquad y = \frac{2L_0}{\lambda} \alpha, \qquad z = \frac{2L_0}{\lambda} \beta.$$

Chaque observation conduit à une équation de condition semblable à (3), et la résolution du système des 83 équations ainsi fournies par la série entière donne y et z, et, par suite, les constantes α et β de la dilatation du trépied de platine iridié.

Les expériences faites sous la pression atmosphérique (et réduites à 760mm) peuvent se représenter de même par des expressions de la forme

(4) $$x' + t_1 y' + t_1^2 z' = f'_1.$$

Les valeurs ainsi déterminées de x, y, z d'une part, de x', y', z' d'autre part, permettent de calculer, pour une température quelconque, la différence $f' - f$ *la plus probable*, c'est-à-dire résultant de l'ensemble de toutes les observations, entre les pointés moyens correspondants,

$$f' - f = (x' - x) + (y' - y)t + (z' - z)t^2.$$

La formule (2), dans laquelle e devient ici L_1, quantité qu'on

peut calculer au moyen des coefficients α et β, donne ensuite

$$n_1 = 1 + (f' - f)\frac{\lambda}{2L_1},$$

et peut par conséquent fournir autant de valeurs que l'on veut de l'indice de l'air à diverses températures et sous la pression de 760^{mm}. Ce calcul a été fait ci-dessous, de 5 en 5 degrés, dans les limites de température entre lesquelles sont comprises les expériences :

t.	$f'-f$.	$\frac{\lambda}{2L}$.	n.	ε.	ε'.
0°	9,1813	0,000031831	1,00029225	−11	0
5	9,0198	31830	28710	+ 1	+11
10	8,8627	31828	28208	+ 7	+16
15	8,7098	31827	27721	+10	+19
20	8,5613	31826	27247	+11	+17
25	8,4170	31824	26786	+ 8	+13
30	8,2770	31823	26340	+ 4	+10
35	8,1413	31822	25907	− 1	+ 2
40	8,0098	31820	25487	− 8	− 5
45	7,8827	31819	25082	−12	−10
50	7,7598	31817	24689	−17	−16
55	7,6413	31816	24312	−17	−17
60	7,5270	31815	23947	−16	−17
65	7,4170	31813	23596	−11	−13
70	7,3113	31812	23259	− 2	− 4
75	7,2100	31811	22936	+13	+10
80	7,1128	0,000031809	1,00022625	+31	+28

Si l'on cherche à relier ces diverses valeurs de n par une loi de la forme

$$n_1 - 1 = (n_0 - 1)\frac{1}{1+\delta t_1},$$

les équations de condition auxquelles elles conduisent, suivant que l'on y considère ou non $(n_0 - 1)$ comme une deuxième inconnue, donnent

$$n_0 - 1 = +0,00029236,$$
$$\delta = +0,0036699$$

ou bien

$$n_0 - 1 = +0,00029225,$$
$$\delta = +0,0036617.$$

Le choix de ces deux systèmes de valeurs est indifférent; on voit, par les erreurs résiduelles ε, ε' calculées ci-dessus en unités de la dernière décimale que les unes ou les autres s'écartent très peu des résultats qui ont été fournis par les observations.

Ainsi les résultats de cette étude sur l'indice de réfraction de l'air, que j'ai été amené à faire, incidemment, à propos des déterminations par la méthode Fizeau, sont :

1° L'indice de l'air sec à 0° et sous 760^{mm}, pour la lumière de la soude, est 1,0002923; cette valeur, sensiblement plus faible que celle de Biot et Arago (1,0002945), est presque identique à celle qui a été trouvée par M. Mascart (1,0002927).

2° Le coefficient de variation avec la température est précisément égal au coefficient de dilatation, 0,00367.

Ainsi, la loi de la proportionnalité de la réfraction à la densité, vérifiée sur une grande échelle pour les pressions par d'autres observateurs, et mise en doute pour les températures, serait également exacte pour celles-ci, au moins dans les limites de 0° à 80°.

Le coefficient moyen de dilatation, de 0° à $t°$, du trépied, donné par la série précédente, est, dans l'échelle du thermomètre à mercure en verre dur,

$$\alpha_{(t)} = 10^{-9}(8554,0 + 2,155\,t).$$

Une fois cette constante connue, on a pu faire servir le trépied à la mesure de substances de natures diverses et, en particulier, de fragments de règles métriques. L'échantillon à étudier se place sur trois petites saillies qui ont été repoussées au burin sur la face supérieure du disque; l'épaisseur de la lame d'air est de 2 à 5 centièmes de millimètre; elle est toujours mesurée avec précision au sphéromètre. Les expériences sont conduites d'une manière analogue à celles de la série précédente; les franges sont repérées, toujours dans l'air sous la pression ambiante, par rapport à un nombre de points qui varie d'une dizaine à une vingtaine, suivant que les dimensions et la forme de la surface de l'échantillon permettent d'en observer plus ou moins. Chaque détermination comprend en général de 25 à 30 observations, faites toujours par séries de températures alternativement ascendantes et descendantes, entre 0° et 85° environ.

Le mode de calcul adopté est très analogue à celui qui a été indiqué plus haut pour le trépied. On fait d'abord subir au pointé moyen une très petite correction, pour ramener la lame d'air aux conditions uniformes de 0° et 760mm de pression. Désignons comme ci-dessus par f_0, f_1 les pointés moyens ainsi corrigés qui correspondraient aux températures 0, t_1 ; par e_0, e_1 les épaisseurs de la lame d'air; par L_0, L_1 les longueurs des vis; enfin, par E_0, E_1 les épaisseurs de l'échantillon aux mêmes températures; on peut poser, comme ci-dessus,

$$e_0 = L_0 - E_0 = C + f_0 \frac{\lambda}{2},$$

$$e_1 = L_1 - E_1 = C + f_1 \frac{\lambda}{2},$$

λ étant ici la longueur d'onde dans l'air, à 0° et sous 760mm. Si α et β sont les coefficients de l'échantillon, α' et β' ceux du trépied, on en déduit

$$f_0 + \frac{2(L_0\alpha' - E_0\alpha)}{\lambda} t_1 + \frac{2(L_0\beta' - E_0\beta)}{\lambda} t_1^2 = f_1,$$

équation qui peut se mettre encore sous la forme

$$x + t_1 y + t_1^2 z = f_1.$$

Les équations de condition étant résolues, on a enfin

$$\alpha = \frac{L_0\alpha' - y\frac{\lambda}{2}}{E_0}, \qquad \beta = \frac{L_0\beta' - z\frac{\lambda}{2}}{E_0}.$$

Les erreurs probables des résultats sont toujours, dans ces mesures, à peu près du même ordre de grandeur que celles des meilleures déterminations faites par la méthode du comparateur. C'est ainsi, par exemple, que l'erreur probable du coefficient moyen du trépied, entre 0° et 80°, a été trouvée égale à $2,2 \times 10^{-9}$, soit inférieure à $\frac{1}{1000}$ de la valeur de ce coefficient. Mais ici, comme pour le comparateur, ces erreurs probables donnent sans aucun doute une idée exagérée de l'exactitude réellement atteinte. La méthode Fizeau présente toutefois l'avantage de permettre d'opérer sans aucune difficulté dans un intervalle de température beaucoup plus étendu; et de donner par conséquent le deuxième coeffi-

cient β avec une précision beaucoup plus grande. Les dilatations obtenues par les deux méthodes sur des matières dont l'identité paraît pouvoir être garantie, par exemple sur des règles entières par le comparateur et sur des bouts de ces mêmes règles par l'appareil Fizeau, ont d'ailleurs été trouvées presque toujours assez concordantes pour permettre d'assurer que des erreurs systématiques de quelque importance ne sont à craindre ni dans l'une ni dans l'autre, avec les précautions minutieuses qui ont été prises dans tous les détails d'application; les résultats auxquels elles conduisent pourraient être indifféremment employés dans toutes les applications que comportent les opérations habituelles de la Métrologie.

Les nombreuses déterminations que j'ai faites m'ont fourni l'occasion d'observer accessoirement certains phénomènes dont je ne puis dire qu'un mot ici, et qui présentent quelque intérêt au point de vue de la Métrologie; en particulier, les phénomènes de déformation et de contraction progressive que présentent les métaux martelés, laminés ou écrouis. Ces faits de raccourcissement lent avec le temps avaient été constatés sur des règles métriques, soit par nous, soit par d'autres observateurs; mais la méthode si délicate des franges les met en évidence de la manière la plus nette.

Je terminerai en reproduisant quelques-uns des résultats déjà publiés dans les *Travaux et Mémoires*. Je donne de préférence ceux qui ont été obtenus par la méthode Fizeau, parce que leur détermination a été faite dans un intervalle de température plus considérable (de 0° à 80°-85°), et qu'ils ont, à ce point de vue, une valeur plus générale. Dans le Tableau qui suit, tous les coefficients sont rapportés aux deux échelles du thermomètre à mercure en verre dur et du thermomètre à hydrogène :

Substances.		Coefficients de dilatation dans l'échelle du thermomètre à mercure, en verre dur.	du thermomètre à hydrogène.
…rtz	dans la direction parallèle à l'axe…	$10^{-9}(7123,3+8,44t)$	$10^{-9}(7161,4+8,01t)$
	dans la direction perpendic. à l'axe.	$10^{-9}(13185,0+12,40t)$	$10^{-9}(13254,6+11,63t)$
…yl	dans la direction parallèle à l'axe…	$10^{-9}(-1342,2+4,05t)$	$10^{-9}(-1347,8+4,12t)$
	dans la direction perpendic. à l'axe.	$10^{-9}(996,3+4,63t)$	$10^{-9}(1002,5+4,57t)$
…ath	dans la direction parallèle à l'axe…	$10^{-9}(25006,0+13,25t)$	$10^{-9}(25135,3+11,80t)$
…ande	dans la direction perpendic. à l'axe.	$10^{-9}(-5550,6+1,07t)$	$10^{-9}(-5578,2+1,38t)$
…ine pur (1)		$10^{-9}(8855+1,74t)$	$10^{-9}(8901+1,21t)$
…ium pur (1)		$10^{-9}(6325+3,58t)$	$10^{-9}(6358+3,21t)$
…ine iridié à 10 pour 100 d'iridium (2)		$10^{-9}(8600+2,19t)$	$10^{-9}(8644+1,70t)$
…monétaire à $\frac{11}{12}$ (3)		$10^{-9}(14497+4,03t)$	$10^{-9}(14571+3,19t)$
…er recuit (4)		$10^{-9}(10353+5,80t)$	$10^{-9}(10406+5,21t)$
…ton I (5)		$10^{-9}(18666+6,58t)$	$10^{-9}(18759+5,55t)$
…ton II (5)		$10^{-9}(18745+6,37t)$	$10^{-9}(18839+5,33t)$
…ton III (5)		$10^{-9}(18361+6,21t)$	$10^{-9}(18453+5,19t)$
…ton IV (5)		$10^{-9}(17850+5,55t)$	$10^{-9}(17939+4,56t)$
…ton V (6)		$10^{-9}(18286+6,85t)$	$10^{-9}(18377+5,84t)$
…nze I (7)		$10^{-9}(17465+5,93t)$	$10^{-9}(17552+4,96t)$

(1) Préparé par M. Stas.

(2) Le nombre donné ici est la moyenne de 13 déterminations faites sur des échantillons prove…t de sources différentes, et en particulier de règles étalons en X construites soit par MM. Johnson, …tthey et Cie, à Londres, soit par la Section française de la Commission du mètre. Les différences …tre les dilatations de tous ces échantillons excèdent à peine les limites des erreurs d'observation.

(3) Monnaies anglaises.

(4) Moyenne de deux déterminations, très concordantes, faites sur deux échantillons d'acier, l'un …nçais, l'autre anglais.

(5) L'analyse chimique de ces divers échantillons de laiton, provenant de règles diverses, a été faite … Laboratoire de Chimie de l'École Normale supérieure, par M. Tornöe, et publiée dans les *Travaux … Mémoires*, t. V; 1886. Leur composition est la suivante :

	Laiton I.	Laiton II.	Laiton III.	Laiton IV.
Cuivre	59,48	59,15	63,41	73,75
Zinc	37,95	38,25	33,74	24,18
Plomb	1,89	2,06	2,02	0,57
Étain	0,36	0,30	0,22	1,52
Fer	0,27	0,16	0,38	traces
	99,95	99,95	99,77	100,02

(6) Règle métrique construite par MM. Brunner, à Paris. Non analysée.

(7) Analysé par M. Tornöe :

Cuivre	81,20
Zinc	8,60
Plomb	0,17
Étain	9,87
	99,84

Substances.	Coefficients de dilatation dans l'échelle du thermomètre à mercure, en verre dur.	du thermomètre à hydrogène
Bronze II (1)	$10^{-9}(17451 + 6{,}50\,t)$	$10^{-9}(17538 + 5,$ [illegible]
Bronze phosphoreux, pauvre en phosph. dur (2)	$10^{-9}(16582 + 5{,}54\,t)$	$10^{-9}(16664 + 4,$ [illegible]
» » recuit (2)	$10^{-9}(16492 + 5{,}99\,t)$	$10^{-9}(16575 + 5,$ [illegible]
Bronze phosphoreux, riche en phosph. dur (2)	$10^{-9}(16909 + 5{,}90\,t)$	$10^{-9}(16994 + 4,$ [illegible]
» » recuit (2)	$10^{-9}(16886 + 6{,}04\,t)$	$10^{-9}(16971 + 5,$ [illegible]

PHÉNOMÈNES ÉLECTROCAPILLAIRES PRODUITS PAR DES CORPS SOLIDES;

PAR M. KROUCHKOLL.

1. Dans un travail antérieur (3), j'ai montré que les phénomènes électrocapillaires peuvent être généralisés et étendus aux liquides non miscibles : je me suis proposé de rechercher si ces phénomènes ne pouvaient pas avoir une nouvelle généralisation et se retrouver dans les corps solides. Il est clair que, dans ce cas, on ne peut chercher que les phénomènes électriques résultant d'un changement de surface d'un corps solide, ou l'inverse de ces phénomènes électriques : voir si la polarisation ne produit pas un changement de surface.

Ma première idée était de faire des expériences avec certaines substances organiques qu'on obtient facilement en feuilles extensibles, telles que la gélatine ou l'albumine coagulée.

Une lame de gélatine, telle qu'on en trouve dans le commerce, laissée pendant quelque temps dans l'eau, devient extensible et

---

(1) Même composition que le précédent, *avant fusion*.

(2) Ces bronzes phosphoreux proviennent des fonderies et tréfileries d'Anderlecht-les-Bruxelles. Leur composition est, à très peu près :

	Bronze pauvre en phosphore.	Bronze riche en phosphore.
Cuivre	97,6	94,6
Étain	2,2	4,7
Phosphore	0,2	0,7
	100,0	100,0

(3) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 303.

possède une élasticité assez grande pour reprendre sa forme initiale après avoir été soumise à une légère extension. Avec une telle lame, rendue conductrice, on pourrait se proposer de voir si quelque phénomène électrique accompagne l'extension de sa surface, et si ce même phénomène, changé de sens, réapparaît quand la lame étendue revient à sa forme primitive.

Mes premières expériences ont confirmé les prévisions théoriques : elles m'ont montré qu'une lame de gélatine étendue dans l'eau devenait positive par rapport à l'eau (le courant tend à aller du liquide à la gélatine à travers la surface de contact gélatine-eau) (¹).

Le phénomène changeait de sens lorsque la lame revenait. Ces premiers résultats obtenus, je me suis occupé de métaux ductiles, comme le cuivre, l'argent et le plomb.

Voici comment l'expérience était disposée et exécutée :

Un fil métallique recuit ff', de 60^{cm} de longueur et de $0^{mm},4$ à $0^{mm},6$ de diamètre, est tendu horizontalement dans un tube de verre tt' de 50^{cm} de longueur et de 8^{mm} de section, rempli de liquide et bouché aux deux extrémités par des tampons de coton. Ce tube repose sur deux montants en liège KK' fixés sur une planche de bois. L'une des extrémités du fil f' est fixée dans une borne b' et reste immobile, l'extrémité f est pincée dans une borne b fixée sur un tambour M tournant autour d'un axe horizontal. A ce tambour est fixé un levier L sur lequel on agit lorsqu'on veut étendre le fil. Grâce aux tampons de coton, le fil s'étend sans cesser d'être mouillé.

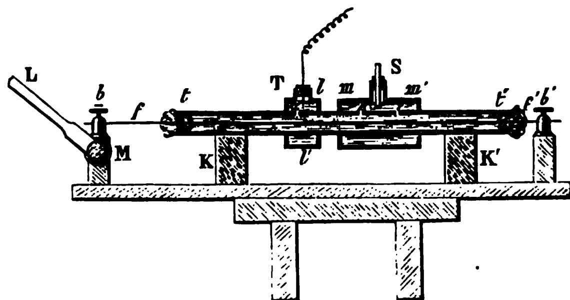
Dans quelques expériences, j'ai eu soin d'isoler les extrémités du fil des tampons, des deux côtés, en le couvrant à chaud d'une couche de vernis à la gomme laqué et de ne recuire que la partie du fil entre les portions ainsi isolées. Les phénomènes étaient, d'ailleurs, les mêmes que si les extrémités du fil n'étaient pas vernies.

Sur le tube tt' sont fixés deux autres tubes ll' et mm' plus larges, qui communiquent avec le tube central par de petits ori-

(¹) Ces expériences sont reprises maintenant par une autre méthode qui me ermettra d'étudier un grand nombre de substances organiques.

fices α, β, γ, pratiqués dans ce dernier. Ces deux tubes extérieurs sont également remplis de liquide : l'un d'eux, ll', contient une électrode témoin T, faite avec le même métal que le fil tendu, qui est en dehors du circuit et qui sert de terme de comparaison pour les potentiels du fil ff' ; l'autre, mm', peut être mis en communication, à l'aide du siphon S, avec un vase contenant une électrode impolarisable (une lame de cuivre plongeant dans du sulfate de cuivre).

Fig. 1.



Si l'on réunit aux bornes d'un électromètre capillaire l'électrode témoin et le fil soumis à l'extension, on constate que ce dernier devient négatif au moment où on l'allonge de façon à dépasser la limite de l'élasticité.

L'électromètre revient à sa position initiale dès que l'extension cesse.

On peut s'assurer que ce phénomène n'est pas un phénomène thermo-électrique. En effet, supposons que le fil soumis à l'extension soit un fil de cuivre. Alors, si le tube central qui dépasse le tube extérieur, comme on le voit sur la figure, est chauffé directement au moyen d'un bec Bunsen, on observe que le sens du phénomène thermo-électrique est contraire au sens du phénomène précédent : le fil devient positif. Or on sait qu'un fil métallique s'échauffe lorsqu'on l'étend au delà de sa limite d'élasticité.

Essayons maintenant d'étendre le fil en le polarisant négativement (par l'hydrogène). On constate que, pour une certaine polarisation, le sens du phénomène est renversé : l'extension rend le fil positif. Il est facile de mesurer la force électromotrice de polarisation par une méthode de réduction à zéro, sans supprimer le cou-

rant polarisant. J'applique cette méthode de la manière suivante :

Le fil tendu est mis en communication avec le pôle négatif d'une pile P qui fournit le courant polarisant, le pôle positif de cette pile étant mis en communication avec l'électrode impolarisable; de cette manière, toute la polarisation se porte sur le fil tendu. Puis, pendant que ce dernier se polarise, je le compare à l'électrode témoin T en compensant la force électromotrice qui existe entre eux à l'aide d'une dérivation prise sur une pile étrangère P′ de 2 daniells, dérivation qui contient l'électromètre capillaire. L'électromètre est toujours ramené à la position d'équilibre.

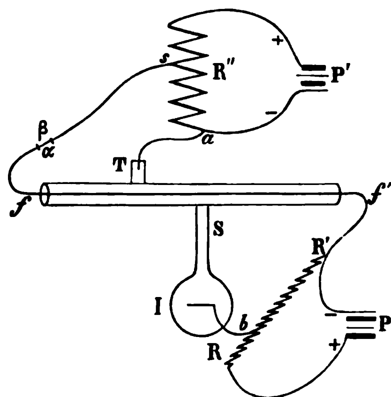
Pour la facilité des observations, l'électromètre est muni d'un système de projection. L'image de la colonne mercurielle est projetée, à l'aide d'un objectif de microscope, sur un verre dépoli portant une graduation. On pouvait ainsi apprécier facilement le $\frac{1}{10000}$ de daniell.

Le schéma de la disposition expérimentale est représenté sur la *fig.* 2 : *ff′* est le fil soumis à l'extension; I, l'électrode impolarisable; P, la pile de 2 daniells qui fournit le courant polarisant. Les pôles de cette pile sont attachés à un rhéostat RR′, et l'électrode impolarisable est reliée à un contact mobile *b* qui se déplace le long du rhéostat. En le déplaçant le long de ce rhéostat, on peut obtenir toutes les valeurs de la polarisation comprises entre 0 et 1 volt environ. P′ est la pile donnant le courant servant à compenser la force électromotrice de polarisation. Le courant de cette pile passe dans une résistance R″; *s* et *a* sont deux points pris sur cette résistance et entre lesquels la force électromotrice est égale à celle qui existe entre le fil *ff′* et l'électrode témoin T; α et β sont les deux bornes de l'électromètre.

La force électromotrice de la pile P′ n'étant pas constante, on la comparait avant et après chaque expérience avec la force électromotrice d'un élément Latimer-Clark. En fait, on évaluait la force électromotrice de compensation entre *a* et *s* en Latimer-Clark. A cet effet, on détermine sur la résistance R″ deux points, par exemple *a* et *c*, entre lesquels la force électromotrice soit égale à celle d'un Lat.-Cl. Il suffit alors de diviser la résistance *as* par la résistance *ac* pour avoir la force électromotrice entre le fil *ff′* et l'électrode-témoin en Lat.-Cl.

Dans le cas du cuivre en contact avec l'eau contenant 2 pour 100 de sulfate de soude, le renversement du sens du courant, dû à l'extension du fil, s'est produit, dans deux expériences, pour des forces électromotrices de polarisation égales à $0^{lat},206$ et $0^{lat},243$ ($0^{volt},304$ et $0^{volt},348$).

Fig. 2.



Il y a donc pour le cuivre en contact avec un liquide conducteur une force électromotrice de polarisation pour laquelle la variation de la surface du métal ne produirait aucun effet électrique.

2. On sait comment, dans le cas du mercure, l'hypothèse de la couche double explique le phénomène du renversement des effets électriques, pendant la variation de la surface, pour une certaine polarisation. Dans cette théorie, la force électromotrice de polarisation correspondant au point où l'effet dû à l'extension de la surface du métal est nul représente la force électromotrice vraie de contact du métal et du liquide.

Les nombres cités plus haut, qui donnent la force électromotrice entre l'électrode témoin et le fil ff' au moment où l'extension de ce fil ne produit aucun effet électrique, représenteraient donc la force électromotrice de contact entre l'électrode témoin et le liquide.

En effet, soient V_1 le potentiel du fil tendu, V_2 celui du liquide et V_3 celui du fil témoin. Au moment du renversement, on a,

dans l'hypothèse de la couche double,

$$V_1 - V_0 = 0 \quad \text{ou} \quad V_1 = V_2.$$

Soit p la force électromotrice de polarisation, force électromotrice mesurée par celle qui existe entre les deux points a et s pris sur la dérivation. On a, au moment où l'électromètre est en équilibre,

$$p = V_3 - V_2 = V_3 - V_1.$$

p est donc égal à la force électromotrice de contact entre l'électrode témoin et le liquide.

3. On peut déterminer ainsi la force électromotrice de contact entre le liquide et les deux métaux séparément, par exemple entre le liquide et le cuivre et ce même liquide et le mercure. On peut former ensuite une pile cuivre-liquide-mercure et mesurer sa force électromotrice E. Celle-ci sera égale à une somme algébrique de termes

$$E = Cu \mid L + L \mid Hg + Hg \mid Cu,$$

en désignant les métaux par leurs symboles chimiques, le liquide par la lettre L, et en général par le symbole X | Y l'excès de potentiel que présente un conducteur Y sur le conducteur X en contact avec lui. Dans cette somme, les termes Cu | L et L | Hg sont connus; par différence, on aura Hg | Cu, c'est-à-dire la force électromotrice de contact du cuivre et du mercure.

Mes expériences ont porté sur le cuivre, le plomb et l'argent. Quant au mercure, j'ai pu me servir du nombre donné par M. Pellat.

4. Nous avons déjà vu que, pour le cuivre, le changement de sens que subit le courant dû à l'extension du fil se produit pour une force électromotrice variant entre $0^{\text{volt}},206$ et $0^{\text{volt}},243$, de sorte que

$$L \mid Cu = 0^{\text{volt}},206 \quad \text{ou} \quad = 0^{\text{volt}},243.$$

J'ai trouvé de même que

$$L \mid Pb = 0^{\text{volt}},32,$$

et

$$L \mid Hg = 0^{\text{volt}},105.$$

Si j'adopte le nombre de M. Pellat pour la valeur de L | Hg, j'aurai

$$L \mid Hg = 0^{\text{lat}},6.$$

Si je forme des couples avec le liquide et les différents métaux successivement, en prenant pour électrodes dans ces couples les différentes électrodes témoins qui ont servi à déterminer les forces électromotrices de contact entre le liquide et ces métaux ([1]), je pourrai déduire de la force électromotrice des couples la force électromotrice de contact des différents métaux.

Mais ici se présente une difficulté inhérente à toutes les mesures de ce genre : les nombres qui représentent les forces électromotrices des couples varient, ces forces électromotrices dépendant de l'état des surfaces des électrodes. Déjà M. Hankel ([2]) et plus tard M. Pellat ([3]) ont montré que la différence de potentiel apparente au contact des métaux variait avec l'état de leurs surfaces en regard. Il était à prévoir que la même influence se ferait sentir dans la mesure des forces électromotrices des couples que j'ai eu à former.

Il est bien entendu que ces couples n'ont jamais été fermés sur eux-mêmes. La mesure se faisait par la méthode de compensation exposée plus haut, et, comme j'avais dans le circuit un électromètre capillaire, la polarisation était soigneusement évitée. En outre, la température ambiante ne variait pas beaucoup : les expériences se faisaient au mois de juin. Du reste, les variations de force électromotrice étaient assez rapides.

Dans ces conditions, l'influence de la surface pouvait être observée avec beaucoup de netteté.

En général, la force électromotrice d'un couple, même laissé ouvert, varie avec le temps : elle augmente ou diminue (dans les couples où l'un des métaux est le plomb) et cela tient également aux modifications que subissent les surfaces des métaux avec le temps, surtout lorsque ces métaux se trouvent en contact d'un liquide aqueux.

([1]) Plus exactement entre le liquide et les électrodes témoins.

([2]) *Pogg. Ann.*, t. CXV, p. 57, et t. CXXVI, p. 286.

([3]) *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XXIV, p. 5.

Voici les nombres que j'ai trouvés pour les forces électromotrices des différents couples que j'avais à former :

Couple plomb-liquide-cuivre.

	lat
Fils servant d'électrodes, fraîchement nettoyés..	0,37
Le lendemain	0,36

C'est le couple le plus constant.

Couple plomb-liquide-argent.

Métaux récemment nettoyés	0,436
Au bout de cinq heures	0,423

Couple plomb-liquide-mercure.

Métaux fraîchement nettoyés	0,406
Au bout de cinq heures	0,41
Le lendemain	0,57

Couple cuivre-liquide-mercure.

Métaux fraîchement nettoyés	0,07
Au bout d'une demi-heure	0,05

Couple plomb-liquide-argent.

Fil de cuivre fraîchement nettoyé, fil d'argent laissé intact	0,095
Les deux fils fraîchement nettoyés	0,094
Le lendemain	0,102

Les variations les plus curieuses ont été observées sur le couple mercure-liquide-argent. Suivant le temps que les deux électrodes restent dans le liquide, l'argent forme le pôle positif ou le pôle négatif de la pile. Ainsi, en indiquant par le signe — que l'argent est le pôle négatif, j'ai trouvé :

	lat
Métaux fraîchement nettoyés	—0,0406
Au bout de six heures	—0,0047
Le lendemain	+0,008
Au bout de deux jours	+0,028

Dans une expérience où la force électromotrice du couple était + 0,004, il a suffi de frotter le fil d'argent qui servait d'électrode avec du papier buvard pour que la force électromotrice changeât de signe.

Les forces électromotrices des couples étant variables, les nombres représentant les forces électromotrices de contact des mé-

taux s'en trouveront nécessairement affectés. Il faudra, parmi les nombres qui représentent les forces électromotrices des couples, choisir pour le calcul des forces électromotrices de contact ceux qui correspondent le mieux aux conditions dans lesquelles on a mesuré les forces électromotrices de contact des métaux et des liquides.

Voici quels sont les nombres que j'ai obtenus pour les quatre métaux Cu, Ag, Pb et Hg. J'ai

$$\mathrm{Cu} \mid \mathrm{Pb} + \mathrm{Pb} \mid \mathrm{L} + \mathrm{L} \mid \mathrm{Ag} + \mathrm{Ag} \mid \mathrm{Cu} = 0{,}423;$$

or

$$\mathrm{Cu} \mid \mathrm{Pb} + \mathrm{Ag} \mid \mathrm{Cu} = \mathrm{Ag} \mid \mathrm{Pb},$$

donc

$$\mathrm{Pb} \mid \mathrm{L} + \mathrm{L} \mid \mathrm{Ag} + \mathrm{Ag} \mid \mathrm{Pb} = 0^{\text{lat}}{,}423.$$

Nous avons trouvé

$$\mathrm{Pb} \mid \mathrm{L} = -0^{\text{lat}}{,}32, \qquad \mathrm{L} \mid \mathrm{Ag} = 0^{\text{lat}}{,}1.$$

On aura donc

$$\mathrm{Ag} \mid \mathrm{Pb} = 0^{\text{lat}}{,}423 + 0^{\text{lat}}{,}32 - 0^{\text{lat}}{,}1 = 0^{\text{lat}}{,}643.$$

On a de même

$$\mathrm{Pb} \mid \mathrm{L} + \mathrm{L} \mid \mathrm{Cu} + \mathrm{Cu} \mid \mathrm{Pb} = 0^{\text{lat}}{,}37,$$

d'où

$$\mathrm{Cu} \mid \mathrm{Pb} = 0^{\text{lat}}{,}37 + 0^{\text{lat}}{,}32 - 0^{\text{lat}}{,}21 = 0^{\text{lat}}{,}48.$$

De même

$$\mathrm{Cu} \mid \mathrm{L} + \mathrm{L} \mid \mathrm{Ag} + \mathrm{Ag} \mid \mathrm{Cu} = 0{,}095,$$

d'où

$$\mathrm{Ag} \mid \mathrm{Cu} = 0{,}095 + 0^{\text{lat}}{,}21 - 0^{\text{lat}}{,}1 = 0^{\text{lat}}{,}204.$$

Je puis former trois couples où l'une des électrodes sera du mercure, et j'aurai

$$\mathrm{Cu} \mid \mathrm{L} + \mathrm{L} \mid \mathrm{Hg} + \mathrm{Hg} \mid \mathrm{Cu} = 0^{\text{lat}}{,}07,$$

d'où

$$\mathrm{Hg} \mid \mathrm{Cu} = 0^{\text{lat}}{,}21 + 0^{\text{lat}}{,}07 - 0^{\text{lat}}{,}6 = -0^{\text{lat}}{,}32;$$

donc

$$\mathrm{Cu} \mid \mathrm{Hg} = 0^{\text{lat}}{,}32.$$

De même

$$\mathrm{Pb} \mid \mathrm{L} + \mathrm{L} \mid \mathrm{Hg} + \mathrm{Hg} \mid \mathrm{Pb} = 0^{\text{lat}}{,}406,$$

d'où

$$\mathrm{Hg} \mid \mathrm{Pb} = 0^{\text{lat}}{,}406 + 0^{\text{lat}}{,}32 - 0^{\text{lat}}{,}6 = 0^{\text{lat}}{,}126.$$

Finalement

$$\mathrm{Hg} \mid \mathrm{L} + \mathrm{L} \mid \mathrm{Ag} + \mathrm{Ag} \mid \mathrm{Hg} = -0^{\text{lat}}{,}005,$$

d'où

$$Ag \mid Hg = 0^{lat},6 - 0^{lat},1 - 0^{lat},005 = 0^{lat},495.$$

En résumé, on a, pour les quatre métaux,

$$\begin{aligned} Hg \mid Pb &= \overset{lat}{0},126, \\ Cu \mid Hg &= 0,32, \\ Ag \mid Cu &= 0,204, \\ Ag \mid Pb &= 0,643, \end{aligned}$$

ce qui vérifie à $0^{lat},007$ près la loi des tensions.

En effet, on a

$$Ag \mid Cu + Cu \mid Hg + Hg \mid Pb = Ag \mid Pb,$$

ce qui donne

$$0^{lat},126 + 0^{lat},32 + 0^{lat},204 = 0^{lat},660 = Ag \mid Pb,$$

et le nombre trouvé directement est

$$0^{lat},643.$$

Il est bien entendu que ces nombres doivent être considérés comme des valeurs approchées de la différence de potentiel entre les métaux, pour les raisons que j'ai déjà indiquées plus haut.

D'ailleurs, cette remarque s'applique à tous les nombres donnant les différences de potentiel apparentes des métaux. Les expériences que je viens d'exposer ont surtout pour but de confirmer la théorie de la couche double.

Je ferai encore remarquer qu'un fil de cuivre, soumis à l'extension dans une dissolution concentrée de sulfate de cuivre, ne donne lieu qu'à un phénomène électrique presque inappréciable et n'est pas modifié par la polarisation, parce que le fil ne se polarise pas. Il n'est pas sans intérêt de rapprocher ce fait de celui qu'a observé M. König (¹) à propos de mercure, à savoir, que la tension superficielle d'une goutte de mercure dans une dissolution d'un sel de ce métal ne varie pas; elle garde sa valeur maxima quelle que soit la force électromotrice de polarisation.

5. M. Gouy a montré qu'une spirale faite avec une lame très mince, d'or vernie d'un côté, change de courbure lorsque, plongée

(¹) *Wiedemann's Annalen*, t. XVI, p. 26; 1882.

dans un électrolyte, on la polarise. Sa courbure augmente, elle tend à s'enrouler davantage quand on la polarise négativement; elle diminue et la spirale tend à se dérouler, lorsqu'on la polarise positivement. Ce phénomène, découvert par M. Gouy, peut être considéré comme le phénomène inverse des phénomènes que j'ai décrits plus haut.

WIEDEMANN'S ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

Tomes XXXIII et XXXIV; janvier-août 1888 [Suite (1)].

E. WIEDEMANN. — Sur la phosphorescence et la fluorescence, t. XXXIV, p. 446-463.

1. M. Wiedemann propose une terminologie nouvelle pour les phénomènes d'émission lumineuse qui échappent à la loi de Kirchhoff. Le nom générique de *luminescence* appliqué à tous les phénomènes donnerait les noms dérivés de *photoluminescence* (phosphorescence ou fluorescence développée sous l'action de la lumière), d'*électroluminescence* (tubes de Geissler), de *chimiluminescence,* de *thermo-*, *tribo-*, *cristalloluminescence.* Enfin on nommerait *température de luminescence,* pour une radiation donnée, la température à laquelle il faudrait élever le corps luminescent pour qu'il émît, en dehors de toute excitation extérieure, la radiation considérée, avec la même intensité.

2. La phosphorescence n'a été observée jusqu'ici que sur les corps solides. M. Wiedemann s'est demandé si des liquides fluorescents, solidifiés artificiellement, ne deviendraient pas phosphorescents. L'éosine, le sulfate de quinine, l'esculine, le fluorescéine, le chlorhydrate d'acridine en dissolution aqueuse ont été additionnées de gélatine, puis desséchées : toutes ces substances ont présenté le phénomène de la phosphorescence, en particulier le sulfate de quinine et le chlorhydrate d'acridine luisent pendant plusieurs secondes.

3. M. Wiedemann décrit un phosphoroscope du genre du

(1) Voir *Journal de Physique*, t. VIII, p. 427.

phosphoroscope Becquerel, et cherche la formule qui convient à cet appareil en tenant compte de la perte de lumière par phosphorescence pendant l'illumination.

Soient J l'intensité de la lumière incidente, i l'intensité de la lumière émise. M. Wiedemann admet que, pendant la période d'illumination, l'équation différentielle qui convient à l'émission lumineuse est

$$di = (AJ - bi)\,dt,$$

d'où

$$i = \frac{1}{b}(AJ - Ce^{-bt}).$$

Pendant la période suivante, on a simplement

$$di = -bi\,dt, \qquad i = C_1 e^{-bt}.$$

Les constantes C et C_1 sont déterminées par les conditions initiales.

A l'origine, on a $t = 0$, $i = 0$; d'où $C = AJ$. La première illumination dure un temps τ, et l'on a, au bout de ce temps,

$$i_\tau = \frac{AJ}{b}(1 - e^{-b\tau}).$$

La période d'obscurité est τ'; l'intensité lumineuse, au bout du temps $\tau + \tau'$, est donc

$$i_{\tau+\tau'} = i_\tau e^{-b\tau'} = \frac{AJ}{b}(1 - e^{-b\tau})e^{-b\tau'}.$$

On trouvera de même à la fin de la seconde période d'illumination et de la seconde période d'obscurité

$$i_{2\tau+\tau'} = \frac{AJ}{b}(1 - e^{-b\tau})(1 + e^{-b\tau}e^{-b\tau'}),$$

$$i_{2(\tau+\tau')} = \frac{AJ}{b}(1 - e^{-b\tau})(1 + e^{-b\tau}e^{-b\tau'})e^{-b\tau'},$$

et ainsi de suite; après la $n^{\text{ième}}$ période,

$$i_{n\tau+(n-1)\tau'} = \frac{AJ}{b}(1 - e^{-b\tau})\frac{1 - e^{-nb\tau}e^{-nb\tau'}}{1 - e^{-b\tau}e^{-b\tau'}},$$

$$i_{n(\tau+\tau')} = \frac{AJ}{b}(1 - e^{-b\tau})\frac{1 - e^{-nb\tau}e^{-nb\tau'}}{1 - e^{-b\tau}e^{-b\tau'}}e^{-b\tau'}$$

Quand n croît indéfiniment, on a

$$\lim i_{n\tau+(n-1)\tau'} = \frac{AJ}{b}\,\frac{(1-e^{-b\tau})}{1-e^{-b\tau}e^{-b\tau'}},$$

$$\lim i_{n(\tau+\tau')} = \frac{AJ}{b}\,\frac{(1-e^{-b\tau})e^{-b\tau'}}{1-e^{-b\tau}e^{-b\tau'}}.$$

Dans la phosphorescence on observe la lumière émise à partir d'un temps δ après la fin de la période d'éclairement, et pendant un temps μ. La quantité de lumière reçue par l'œil est donc

$$\frac{AJ}{b}\,\frac{1-e^{-b\tau}}{1-e^{-b\tau}e^{-b\tau'}}\int_{\delta}^{\delta+\mu} e^{-bx}\,dx = \frac{AJ}{b^2}\,\frac{1-e^{-b\tau}}{1-e^{-b\tau}e^{-b\tau'}}\,e^{-b\delta}(1-e^{-b\mu}).$$

E. WIEDEMANN et J.-B. MESSERSCHMITT. — Exactitude de la loi de Talbot, t. XXXIV, p. 463-469.

Cette loi est énoncée par M. Helmholtz à peu près de la manière suivante :

« Quand une portion de la rétine est soumise à des intermittences régulières d'excitations lumineuses suffisamment courtes et rapides, l'impression lumineuse est la même que celle qui serait produite par une excitation lumineuse continue et uniforme comprenant une même quantité totale de lumière. »

MM. Wiedemann et Messerschmit mesurent, à l'aide d'un photomètre de Glan, la lumière reçue d'une petite source lumineuse à travers un disque tournant pourvu de fenêtres et trouvent, dans tous les cas, la loi de Talbot justifiée au degré d'approximation que comportent les mesures ($\frac{1}{20}$ à $\frac{1}{50}$ suivant l'intensité lumineuse de la source).

PH. LENARD et M. WOLF. — Luminescence de l'acide pyrogallique, t. XXXIV, p. 918-925.

Quand on met une plaque photographique dans le révélateur d'Eder (103^{gr} d'eau, 1^{gr},35 de potasse, 0^{gr},86 de sulfate de soude, 0^{gr},20 d'acide pyrogallique), après l'avoir lavée superficiellement dans un bain d'alun, on voit d'abord la plaque, puis le bain tout entier, s'illuminer vivement pendant environ deux minutes.

D'après les auteurs, l'alumine se précipite; l'acide pyrogallique

et l'oxygène se condensent à la surface des grains du précipité en formation et la luminescence est liée à l'oxydation rapide qui résulte de cette condensation.

J.-B. MESSERSCHMITT. — Sur la réflexion diffuse, t. XXXIV, p. 867-896.

Des expériences spectrophotométriques sur la lumière diffusée ou irrégulièrement réfléchie par le biscuit de porcelaine, le marbre de Carrare mat ou poli, le grès, le gypse, etc., semblent indiquer qu'il est impossible d'appliquer aux diverses substances une seule et même formule renfermant un petit nombre de constantes. En général, la loi de Lambert s'écarte beaucoup d'être applicable.

Diverses formules ont été proposées, en vue d'applications à la Physique céleste, relativement à la lumière reçue par l'œil d'une planète éclairée par le Soleil. Aucune d'elles ne représente bien les expériences effectuées par l'auteur à l'aide d'un cylindre ou d'une sphère éclairée par une source éloignée.

H. AMBRONN. — Pléochroïsme des membranes des cellules végétales, t. XXXIV, p. 340-347.

M. Kundt a montré que des membranes de caoutchouc ou de gutta-percha tendues présentent un dichroïsme temporaire. M. Ambronn prouve que la gélatine rouge tendue sous l'eau présente le même phénomène; mais, si on la laisse dessécher tout en la maintenant tendue, elle conserve ensuite son dichroïsme d'une manière permanente.

Les fibres des plantes colorées avec de l'éosine ou d'autres matières du groupe de l'aniline présentent le plus souvent un pléochroïsme très appréciable, tandis que, si l'on produit dans l'épaisseur de leurs parois un précipité de bleu de Prusse, il n'y a pas trace de dichroïsme.

On sait que les grains d'amidon, ainsi que les membranes de diverses cellules, se colorent en bleu ou en violet intense sous l'action de l'iode, tandis que d'autres membranes végétales, par exemple les cellules ligneuses, se colorent en jaune ou en brun. Les membranes ainsi colorées en bleu ou en violet présentent le dichroïsme; celles qui se colorent en jaune ou en brun ne le présentent pas. Pour interpréter cette curieuse différence, M. Ambronn

fait observer que l'iode en cristaux suffisamment minces est dichroïque; les membranes bleues ou violettes devraient leur dichroïsme à la présence de cristaux d'iode incrustés dans leurs tissus d'une manière uniforme; les membranes jaunes ou brunes contiendraient de l'iode dissous.

F. KURLBAUM. — Mesure de la longueur d'onde des raies de Fraunhofer, t. XXXIII, p. 159-193 et 381-412.

Le Tableau suivant donne les valeurs obtenues par M. Kurlbaum, en regard de celles antérieurement trouvées par MM. Müller et Kempf (¹) :

	Longueurs d'onde.			Longueurs d'onde.	
Raies.	M. et K.	Kurlbaum.	Raies.	M. et K.	Kurlbaum.
1......	495770	495744	8......	562475	562453
2......	497340	497309	9......	573207	573174
3......	516260	516227	10(D_1)..	589625	589590
4(b_2)..	517284	517263	11......	612247	612217
5......	528215	528180	12......	639392	639358
6......	»	544502	13(C)...	656314	656274
7......	545580	545548			

G.-H. VON WYSS. — Nouvelle méthode pour la mesure de la dispersion rotatoire d'une substance active; observation d'un cas de dispersion anormale, t. XXXIII, p. 554-569.

L'appareil employé est un polarimètre à pénombres pourvu d'un polariseur de Lippich. Il reçoit, non de la lumière rigoureusement monochromatique, mais la lumière colorée qui émerge d'un spectromètre de Steinheil à grande dispersion éclairé par la lumière solaire.

M. von Wyss a étudié, à l'aide de cet appareil, de l'essence de térébenthine fournie par M. Riedel, de Berlin, et trouvé qu'elle présentait une dispersion anomale; la rotation maximum correspond à peu près à une longueur d'onde de 565,3. L'auteur a pu reproduire artificiellement la même dispersion anomale en mélangeant en proportion convenable de l'essence de térébenthine dextrogyre et de l'essence de térébenthine lévogyre.

(¹) *Publikation der Astroph. Observ. zu Postdam*, 1886.

P. DRUDE. — Observation sur la réflexion de la lumière par le verre d'antimoine, t. XXXIV, p. 489-531.

En vue de vérifier les conséquences de la théorie de la lumière de M. Voigt et de se mettre à l'abri des perturbations apportées par la couche superficielle résultant du travail du polissage, l'auteur a étudié la réflexion de la lumière sur les faces de clivage d'une espèce minérale connue sous le nom de *verre d'antimoine*.

Il a reconnu qu'une face de clivage fraîchement mise à nu se recouvre progressivement d'une couche superficielle qui en modifie les propriétés optiques, de telle sorte que les indices principaux demeurent sensiblement invariables, mais que l'opacité augmente.

Les indices et les coefficients d'absorption principaux rapportés à la lumière du sodium ont respectivement pour valeur

$$n = 5{,}17, \qquad n' = 4{,}49;$$
$$\alpha = 0{,}740, \qquad \alpha = 0{,}795.$$

Les axes de symétrie optique de la face de clivage du verre d'antimoine ne coïncident pas rigoureusement avec les axes de symétrie cristallographiques.

Les formules déduites de la théorie de M. Voigt sont en parfait accord avec l'expérience.

M. WOLF. — Sur la dispersion de l'œil, t. XXXIII, p. 548-554.

Quand on regarde un point lumineux blanc à travers une lentille convexe et un petit spectroscope à vision directe, le spectre, au lieu d'être rigoureusement linéaire, paraît effilé vers une de ses extrémités, ce qui signifie que l'œil n'est pas au point à la fois pour toutes les couleurs. En éloignant ou rapprochant l'objet, on peut amener le rétrécissement du spectre sur telle couleur que l'on veut, c'est-à-dire mettre l'œil au point sur cette couleur. Un calcul facile d'optique géométrique permet de tenir compte de l'aberration de réfrangibilité de la lentille et de déduire de cette simple expérience l'aberration de réfrangibilité propre de l'œil. On substitue à cet organe la surface de Listing équivalente (de $5^{mm},1248$ de rayon de courbure et d'indice moyen $1{,}3365$),

et l'on calcule les indices correspondants pour les diverses couleurs.

D'après l'auteur, l'œil est naturellement accommodé pour la raie F à l'infini. Le Tableau suivant donne les excès de l'indice de la surface de Listing pour les diverses couleurs sur l'indice correspondant à la raie F; on y a joint les excès correspondants pour l'eau :

	$n - n_F$.	
Raies.	Surface de Listing.	Eau.
B..........	— 0,0078	— 0,0069
C..........	— 0,0069	— 0,0061
D..........	— 0,0049	— 0,0042
E..........	— 0,0026	— 0,0019
F..........	0,0000	0,0000
G..........	+ 0,0039	+ 0,0035
H..........	+ 0,0076	+ 0,0064

La dispersion de l'œil est donc supérieure à celle de l'eau.

E. BRODHUN. — Sur le leucoscope, t. XXXIX, p. 897-918.

Le leucoscope imaginé par M. Helmholtz est un appareil destiné à étudier la cécité colorée. Il se compose essentiellement d'un polariseur suivi d'un rhomboèdre de spath, d'une plaque de quartz perpendiculaire à l'axe dont on peut faire varier l'épaisseur à volonté, enfin d'un nicol analyseur. L'image d'une fente, éclairée par une source arbitrairement choisie, est dédoublée par le spath en deux images de même teinte que la source, polarisées à angle droit et dont on fait varier les intensités relatives en modifiant l'azimut α du polariseur; le quartz fait tourner d'une quantité différente les plans de polarisation des divers rayons simples et colore ainsi les deux images de teintes complémentaires par rapport à la source; ces teintes changent avec l'épaisseur e du quartz et avec l'azimuth β du nicol analyseur.

Admettons, d'après la théorie des couleurs physiologiques, que chaque radiation simple agit sur trois sortes d'éléments rétiniens, et soient R_λ, G_λ, V_λ les excitations *rouge, verte* et *violette* développées par cette radiation, prise avec l'intensité qu'elle possède dans la source; soit de plus ρ_λ la rotation produite par un quartz

d'épaisseur 1 sur la radiation considérée. On démontrera aisément que les excitations rouge, jaune et violette que chacune des deux images produit sur l'œil ont pour expression

$$\sin^2\alpha \int R_\lambda \sin^2(e\rho_\lambda - \beta)\, d\lambda, \qquad \cos^2\alpha \int R_\lambda \cos^2(e\rho_\lambda - \beta)\, d\lambda.$$
$$\sin^2\alpha \int G_\lambda \sin^2(e\rho_\lambda - \beta)\, d\lambda, \qquad \cos^2\alpha \int G_\lambda \cos^2(e\rho_\lambda - \beta)\, d\lambda,$$
$$\sin^2\alpha \int V_\lambda \sin^2(e\rho_\lambda - \beta)\, d\lambda; \qquad \cos^2\alpha \int V_\lambda \cos^2(e\rho_\lambda - \beta)\, d\lambda.$$

Ces six expressions contiennent trois quantités α, e, β, que l'appareil permet de faire varier à volonté. On peut chercher à les déterminer par la condition que les excitations produites par les deux images soient identiques, c'est-à-dire que l'on ait à la fois

$$\sin^2\alpha \int R_\lambda \sin^2(e\rho_\lambda - \beta)\, d\lambda = \cos^2\alpha \int R_\lambda \cos^2(e\rho_\lambda - \beta)\, d\lambda,$$
$$\sin^2\alpha \int G_\lambda \sin^2(e\rho_\lambda - \beta)\, d\lambda = \cos^2\alpha \int G_\lambda \cos^2(e\rho_\lambda - \beta)\, d\lambda,$$
$$\sin^2\alpha \int V_\lambda \sin^2(e\rho_\lambda - \beta)\, d\lambda = \cos^2\alpha \int V_\lambda \cos^2(e\rho_\lambda - \beta)\, d\lambda.$$

Si ces équations sont vérifiées, la nature de l'excitation produite par les deux images *égales* (c'est-à-dire la couleur perçue) se confondra, à l'intensité près, avec l'excitation directe de la source, puisque les deux images sont complémentaires. Si la source est blanche, les images paraîtront blanches; d'où le nom de *leukoscope* attribué à l'appareil. Bien entendu, si l'on analysait au spectroscope le blanc des deux images, on obtiendrait non des spectres identiques, mais bien deux spectres complémentaires par rapport au spectre de la source; les éléments colorés différents, dont sont formés les trois spectres, s'associent physiologiquement de manière à produire la sensation d'une même couleur.

Le leucoscopé a déjà été étudié par M. A. König ([1]) et par M. Diro Kitao ([2]). Voici les principaux résultats de leurs recherches expérimentales :

1° L'œil normal (*trichromate*) n'obtient jamais une *complète identité* des couleurs du leucoscope; mais on atteint une égalité approchée (l'une des images est toujours jaunâtre, l'autre bleuâtre) par un choix convenable des valeurs de α et de β, *pour toute épaisseur de quartz supérieure à* 9^{mm}. La valeur de α dépend de la

([1]) A. Koenig, *Wied. Ann.*, t. XVII, p. 990; 1882.
([2]) Diro Kitao, *Abhandl. des Tôkiô Daigaku,* 1885.

couleur de la source; on doit faire α d'autant plus grand que la source est plus riche en rayons de courte longueur d'onde.

2° L'œil anormal (*dichromate*) obtient une complète identité des deux images du leucoscope pour une épaisseur de quartz quelconque; pour une épaisseur de quartz donnée, les valeurs de α et de β sont différentes pour l'œil atteint de *cécité verte* ou de *cécité rouge*.

M. Brodhun est atteint de cécité verte; il s'est adjoint pour les expériences un de ses collègues, M. Ritter, atteint de cécité rouge. Voici les valeurs de α et de β trouvées en moyenne par les deux observateurs et pour la lumière du gaz (lampe d'Argand) :

Épaisseurs de quartz.	Cécité verte.		Cécité rouge.	
	α.	β.	α.	β.
mm	°	°	°	°
0	90,0	0,0	90,0	0,0
1	79,9	29,9	80,7	30,4
2	73,0	59,9	75,2	62,3
3	65,2	88,6	67,8	91,3
4	57,3	118,8	60,4	123,6
5	51,1	146,6	54,6	151,1
6	45,6	174,4	50,0	182,4
7	40,2	203,0	47,0	213,1
8	37,4	228,4	41,5	240,2
9	**36,3**	253,2	39,4	269,0
10	37,3	273,5	**37,6**	295,4
11	41,9	285,9	38,8	315,9
12	46,5	295,9	40,6	336,2
13	47,7	312,4	43,0	355,3
14	47,1	332,3	45,2	322,3
15	46,9	352,9	45,4	391,2
16	45,9	373,5	»	»
17	45,4	394,2	45,4	434,7
18	45,2	413,3	»	[illegible]
19	45,4	432,4	»	[illegible]
20	45,2	452,6	45,0	497,5

Les courbes construites avec les épaisseurs de quartz comme abscisses et les valeurs de α ou de β pour ordonnéec présentent la même forme générale pour les deux sortes de cécité, rouge et verte.

Désignant par W et K les deux excitations dont on peut supposer capable un œil atteint de cécité verte, et posant arbitraire-

ment

$$\int W_\lambda dX = \int K_\lambda d\lambda = 1000$$

pour la lumière du gaz, on a, d'après MM. König et Dieterici, les valeurs suivantes de W et de K dans les diverses régions du spectre :

λ.	W.	R.	λ.	W.	K.
720.......	0,140	»	545	4,833	0,884
700.......	0,423	»	535	3,610	»
685.......	0,789	»	530	»	1,732
670.......	1,477	»	515	1,630	3,552
660.......	2,381	»	500	0,659	5,903
640.......	5,176	»	487	0,264	9,780
620.......	8,586	0,071	475	0,103	14,023
605.......	**9,814**	0,348	465	0,032	**14,410**
590......	9,553	0,532	450	»	11,879
575.......	8,207	0,520	438	»	7,358
560.......	6,257	0,647	»	»	»

M. Brodhun montre, par une discussion approfondie, que la marche générale de ses observations personnelles au leucoscope est d'accord avec les résultats calculés d'après le tableau de MM. König et Dieterici et d'après les valeurs connues de la dispersion rotatoire du quartz. Il conclut ensuite de la comparaison de ses observations et de celles de M. Ritter que la courbe, construite en prenant λ comme abscisse, K comme ordonnée, diffère à peine pour l'œil atteint de cécité verte ou rouge; mais la courbe des W de M. Ritter semble déplacée tout d'une pièce vers le côté le plus réfrangible du spectre.

A. VOLLER. — Mesure de potentiels élevés à l'aide de l'électromètre à quadrants, t. XXXIV, p. 286-298.

On modifie à volonté le couple directeur antagoniste en rendant l'aiguille de l'électromètre solidaire d'une aiguille aimantée placée dans un champ magnétique variable. Le couple directeur est proportionnel au carré de la durée d'oscillation de l'aiguille.

L'un des couples de secteurs de l'électromètre à quadrants est mis en communication avec la source dont on veut évaluer le potentiel, tandis que l'autre paire de quadrants et l'aiguille sont en communication avec le sol. Dans ces conditions la déviation est proportionnelle au carré du potentiel à mesurer. Si dans deux

expériences les déviations sont s et s_1, les durées d'oscillation de l'aiguille t et t_1, les potentiels correspondants V et V_1 sont liés par la relation

$$V_1 = V \frac{t}{t_1} \sqrt{\frac{s_1}{s}}.$$

M. Voller a pu ainsi mesurer avec une erreur inférieure à 1 pour 100 des potentiels de 5000 volts.

F. TOMASZEWSKI. — Contribution à l'étude de la constante diélectrique des liquides, t. XXXIII, p. 33-42.

Les expériences ont été réalisées par la méthode de Silow. On sait qu'elle consiste essentiellement à comparer les déviations d'un électromètre à quadrants dont la partie essentielle est successivement dans l'air et dans le liquide diélectrique étudié.

	D.	$\sqrt{D}$.	n.
1° *Isomères* $C^{10}H^{16}$.			
Essence de térébenthine de pin sylvestre, lévogyre.	2,271	1,5070	1,4689
» » de pin maritime, lévogyre.	2,258	1,5026	1,4561
» » de pin austral, dextrogyre.	2,264	1,5046	1,4685
Essence de citron	2,247	1,4990	1,4706
2° *Composés homologues.*			
Benzine C^6H^6	2,218	1,4892	1,4757
Toluène C^7H^8	2,303	1,5175	1,4713
Paraxylol C^8H^{10}	2,383	1,5436	»
Cumol C^9H^{12}	2,442	1,5627	1,4838

L'auteur conclut :

1° Que les constantes diélectriques D des isomères sont différentes ;

2° Que la relation $n = \sqrt{D}$ n'est pas vérifiée même grossièrement ;

3° Que la constante diélectrique des homologues croît avec le poids moléculaire.

H. von HELMHOLTZ. — Nouvelles recherches sur l'électrolyse de l'eau, t. XXXIV, p. 737-751.

M. von Helmholtz a démontré en 1883 que la décomposition de l'eau doit s'opérer sous l'influence de forces électromotrices d'au-

tant plus petites que les quantités d'oxygène et d'hydrogène dissoutes dans le liquide au contact des électrodes sont elles-mêmes plus faibles [1]. Imaginons que le voltamètre est placé dans une atmosphère de gaz tonnant à la pression p; quand p passe de la valeur p_1 à la valeur p_2, la variation $A_1 - A_2$ de la force électromotrice nécessaire pour produire la décomposition est, d'après M. Helmholtz,

$$(1) \qquad A_1 - A_2 = 0{,}018868 \log \text{nat} \left(\frac{p_1}{p_2}\right).$$

Pour soumettre cette formule au contrôle de l'expérience, l'auteur décompose l'eau par un courant très faible dans un petit ballon en communication avec une trompe à mercure. Le courant, produit par trois éléments au calomel, traverse une grande résistance métallique que l'on règle de manière à maintenir entre les électrodes du voltamètre telle force électromotrice que l'on veut. Sous une pression du gaz tonnant équilibrée par 10^{mm} d'eau, tout dégagement de gaz cesse dans le voltamètre pour une valeur de cette force électromotrice comprise entre $1^{volt},63$ et $1^{volt},64$. Si l'on ne fait pas fonctionner la trompe et que l'on opère sous la pression atmosphérique (742^{mm} de mercure), on trouve comme limite environ $1^{volt},77$. La variation observée, $0^{volt},13$ à $0^{volt},14$, est bien d'accord avec la formule (1) qui donnerait $A_1 - A_2 = 0^{volt},1305$.

F. STENGER. — Mesure absolue de champs magnétiques homogènes, t. XXXIII, p. 312-318.

Il s'agit, par exemple, de mesurer l'intensité du champ magnétique entre les pôles d'un électro-aimant de Ruhmkorff.

M. Stenger emploie une bobine à suspension bifilaire; les lignes de force du champ doivent être horizontales et contenues dans le plan des spires. Cela posé, quand on excite le champ, on observe une déviation α, et l'intensité F du champ se calcule par la formule

$$F = \frac{D \tang \alpha}{f - i}.$$

Dans cette formule, D est le moment du couple directeur de la

---

[1] *Académie des Sciences de Berlin*, 1883.

suspension bifilaire : on l'évalue d'après le poids du système suspendu, la longueur et la distance des fils.

f est la surface totale embrassée par les spires de la bobine; on la mesure géométriquement avec une exactitude suffisante.

Enfin i est l'intensité du courant, que l'on déterminera par exemple à l'aide d'une boussole de Wiedemann.

F. HIMSTEDT. — Nouvelle mesure de v, t. XXXIII, p. 1-12.

Les méthodes de détermination de v fondées sur la double mesure d'une capacité ont fourni jusqu'ici des nombres moins concordants que celles qui résultent d'une double mesure d'une quantité d'électricité ou d'une force électromotrice. M. Himstedt pense que le désaccord entre les divers auteurs provient de ce que plusieurs d'entre eux négligent une correction dans la mesure de la capacité en unités électromagnétiques. Pour évaluer celle-ci, on décharge un condensateur à travers un galvanomètre, et alors intervient la capacité propre des fils conducteurs employés pour la décharge. Si l'on ne tient pas compte de son influence, l'expérience donne pour la capacité électromagnétique du condensateur une valeur trop forte, et par suite une valeur trop faible de v.

Les nouvelles expériences de M. Himstedt ont été réalisées par une méthode indiquée par Maxwell ([1]) et mise en œuvre par M. J.-J. Thomson. La quatrième branche d'un pont de Wheatstone ABCD est formée par un fil BD de résistance très faible, portant en dérivation un condensateur. Un diapason entretenu électriquement intervertit les communications électriques au sommet D, où aboutit le fil de la pile, de façon à charger le condensateur n fois par seconde et à le décharger n fois à travers le pont. On règle les résistances de manière à maintenir le galvanomètre au zéro. Soient r_1, r_2, r_3 les trois résistances des trois branches AC, AB, CD; C la capacité électrostatique du condensateur; γ celle des fils. Maxwell a établi la formule approchée

$$(1)\qquad n\frac{C+\gamma}{v^2} = \frac{r_1}{r_2 r_3},$$

dont la démonstration est pour ainsi dire intuitive. J.-J. Thomson

([1]) *Electricity and Magnetism*, § 776.

a introduit le facteur correctif qui figure dans le second membre de la formule plus exacte ([1])

$$(2)\quad n\frac{C+\gamma}{v^2} = \frac{r_1}{r_2 r_3}\,\frac{1-\dfrac{r_1^2}{(r_1+r_2+g)(r_1+r_3+e)}}{\left[1+\dfrac{r_1 e}{r_2(r_1+r_3+e)}\right]\left[1+\dfrac{r_1 g}{r_3(r_1+r_2+g)}\right]},$$

dans laquelle g et e représentent respectivement les résistances des branches contenant le galvanomètre et la pile; mais la correction apportée par la formule (2) est pratiquement insignifiante. Pour déterminer γ, il suffit de répéter l'expérience qui détermine $C+\gamma$ en supprimant les plateaux du condensateur.

Les valeurs de v obtenues dans quatorze expériences ont oscillé de $3,056.10^{10}$ à $3,112.10^{10}$. La moyenne générale $v = 3,081.10^{10}$ est presque identique à la moyenne $3,074.10^{10}$ donnée par les expériences antérieures de M. Himstedt ([2]).

W. KOHLRAUSCH. — Relation entre la susceptibilité magnétique et la conductibilité électrique pour diverses sortes de fer et de nickel, t. XXXIII, p. 42-58.

La résistance spécifique du fil de fer ordinaire, de la fonte, du fer électrolytique et du nickel croît lentement d'abord quand la température s'élève, puis beaucoup plus vite que pour les métaux non magnétiques jusqu'à la température où la susceptibilité magnétique disparaît subitement. Alors la courbe des résistances s'infléchit d'une manière brusque et la résistance ne croît plus que très lentement avec l'élévation de la température.

Tandis qu'à la température ordinaire les résistances spécifiques de la fonte, du fil de fer et du fer électrolytique sont représentées par les nombres 0,194, 0,149, 0,119, elles deviennent respectivement, à la température où la susceptibilité magnétique disparaît, 1,09, 1,07, 1,18.

A. FOEPPL. — Sur la conductibilité du vide, t. XXXIII, p. 492-505.

MM. Edlund et Goldstein ont émis l'idée assez singulière que

([1]) M. J.-J. Thomson ne tient pas compte de la capacité des fils.

([2]) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 40.

le vide pourrait en lui-même être un excellent conducteur de l'électricité ; que s'il n'est pas traversé par les décharges électriques, cela tient soit à une polarisation, soit à une résistance au passage dont les électrodes sont le siège.

M. Fœppl s'est proposé de supprimer les électrodes, en constituant un circuit fermé avec des tubes à gaz raréfié, et il a eu recours à l'induction pour essayer d'y développer un courant. A cet effet, il a introduit dans la cavité d'un électro-aimant, disposé pour les expériences de polarisation rotatoire magnétique, une spirale creuse en verre S d'un grand nombre de tours. Les extrémités effilées de cette spirale sont en relation avec deux autres spirales S′, S″ extérieures à l'électro-aimant, de manière à constituer un circuit fermé. Une machine à mercure de Töpler permet de faire dans ce système un vide tel qu'il n'y a plus, d'après l'auteur, que de la vapeur de mercure.

L'une des spirales extérieures, S″ par exemple, a son axe dirigé suivant le méridien magnétique. Une aiguille aimantée, munie d'un miroir, est suspendue au centre de cette spirale.

On a mis sur le circuit de l'électro-aimant d'abord 4 à 6 éléments Bunsen, puis 35 accumulateurs. En interrompant ou établissant le courant, on n'a observé ni déviation de l'aiguille aimantée, ni illumination des tubes.

M. Fœppl calcule le coefficient d'induction de la spirale de l'électro-aimant sur la spirale de verre ; puis admettant, à titre provisoire, que la durée de la période d'interruption du courant est de un millionième de seconde, il trouve que la force électromotrice développée dans son expérience a dû atteindre 270 volts avec les Bunsen, 5000 volts avec les accumulateurs. La résistance du circuit induit est donc assez grande, puisqu'une telle force électromotrice n'a pas donné de courant sensible. Si l'on se fonde sur l'absence de déviation de l'aiguille aimantée, on trouve que la résistance spécifique de l'espace intérieur au tube est au moins 4400 fois plus grande que celle du cuivre et, si l'on se fonde sur l'absence d'illumination, qu'elle est au moins 3000000 de fois plus grande.

Si le vide conduit, sa conductibilité est en tout cas très inférieure à celle des métaux. C'est la seule conclusion qu'autorise l'expérience, d'ailleurs ingénieuse, de M. Fœppl.

K.-R. KOCH. — Écoulement de l'électricité d'un corps incandescent, t. XXXIII, p. 454-464.

En étudiant soit la variation de la charge d'un fil de platine incandescent placé dans l'air, soit la variation du potentiel de l'air environnant, M. Koch arrive à la conclusion suivante :

Un corps incandescent chargé à un potentiel donné positif ou négatif laisse écouler plus d'électricité quand il est positif; cette différence, très marquée du rouge au rouge blanc, tend à disparaître quand on porte le corps au blanc éblouissant.

G. QUINCKE. — Recherches électriques, XIII : Sur les propriétés magnétiques des gaz; t. XXXIV, p. 401-446.

M. Quincke étudie les propriétés magnétiques des gaz par la méthode qu'il a déjà employée pour les liquides ([1]); on sait qu'elle consiste essentiellement à observer l'ascension ou la dépression produite dans un tube U dont une branche, capillaire, est placée dans un champ magnétique connu.

Si l'on considère le système formé par un liquide et un gaz superposés, l'ascension ou la dépression sera la différence de celles que l'on observerait : 1° si le liquide était seul; 2° si le gaz était seul. On pourra donc déduire la constante magnétique d'un gaz de deux observations faites dans un champ magnétique, l'une avec le liquide seul, l'autre avec le liquide et le gaz. Comme d'ailleurs la constante magnétique d'un gaz doit être sensiblement proportionnelle à sa pression, la mesure sera d'autant plus précise qu'on emploiera un gaz plus fortement comprimé.

Parmi les dispositifs expérimentaux décrits par M. Quincke, voici celui qui a fourni les meilleurs résultats. Le tube en U renfermant le liquide et le gaz est en communication par sa partie supérieure avec un manomètre à air comprimé et avec une pompe qui permet d'élever la pression du gaz jusqu'à 40^{atm}. On observe les dénivellations à la manière ordinaire, au moyen d'un microscope muni d'un micromètre.

On fait une première observation au voisinage de la pression

([1]) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 40.

atmosphérique p_0 et l'on note la dénivellation δ_0 produite par le champ magnétique H. On élève ensuite la pression à une valeur p : sous l'effet de la pression et en dehors du champ magnétique, il se produit une nouvelle dénivellation D, provenant de l'accroissement de capacité du tube en U et de la diminution de volume du liquide ; enfin on excite le champ et on observe une nouvelle dénivellation δ. La différence $\delta - \delta_0$ se montre proportionnelle à la pression $p - p_0$ observée au manomètre, et aussi à la dénivellation D dont l'observation dispenserait au besoin de celle du manomètre.

Une cause perturbatrice assez grave réside dans la propriété que possèdent les liquides employés de dissoudre une plus ou moins grande quantité de gaz ; le liquide laisse échapper, au moment de la décompression, des bulles qui divisent la colonne et rendent la mesure de la dénivellation particulièrement laborieuse : en outre, la constante magnétique du liquide est plus ou moins modifiée par le gaz qu'il dissout ; mais on peut toujours opérer la mesure assez vite pour que la composition du liquide et, par suite, sa constante magnétique ne soient pas sensiblement altérées.

Voici les résultats obtenus avec l'alcool et l'oxygène : p désigne la pression en atmosphères ; C la constante magnétique du gaz rapportée à une variation de pression de 1 atmosphère. La pression initiale est de $0^{atm},97$.

$t = 14°,25$; H = 15790 C.G.S.

p.	C.
10,08	0,8776
19,05	0,8762
29,82	0,8608
Moyenne..	0,8715

$t = 16°,12$; H = 14110 C.G.S.

p.	C.
10,92	0,8017
22,15	0,8226
30,67	0,8160
39,31	0,8035
Moyenne...	0,8110

$t = 16°$; H = 7710 C.G.S.

p.	C.
10,93	0,7647
22,04	0,7452
30,46	0,7415
39,30	0,7663
Moyenne...	0,7544

La valeur de C s'est montrée d'autant plus forte que l'on a employé un champ magnétique plus intense, et il en a été généralement de même quand on a substitué à l'alcool un autre liquide (le pétrole fait exception).

Oxygène.

Liquide.	H. 16000.	14000.	7000.	Moyenne.	Température.
Alcool	0,8715	0,8110	0,7544	0,8123	15°,54
Pétrole	0,8228	0,7929	0,8314	0,8157	15,94
Essence de térébenthine.	0,8718	0,7852	0,7500	0,8023	16,85
Eau	0,8341	0,7633	0,7032	0,7669	17,05
Moyennes	0,8500	0,7881	0,7598	0,7993	16,34

En moyenne, on peut adopter la valeur $C = 0,8$ à $16°$.

Des expériences analogues ont donné pour l'air à la même température $C = 0,1626$. Il est à remarquer que l'on a

$$0,7993 \times 0,2096 = 0,1675.$$

Au degré d'approximation des expériences, on peut donc considérer l'azote de l'air comme magnétiquement indifférent.

Voici enfin les résultats relatifs à divers gaz à 16° (Quincke, 3) comparés aux résultats antérieurement obtenus par Faraday et par M. Ed. Becquerel, et à ceux que M. Quincke lui-même a obtenus dans le présent travail à l'aide de deux dispositifs moins avantageux (Quincke, **1** et **2**) :

Gaz.	Becquerel.	Faraday.	Quincke. (1).	(2).	(3).
Oxygène	0,7798	0,748	0,659	0,6578	**0,7993**
Bioxyde d'azote	0,2130	»	0,271	»	»
Air	0,1639	0,145	0,164	»	**0,1626**
Protoxyde d'azote	»	»	»	»	**0,0159**
Acide carbonique	0,0000	0,000	0,088	»	**0,0146**
Elayle (éthylène)	»	0,026	»	»	**0,0129**
Gaz des marais	»	»	»	»	**0,0058**
Azote	0,0000	0,013	»	»	**0,0046**
Hydrogène	0,0000	0,000	0,039	0,0270	**0,0037**

La constante magnétique des gaz décroît quand la température s'élève suivant la formule

$$C_t = C_{16}[1 - \alpha(t - 16)].$$

Pour l'oxygène et l'air, on peut admettre en moyenne $\alpha = 0,0142$.

S. HENRICHSEN. — Magnétisme des composés organiques, t. XXXIV, p. 180-221.

Ce Mémoire fait suite à un Mémoire de MM. Wleügel et Henrichsen, précédemment analysé dans ce Journal ([1]). En voici les conclusions :

1. Tous les corps organiques étudiés jusqu'ici sont diamagnétiques. A chaque addition de CH^2 à la formule d'un corps, son pouvoir diamagnétique moléculaire augmente en moyenne de 163,2 (en faisant le pouvoir diamagnétique moléculaire de l'eau égal à 10).

2. Le pouvoir diamagnétique moléculaire des corps isomères et métamères est le même, tant que le mode de liaison demeure invariable ; mais une double liaison paraît diminuer ce pouvoir. Il est plus considérable pour les combinaisons primaires et normales que pour les combinaisons secondaires et iso ; pour les acides que pour les éthers isomères.

3. A la faveur de quelques hypothèses, on peut calculer les pouvoirs atomiques des éléments. Les valeurs données par M. Henrichsen sont les suivantes :

H.	O'.	O''.	C'.	C''.	Cl'.	Cl''.	Cl'''.	Cl^{iv}.
9,0	129,0	17,0	145,2	98	282	249	218	194

Br'.	Br''.	Br'''.	J'.	J''.	S'.
413	374	334	642	577	284

E. Bouty.

([1]) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 586.

DÉFINITIONS ADOPTÉES PAR LE CONGRÈS INTERNATIONAL DES ÉLECTRICIENS;

PAR M. MASCART.

L'unité pratique de travail est le *joule*. Le joule vaut 10^7 unités C.G.S.; c'est l'énergie équivalente à la chaleur dégagée pendant une seconde par un ampère dans un ohm.

L'unité pratique de puissance est le *watt;* c'est la puissance d'un joule par seconde. Le watt vaut 10^7 unités C.G.S.

L'unité pratique, pour les coefficients d'induction, est le *quadrant*. Le quadrant, qui est une longueur, vaut 10^9 centimètres.

La *fréquence* d'un courant alternatif est le nombre de périodes par seconde.

L'intensité *efficace* d'un courant alternatif est la racine carrée du carré moyen des intensités.

La force électromotrice *efficace* est la racine carrée du carré moyen des forces électromotrices.

La résistance *apparente* d'un circuit est le facteur par lequel on doit multiplier l'intensité efficace pour obtenir la force électromotrice efficace.

Pour évaluer en bougies l'intensité lumineuse d'une lampe, on prendra comme unité pratique, sous le nom de *bougie décimale,* la vingtième partie de l'étalon absolu de lumière défini par la Conférence internationale de 1884.

La bougie décimale, ainsi définie, se trouve être très sensiblement égale à la bougie anglaise (candle standard) et au dixième de la lampe Carcel.

SUR L'ÉNERGIE UTILISABLE;

PAR M. GOUY.

I. — Définition et calcul de l'énergie utilisable.

Bien que les raisonnements et les calculs usités en Thermodynamique reviennent, au fond, à la méthode des cycles, il est souvent utile de faire usage de certaines fonctions, telles que l'énergie U et l'entropie S, pour caractériser l'état du système étudié. Je me

propose de montrer qu'on peut employer dans ce but une fonction différente, qui paraît présenter l'avantage de ramener les divers problèmes à des considérations plus simples et plus générales ([1]).

L'emploi des fonctions U et S ne peut être regardé comme équivalent à la méthode des cycles réversibles, en ce que cette dernière se contente souvent de données qui sont insuffisantes pour calculer les variations de U et de S. Ainsi les cycles isothermes n'exigent pas la connaissance de la chaleur dégagée par le système, et beaucoup de cycles n'exigent pas la connaissance complète du travail fourni par les forces extérieures.

En effet, parmi ces forces extérieures, il en est qui sont telles que, lorsque le système passe d'un état A à un état B, le travail fourni par ces forces ne dépend que des états A et B et non de la manière dont s'est effectué le passage (pesanteur, pression atmosphérique, etc.). Ce travail peut être exprimé par $W_A - W_B$, W désignant une fonction de l'état du système qu'on nomme le *potentiel* de ces forces. Ce travail s'annule donc pour tout cycle fermé, et l'on peut se dispenser d'en connaître la valeur aux diverses phases de la transformation.

Les forces extérieures qui ne satisfont pas nécessairement à cette condition sont donc les seules dont le travail soit à considérer dans la méthode des cycles réversibles ; pour simplifier le langage, nous supposerons que ces dernières forces sont mises en jeu par un *opérateur*, qui agit sur le système de manière à produire la transformation considérée ([2]).

Nous ramènerons tous les problèmes à la seule considération du travail mécanique, et pour cela nous ne considérerons qu'un seul réservoir de chaleur, de température constante, qui sera le *milieu ambiant*. Les échanges de chaleur entre le système et le milieu ambiant, ou entre les diverses parties du système, se produiront, soit spontanément, soit par l'intermédiaire de machines thermiques

---

([1]) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 18 février et 11 mars 1889.

([2]) Cette répartition des forces extérieures en deux groupes est dans un certain sens arbitraire, car les forces du premier groupe pourraient être transférées au second (mais non inversement). Dans les problèmes physiques la répartition se fera aisément, et l'on a tout intérêt, quand ils sont un peu complexes, à ne pas accroître la part de l'opérateur, qui entre seule dans les formules.

mises en jeu par l'opérateur. Les cycles que nous considérons seront donc fermés sans chute de chaleur, ce qui ne restreint pas la généralité du raisonnement ([1]). Pour de pareils cycles, le travail total fourni par les forces extérieures est nul ou positif, d'après le principe de Carnot ; par suite, il en est de même du travail total fourni par l'opérateur, les forces extérieures qui lui sont étrangères fournissant un travail nul dans le cycle fermé.

Réversibilité. — Supposons que l'opérateur, en fournissant le travail total $\mathfrak{T}$, fasse passer le système d'un état A à un état B ; s'il peut ramener le système de B en A en fournissant le travail $-\mathfrak{T}$, nous dirons que l'opération est *réversible*.

Cette condition est la seule dont nous aurons à faire usage. Elle résulte de la réversibilité entendue comme d'habitude, c'est-à-dire du passage du système par les mêmes phases de transformation, mais sans l'impliquer d'une manière nécessaire. Toutefois ce n'est que dans ce cas qu'on peut en général s'assurer qu'elle est réalisée.

Nous supposerons toujours que le système est tel que l'opérateur puisse, au moins d'une manière, le faire passer d'un état à un autre par une opération réversible ; nous aurons aussi à considérer le même passage effectué d'une manière non réversible.

Énergie utilisable. — Soit $\mathfrak{T}_1$ le travail que doit fournir l'opérateur pour faire passer le système de A à B par une certaine opération réversible. Supposons que l'opérateur puisse produire le même passage par une autre opération réversible, en fournissant le travail $\mathfrak{T}_2$. L'opérateur pourra faire passer le système de A à B en fournissant le travail $\mathfrak{T}_1$, puis ramener le système de B en A en fournissant le travail $-\mathfrak{T}_2$; le cycle est ainsi fermé et l'opérateur a fourni le travail $\mathfrak{T}_1 - \mathfrak{T}_2$. En agissant en sens inverse, l'opérateur fournirait le travail $\mathfrak{T}_2 - \mathfrak{T}_1$. D'après le principe de Carnot, comme

---

([1]) En effet, on peut toujours remplacer l'action d'une source par un apport de chaleur effectué par l'opérateur. Si dans certains cas on trouvait plus commode de considérer des sources de chaleur, on devrait les regarder comme faisant partie du système, en sorte que le cycle ne serait fermé que lorsque l'opérateur aurait rendu à ces sources la chaleur qu'elles avaient cédée.

nous l'avons vu plus haut, ces deux travaux doivent être nuls ou positifs, ce qui exige $\mathfrak{G}_1 = \mathfrak{G}_2$. Ainsi le passage de A à B par une opération réversible quelconque exige le même travail de l'opérateur. Ce travail est donc déterminé par les états A et B et nous pouvons l'exprimer par $\mathcal{E}_B - \mathcal{E}_A$, en désignant par $\mathcal{E}$ une fonction de l'état du système, qui est déterminée à une constante près, comme l'énergie et l'entropie. Cette fonction $\mathcal{E}$ dépend, bien entendu, des conditions extérieures, c'est-à-dire de la température du milieu ambiant et des forces étrangères à l'opérateur, qui admettent le potentiel W.

Nous appellerons $\mathcal{E}$ l'*énergie utilisable* du système par rapport à l'opérateur. Ainsi *la variation de l'énergie utilisable est le travail fourni par l'opérateur pour produire la transformation d'une manière réversible.* Cet énoncé équivaut au suivant : *La variation changée de signe de l'énergie utilisable est la plus grande valeur du travail que le système peut fournir à l'opérateur en passant d'un état à un autre, valeur qui est atteinte lorsque ce passage s'effectue d'une manière réversible* (¹).

Ce dernier énoncé justifie le nom donné à la fonction $\mathcal{E}$. Comme on le voit, cette fonction a un sens concret et, en quelque sorte, industriel. Elle répond au problème suivant : un corps est donné, dans un état A déterminé ; les conditions extérieures (pression atmosphérique, pesanteur, température ambiante, etc.) sont connues et constantes. On demande combien de kilogrammètres utilisables dans une machine ce corps peut fournir, au maximum et d'une manière quelconque, en passant à un autre état B déterminé. D'après ce qui précède, ce travail est égal à $\mathcal{E}_A - \mathcal{E}_B$.

Calcul de $\mathcal{E}$. — La variation de $\mathcal{E}$ dans une transformation ne

(¹) Sir W. Thomson, Tait et Maxwell ont considéré incidemment, sous le nom de *motivity* ou de *available energy*, la totalité du travail qu'un système peut produire, étant donnée la température ambiante. Bien que cette quantité diffère de notre fonction $\mathcal{E}$ en ce que la part de l'opérateur n'est pas distinguée du travail extérieur total, on peut considérer ce Chapitre comme le développement du point de vue indiqué par les physiciens anglais. Ces idées auraient sans doute reçu plus d'extension si l'introduction de l'entropie par Clausius n'avait fait entrer la Thermodynamique dans une voie un peu différente.

dépend donc que de l'état initial et de l'état final, et l'on doit la calculer en considérant une opération réversible.

Dans cette opération, les échanges de chaleur se produiront, soit entre des corps à la même température, soit par des cycles de Carnot auxiliaires mis en jeu par l'opérateur. S'il s'agit d'échanges entre le système et le milieu ambiant, de température absolue T_0, pour porter la quantité dQ de chaleur en un point du système où la température absolue est T, l'opérateur fournira le travail $E\,dQ\left(1-\frac{T_0}{T}\right)$, quels que soient le signe de dQ et la valeur de T.

S'il s'agit d'échanges entre des parties différentes du système, on peut toujours les produire d'une manière réversible en passant par l'intermédiaire du milieu ambiant, en sorte que l'opérateur fournira le travail $E\sum\left(1-\frac{T_0}{T}\right)dQ$, dQ désignant toujours la chaleur reçue en un point où la température est T, et la sommation comprenant le système tout entier.

Outre le transport de chaleur, l'opérateur produit diverses actions sur le système (déformation, transport d'électricité, etc.), en fournissant un travail $d\tau$, qu'on calculera dans chaque cas, en ne perdant pas de vue qu'il s'agit d'une opération réversible.

Nous avons donc la relation générale

$$(1) \qquad d\mathcal{E} = d\tau + E\sum\left(1-\frac{T_0}{T}\right)dQ,$$

expression qui peut toujours être calculée si l'on possède les données qu'exigerait un cycle réversible. Il peut arriver que le premier terme existe seul : c'est le cas des transformations réversibles dans des conditions adiabatiques ([1]) ou dans des conditions isothermiques à la température du milieu ambiant ; ou bien que le deuxième terme existe seul : c'est le cas des transformations réversibles où l'opérateur n'a à effectuer que des transports de chaleur.

L'expression (1) peut se transformer de la manière suivante :

([1]) Ceci suppose que la température du système est uniforme.

on a, par définition,

$$dU = d\tau - dW + E\Sigma\, dQ, \qquad dS = \sum \frac{dQ}{T},$$

car $d\tau - dW$ serait le travail total des forces extérieures au système si l'on supposait que dQ est fourni par une source de chaleur, comme dans les cycles ordinaires. Il vient donc

$$d\mathcal{E} = d(U - ET_0 S + W)\ (^1). \tag{2}$$

On pourrait déduire de cette relation les propriétés de l'entropie; mais notre but est, au contraire, de montrer les applications directes de l'énergie utilisable.

II. — La variation de l'énergie utilisable considérée comme une différentielle exacte.

Il y a, en général, plusieurs manières réversibles de faire passer le système d'un état à un autre. Si l'on écrit que la variation de $\mathcal{E}$ est la même, l'équation ainsi formée est celle qu'on aurait obtenue par un cycle réversible ; c'est là une forme à peine déguisée de la méthode des cycles, qui ne présente pas d'avantage marqué.

Mais on peut obtenir les relations cherchées par une autre méthode fort simple. La variation de $\mathcal{E}$ ne dépendant que de l'état initial et de l'état final, $d\mathcal{E}$ est une différentielle exacte d'une fonction des variables x et y qui définissent l'état du système. Dès lors l'expression de $d\mathcal{E}$ étant calculée et mise sous la forme

$$d\mathcal{E} = M\,dx + N\,dy,$$

on a la relation

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x},$$

---

(1) On voit que la fonction $\mathcal{E}$ présente une forme assez analogue à la fonction $\mathcal{F} = U - ETS + W$ dont MM. Massieu, Helmholtz, Gibbs, Duhem et d'autres auteurs ont fait usage sous des noms divers (fonction caractéristique, énergie libre, potentiel thermodynamique). La différence la plus importante consiste en ce que cette dernière fonction ne prend pas, en général, un accroissement déterminé quand le système passe d'un état à un autre, et ne peut pas dès lors présenter un sens physique général. On a, en effet, $d\mathcal{F} = dU - ET\,dS - ES\,dT + dW$, et le troisième terme est indéterminé, S n'étant connu qu'à une constante près. Si la température T du système est égale à celle T_0 du milieu ambiant, les deux fonctions $\mathcal{F}$ et $\mathcal{E}$ diffèrent encore en ce que, pour $\mathcal{F}$, le potentiel W comprend toutes les forces extérieures, ce qui n'a pas lieu pour $\mathcal{E}$. Pour l'énergie libre de M. Helmholtz, on a au contraire $W = 0$

qui donne immédiatement le résultat qu'aurait fourni un cycle. La méthode est analogue à celle dont on fait souvent usage avec U et S, mais elle présente ici l'avantage d'une entière généralité et d'une grande simplicité de calcul.

Nous allons le montrer par quelques exemples, dont les premiers auront pour objet la théorie des piles réversibles, traitée par Helmholtz d'une manière un peu différente.

1° Soit une pile réversible, maintenue à la température du milieu ambiant. Soient v le volume occupé par la pile sous la pression p, e sa force électromotrice. Nous prendrons pour variables v et la quantité m d'électricité qui a traversé la pile dans le sens normal du courant, depuis un certain état pris pour origine.

L'opérateur fait croître m de dm, en développant une force électromotrice infiniment voisine de e, et fournit ainsi le travail $-e\,dm$; il fait croître v de dv, en appliquant une pression infiniment voisine de p (la pression atmosphérique étant supposée nulle), et fournit le travail $-p\,dv$. On a donc

$$d\mathcal{E} = -e\,dm - p\,dv,$$

d'où

$$\frac{\partial e}{\partial v} = \frac{\partial p}{\partial m}.$$

Si donc le passage du courant, dans le sens normal ($dm > 0$), augmente la pression p à volume constant, une compression sans courant ($dv < 0$) diminue e; en d'autres termes, si le jeu de la pile augmente son volume à pression constante, une compression diminue sa force électromotrice.

2° Conservons les mêmes données, mais supposons qu'il existe au-dessus de la solution ([1]) un espace plein de vapeur compris dans le volume v; p est ici la tension de cette vapeur. Les formules précédentes conviennent encore; si donc le jeu de la pile diminue la tension de vapeur (ce qui aura toujours lieu s'il augmente la richesse de la solution), une augmentation de richesse de la solution produite par une évaporation d'eau ($dv > 0$) diminue la force électromotrice.

([1]) Nous supposons qu'il s'agit d'une pile à un seul liquide et à dépolarisant solide.

3° Supposons qu'une pile réversible soit placée dans des conditions adiabatiques et sous une pression atmosphérique constante. Prenons pour variables m et la température de la pile T. L'opérateur fait passer le courant comme précédemment et fournit le travail $-e\,dm$; il porte sur la pile la chaleur dQ et fournit le travail $E\left(1-\frac{T_0}{T}\right)dQ$. Posons $dQ = \alpha\,dm + \beta\,dT$; il vient

$$d\mathfrak{C} = -e\,dm + E\left(1-\frac{T_0}{T}\right)(\alpha\,dm + \beta\,dT),$$

d'où

$$\frac{\partial}{\partial T}\left[-e + E\alpha\left(1-\frac{T_0}{T}\right)\right] = \frac{\partial}{\partial m}\left[E\beta\left(1-\frac{T_0}{T}\right)\right]$$

ou bien

$$ET_0\left(-\frac{1}{T}\frac{\partial\alpha}{\partial T} + \frac{\alpha}{T^2} + \frac{1}{T}\frac{\partial\beta}{\partial m}\right) - \frac{\partial e}{\partial T} + E\frac{\partial\alpha}{\partial T} - E\frac{\partial\beta}{\partial m} = 0;$$

Cette équation doit être satisfaite quel que soit T_0, et aucune des autres quantités qui y entrent ne dépend de T_0; on a donc à la fois

$$\frac{\alpha}{T} - \frac{\partial\alpha}{\partial T} + \frac{\partial\beta}{\partial m} = 0, \qquad -\frac{1}{E}\frac{\partial e}{\partial T} + \frac{\partial\alpha}{\partial T} - \frac{\partial\beta}{\partial m} = 0;$$

d'où, par addition, résulte l'équation d'Helmholtz

$$\alpha = \frac{T}{E}\frac{\partial e}{\partial T}.$$

Comme α est la chaleur absorbée, à température constante, par un débit égal à l'unité, on voit que le jeu de la pile absorbe ou dégage de la chaleur suivant que sa force électromotrice augmente ou diminue avec la température.

4° Soit une tourmaline, à la température ambiante sous une pression atmosphérique constante, munie à ses extrémités de deux armatures, dont l'une est en contact avec la terre et l'autre isolée et au potentiel V. L'opérateur comprime cette extrémité par une force équilibrée par la réaction élastique F de la tourmaline ; il a transporté, depuis l'origine, une quantité m d'électricité du sol sur cette armature. Nous prendrons pour variables m et la longueur l de la tourmaline. L'opérateur produit les accroissements dm et dl en fournissant les travaux $V\,dm$ et $-F\,dl$. On a

$$d\mathfrak{C} = V\,dm - F\,dl,$$

d'où

$$\frac{\partial V}{\partial l} = -\frac{\partial F}{\partial m}.$$

Si donc le potentiel augmente par la compression ($dl < 0$), la force F, à longueur égale, augmente avec m. C'est le phénomène de la dilatation électrique des cristaux, prévu par M. Lippmann et constaté par MM. Curie.

5° Soit un fil d'une substance hygrométrique qui s'allonge par l'humidité. Supposons-le fixé par une extrémité et soumis de l'autre à une traction exercée par l'opérateur, équilibrée par sa réaction élastique F; il est placé dans une enceinte de volume v, pleine de vapeur d'eau non saturée, de force élastique p, et le tout est à la température ambiante. Prenons pour variables v et la longueur l du fil. L'opérateur produit les accroissements dv et dl en fournissant les travaux $-p\,dv$ et $F\,dl$; on a

$$d\mathfrak{C} = -p\,dv + F\,dl,$$

d'où

$$\frac{\partial p}{\partial l} = -\frac{\partial F}{\partial v}.$$

Lorsque v diminue, la tension de vapeur augmente, et, d'après l'hypothèse, F diminue, l étant maintenu constant; par suite, si l augmente, v restant constant, p diminue. Mais p ne peut diminuer que par une absorption d'eau; ainsi un fil hygrométrique, dans une atmosphère constante et à température constante, absorbe de l'eau lorsqu'on l'étire.

Comme on le voit par ces exemples, la méthode est générale et les calculs fort simples; elle peut être aisément étendue au cas où l'on voudrait considérer à la fois plus de deux variables. Le principe de l'équivalence, celui de Carnot et celui de la conservation de l'électricité, sont exprimés par une seule équation [1], qui se

---

[1] On exprime le principe de la conservation de l'électricité en prenant m pour l'une des variables qui définissent l'état du système, et celui de l'équivalence en écrivant que l'opérateur, pour porter dQ sur le système, fournit le travail $E\,dQ\left(1 - \frac{T_0}{T}\right)$. Les mêmes problèmes pourraient être traités en considérant dU, dS, dW, mais il faudrait alors écrire un grand nombre de termes qu'on doit ensuite éliminer.

dédouble en plusieurs autres si des constantes arbitraires, telles que T_0, y ont été introduites.

III. — Sens des transformations spontanées et condition d'équilibre.

Lorsque le système passe d'un état à un autre sans que l'opérateur agisse et, par suite, sans qu'il fournisse aucun travail, on dit que la transformation est *spontanée*. Toutefois l'opérateur peut intervenir pour produire une mise en train appropriée (ouverture d'un robinet, établissement d'un contact électrique, etc.), mais en ne fournissant qu'un travail négligeable (1). La chute d'un poids, la détente d'un ressort, le refroidissement d'un corps incandescent, sont des transformations spontanées.

Toute transformation spontanée produit une variation nulle ou négative de l'énergie utilisable du système; car, d'après le principe de Carnot, l'opérateur, pour ramener le système à son état initial, doit fournir un travail nul ou positif. Les mouvements oscillatoires et, plus généralement, les transformations spontanées de l'énergie potentielle en énergie cinétique, ou inversement, nous offrent des exemples de variation nulle de $\mathcal{E}$, abstraction faite des résistances passives; mais, pour les phénomènes physiques proprement dits, tout passage spontané d'un état A à un état B produit une diminution de l'énergie utilisable. En effet, l'opérateur pourrait toujours, par un mécanisme approprié, retirer un travail positif d'une chute de chaleur ou d'électricité, d'une déformation ou variation de volume spontanées.

La variation $\mathcal{E}_B - \mathcal{E}_A$ tend vers o, à mesure que la transformation spontanée s'accomplit dans des conditions de plus en plus voisines de l'équilibre, car les forces que doit faire agir l'opérateur pour ramener le système de B en A tendent alors vers o. Tel est, par exemple, le cas de la fusion de la glace à des températures de plus en plus voisines de son point de fusion sous la pression atmosphérique.

---

(1) Le travail exigé par la mise en train n'est pas en toute rigueur un infiniment petit, mais il est essentiellement indépendant des dimensions du système qui se transforme, et, par suite, peut toujours être rendu négligeable vis-à-vis des quantités considérées.

Cette diminution de l'énergie utilisable constitue en réalité une perte qui ne peut plus être compensée, puisque l'opérateur ne recueille aucun travail et doit en fournir pour fermer le cycle ; de même, dans une opération irréversible, le gain d'énergie utilisable du système est inférieur au travail fourni par l'opérateur. Il n'y a donc pas ici de propriété analogue à la conservation de l'énergie.

Équilibre. — Soit un système dont les transformations sont assujetties à certaines restrictions (volume constant, conditions adiabatiques, etc.) Si $\mathcal{E}$ commence par augmenter pour toutes les transformations compatibles avec les restrictions imposées, le système est incapable, d'après ce qui précède, de se transformer sans travail de l'opérateur; celui-ci s'abstenant, le système reste invariable. Ainsi, *lorsque l'énergie utilisable est minimum, le système est en équilibre stable* (1).

Le système est en équilibre indifférent (abstraction faite des transformations mécaniques), lorsque la variation de l'énergie utilisable est nulle; tel est, par exemple, le cas de l'eau et de la glace maintenues à la température de fusion.

IV. — Loi des effets des transformations.

La relation que nous venons d'établir entre le sens des phénomènes spontanés et l'énergie utilisable permet de formuler une loi générale des effets des transformations. Si nous supposons que l'opérateur produise sur un système une certaine action, par exemple une diminution de volume, il en résultera divers effets, échauffement, électrisation, fusion, combinaison chimique, etc.; c'est du sens de ces effets que nous allons nous occuper.

Nous appellerons *action* ce que l'opérateur effectue pour modifier le système. Ce sera :

---

(1) A première vue, on peut s'étonner que l'équilibre dépende de $d\mathcal{E}$, qui paraît avoir quelque chose d'arbitraire, puisque les forces extérieures étrangères à l'opérateur auraient pu lui être attribuées. Mais celles de ces forces qui, en vertu des restrictions imposées au système, n'effectuent aucun travail, ne fourniraient aucun terme dans l'expression de $d\mathcal{E}$, et les autres sont étrangères à l'opérateur, d'après la définition même de l'équilibre.

1° La variation de volume ou la déformation qu'il produit sur le système (action mécanique directe);

2° Le transport d'une quantité déterminée d'électricité, sous forme de charge statique ou de courant (action électrique);

3° Le transport d'une quantité déterminée de chaleur (action thermique).

Comme on le voit, l'action de l'opérateur est définie sans tenir compte de l'effort de l'opérateur ni de l'état du système. Au contraire, le fait de comprimer un corps jusqu'à une pression donnée, ou de l'échauffer jusqu'à une température donnée, ne constitue pas pour nous une action déterminée de l'opérateur (¹).

Considérons un système dont les transformations sont assujetties à certaines restrictions invariables; ce système est en équilibre stable dans un état A, en présence de conditions extérieures constantes. L'opérateur produit, d'une manière réversible, une certaine action; le système arrive ainsi à un état B. L'opérateur laisse alors se produire les transformations spontanées que comporte l'état du système, en leur imposant toutefois cette restriction que *son action soit conservée,* c'est-à-dire que, s'il a agi par un déplacement de certains points du système, ces points sont immobilisés; s'il a agi par un transport de chaleur ou d'électricité, un transport du même genre est empêché. Le système arrive ainsi à un état d'équilibre stable C.

Les transformations spontanées qui amènent le système de B en C peuvent consister dans la disparition de certains effets produits par l'action de l'opérateur, que nous appellerons dès lors *effets instables;* ce seront les variations de température, de pression, de potentiel électrique, à partir de l'état initial d'équilibre stable. Ces transformations spontanées peuvent encore consister dans la production d'autres effets de l'action de l'opérateur, qui avaient jusque-là été suspendus, et que nous appellerons dès lors *effets stables:* ce seront les variations de forme, de volume, d'état

(¹) Cette distinction est essentielle, et, si l'on n'en tenait pas compte, le sens des résultats serait changé. Ainsi, par exemple, on voit aisément que l'échauffement d'un gaz par la compression augmente le travail nécessaire pour produire une diminution de volume donnée, et diminue le travail nécessaire pour amener le gaz a une pression donnée.

physique ou de combinaison chimique qu'on peut suspendre par des obstacles ou des artifices appropriés ([1]).

Soient $\mathcal{E}_A$, $\mathcal{E}_B$, $\mathcal{E}_C$ les valeurs de l'énergie utilisable dans les états A, B, C. D'après ce qui précède, on a

$$\mathcal{E}_C < \mathcal{E}_B,$$

d'où

$$\mathcal{E}_B - \mathcal{E}_A > \mathcal{E}_C - \mathcal{E}_A.$$

Considérons une deuxième opération réversible qui, partant de l'état A, aboutirait à l'état C, et comparons-la à la première, qui, partant de A, aboutit à B. Elles comportent toutes deux la même action de l'opérateur, puisque son action est conservée de B à C. Cela est évident pour une action mécanique directe ou une action électrique, et l'on voit aisément qu'il en est de même pour une action thermique ([2]). Mais ces deux opérations diffèrent en ce que, dans la deuxième, l'opérateur laisse librement se dissiper à mesure les effets instables et se produire les effets stables auxquels donne lieu son action, tandis qu'il l'empêche dans la première. L'inégalité précédente montre que, pour une même action, l'opérateur fournit moins de travail dans la deuxième opération que dans la première, c'est-à-dire que les effets instables augmentent ce travail et que les effets stables le diminuent. Ainsi *les effets instables s'opposent à l'action de l'opérateur et les effets stables la favorisent* ([3]). Nous allons voir quelles formes prend

---

([1]) Ces effets, stables ou instables, sont en réalité des *états* qu'on peut, au moins théoriquement, conserver aussi longtemps qu'on le veut; on ne doit pas les confondre avec les *transitions* d'un état à un autre. On doit remarquer aussi qu'une transformation spontanée, par exemple la détente d'un gaz, peut toujours être envisagée, soit comme la disparition d'un effet instable (excès de pression), soit comme la production d'un effet (accroissement de volume).

([2]) En effet, quand le système passe de A à B, puis de B à C, la chaleur Q qu'il reçoit est la même que lorsqu'il passe directement de A à C, car le travail extérieur fourni par le système est le même dans les deux cas, et se réduit à $W_C - W_A$. Or Q reste invariable de B à C; par suite, Q a la même valeur de A à B que de A à C.

([3]) Si une même action produit plusieurs effets, on peut toujours supposer que le système est placé dans des conditions telles qu'un seul d'entre eux soit à considérer. Ainsi la compression d'une tourmaline dégage de la chaleur et de l'électricité; on peut supposer que le système est maintenu à la température ambiante et l'on n'aura à s'occuper que de l'électrisation, ou bien que le système est maintenu à l'état de neutralité électrique, et l'on n'aura à considérer que la variation de température.

cette loi générale pour les diverses actions de l'opérateur, dont le travail est toujours supposé positif (1).

Actions mécaniques directes. — Le travail fourni par l'opérateur ne peut varier ici que par une variation des forces qui lui sont opposées par le système ; ainsi les effets instables augmentent ces forces et les effets stables les diminuent.

Considérons, par exemple, la compression d'un gaz. Au début. le gaz est en équilibre de température et de pression avec le milieu ambiant (état A). Si l'on diminue son volume dans des conditions adiabatiques, sa température devient plus élevée (état B); c'est un effet instable, car, le volume étant maintenu constant, le gaz peut revenir spontanément à la température ambiante (état C); cet effet doit donc accroître la réaction élastique du système, ce qui a lieu en réalité, puisque le gaz se dilate par la chaleur.

Comme dans cet exemple, toute variation de température produite par une action mécanique est un effet instable. Il en résulte que, si un corps s'échauffe par une compression ou se refroidit par une traction, son coefficient de dilatation est positif; il est négatif si les effets thermiques sont inverses (2).

Dans les changements d'état physique produits par une variation de volume, l'effet thermique doit s'opposer de même à l'action. Un changement d'état étant produit par une compression, s'il y a échauffement, la pression nécessaire augmente avec la température (condensation, solidification du blanc de baleine); s'il y a refroidissement, la pression nécessaire augmente quand la température s'abaisse (fusion de la glace). Il en est de même pour les combinaisons chimiques réversibles produites par des variations de volume.

---

(1) Cela résulte de ce que le système est, au début, en équilibre stable; mais on doit remarquer que la loi énoncée n'est établie que pour des transformations peu étendues, car la manière d'agir des effets instables ou stables pourrait ensuite changer de signe sans que l'inégalité (3) cessât d'être exacte.

(2) Si le coefficient de dilatation était nul, il ne pourrait pas y avoir d'effet thermique, car cet effet ne pourrait pas faire varier le travail de l'opérateur, et par suite l'inégalité (3) ne pourrait être satisfaite. D'une manière générale, un effet ne peut se produire que lorsqu'il est de nature à faire varier le travail de l'opérateur.

Soit un aimant permanent, et près d'un de ses pôles un corps magnétique que nous éloignons. S'il y a une variation de température, elle s'oppose au déplacement et augmente par suite l'attraction magnétique. Si donc le corps s'échauffe, son coefficient d'aimantation croît avec la température, et c'est l'inverse s'il se refroidit (W. Thomson).

L'électrisation produite par une action mécanique est de même un effet instable. Ainsi, une tourmaline s'électrisant par la compression, une électrisation de même nature tend à produire une dilatation. On pourrait citer beaucoup d'autres exemples d'effets instables, et notamment la loi de Lenz.

Considérons maintenant les effets stables produits, à température constante, par une variation de volume. Ce sont les changements d'état physique, fusion, condensation, dissolution, et les combinaisons chimiques réversibles, qu'on peut suspendre dans un sens, soit en séparant les composants, soit en mettant à profit les phénomènes, tels que la surfusion. Dans ces divers cas, la loi établie nous apprend que les effets produits par une diminution de volume sont accompagnés d'une contraction, puisqu'en se produisant ils diminuent la pression dans le système; c'est l'inverse pour une augmentation de volume.

Actions électriques. — Le travail fourni par l'opérateur pour un transport donné d'électricité ne peut varier que par une variation de capacité du système, s'il s'agit d'une charge statique, ou par une variation de force électromotrice s'il s'agit d'une pile.

Premier cas. — Soit un condensateur que charge l'opérateur. Si le diélectrique varie de température ou de pression (effets instables), cette variation doit augmenter le travail de l'opérateur; il faut donc qu'elle diminue la capacité. Si le diélectrique varie de forme ou de volume, cette variation est un effet stable qu'on pourrait empêcher par un obstacle matériel; elle doit donc se produire dans un sens tel qu'elle augmente la capacité (Lippmann).

Second cas. — Considérons une pile réversible que l'opérateur fait traverser par un courant dans le sens opposé au sens normal. S'il se produit une variation de température, elle doit s'opposer à l'action en augmentant la force électromotrice; d'où il résulte

qu'une pile a une force électromotrice croissante ou décroissante avec la température, suivant qu'elle se refroidit ou s'échauffe par son fonctionnement normal.

Actions thermiques. — Le système n'étant soumis, de la part de l'opérateur, qu'au transport d'une quantité donnée de chaleur et étant, au début, à la température ambiante, la seule circonstance qui puisse faire varier le travail de l'opérateur est une variation de la capacité calorifique du système. Si cette capacité diminue, le transport exige plus de travail, puisqu'il s'effectue à des températures plus différentes de celle du milieu ambiant. Ainsi, quel que soit le sens de la variation de température, les effets instables diminuent la capacité calorifique et les effets stables l'augmentent. En d'autres termes, les effets instables produits par un échauffement dégagent de la chaleur, et les effets stables en absorbent; c'est l'inverse pour un refroidissement.

Les variations de forme ou de volume produites par une variation de température étant des effets stables, la capacité calorifique du système est plus petite quand on les empêche de se produire. Ainsi la chaleur spécifique d'un corps est plus petite à volume constant qu'à pression constante, celle d'un fil est plus petite à longueur constante qu'à traction constante, quel que soit le signe du coefficient de dilatation.

L'électrisation étant un effet instable, un cristal pyro-électrique a une chaleur spécifique moindre si on le laisse s'électriser que si on le maintient à l'état neutre. Soit une pile réversible dont la force électromotrice varie avec la température; supposons-la reliée à un condensateur de capacité constante, et produisons une variation de température telle que la force électromotrice augmente. Le condensateur prendra une charge plus grande, c'est un effet stable. Ainsi le jeu de la pile absorbe ou dégage de la chaleur suivant que sa force électromotrice augmente ou diminue avec la température.

Les changements d'état physique et les combinaisons chimiques réversibles sont des effets stables, comme nous l'avons remarqué précédemment; par suite, ils absorbent de la chaleur s'ils se produisent par une élévation de température et en dégagent dans le cas contraire. Ainsi, par exemple, la dissolution d'un sel dans

une solution presque saturée absorbe ou dégage de la chaleur suivant que la solubilité augmente ou diminue avec la température. D'après cela, on peut prévoir que, les composés chimiques étant en général dissociés à une température élevée, les réactions aux températures ordinaires se feront le plus souvent avec dégagement de chaleur, conformément à la loi de travail maximum (Potier, van t'Hoff).

Ces exemples, qu'il serait aisé de multiplier, montrent comment cette loi générale permet de prévoir sans calcul le sens des phénomènes; il convient, dans l'application, de ne pas oublier que le système, au début, est pris dans un état d'équilibre stable, et de donner à l'*action* de l'opérateur le sens exact que ce terme comporte.

Cette loi comprend et rectifie les relations particulières énoncées par plusieurs physiciens, dont les uns, comme M. Lippmann [1], avaient en vue les effets analogues à la loi de Lenz, que nous avons appelés instables, et d'autres, comme MM. van t'Hoff [2] et Le Chatelier [3], les effets stables, et surtout les équilibres chimiques.

V. — Remarques sur les fonctions thermodynamiques.

Le rôle essentiel de ces fonctions, telles que U, S ou $\mathcal{E}$, est de dispenser de recourir dans chaque cas à la méthode des cycles en lui substituant des théorèmes généraux et des considérations d'un usage facile. A ce point de vue, l'énergie utilisable offre certains avantages, comme le montre ce Mémoire.

On doit remarquer, en effet, que le travail mécanique est l'élément le plus important en Thermodynamique, en ce que les données mécaniques sont plus nombreuses que les données thermiques. Dans beaucoup de transformations, le travail considéré est si petit que l'expérience ne peut rien nous apprendre directement sur son rapport avec la chaleur dégagée; elle peut bien nous montrer que cette chaleur est trop petite pour être sensible, mais non

(1) LIPPMANN, *Principe de la conservation de l'électricité* (*Annales de Chimie et de Physique*, 1881).

(2) VAN T'HOFF, *Études de dynamique chimique*, 1884.

(3) LE CHATELIER, *Les équilibres chimiques*, 1888.

qu'elle est négligeable vis-à-vis du travail [1]. En pareil cas, on tourne la difficulté par l'emploi d'un cycle isotherme ou de l'énergie utilisable, mais on ignore la variation de l'énergie U, à moins d'établir d'une manière indirecte que la chaleur est négligeable vis-à-vis du travail.

Le même inconvénient existe pour l'entropie, qui a de plus le défaut de ne pas offrir à l'esprit un sens concret donnant prise aux raisonnements d'ordre physique. L'usage principal du principe de Carnot étant de dispenser des données thermiques, il paraît plus rationnel de ne pas prendre ces données pour base de la fonction destinée à exprimer ce principe. Enfin, les fonctions U et S, n'exprimant que l'état absolu du système et non ses relations extérieures, ne peuvent en général indiquer directement le sens des phénomènes et les conditions d'équilibre.

J'ajouterai que le sens naturel du mot *énergie* étant *la faculté de produire du travail,* c'est dans ce sens que ce terme est pris le plus souvent, et certaines espèces d'énergie (électrique, cinétique, potentielle) sont en effet intégralement transformables en travail. Mais l'énergie U n'exprime pas cette faculté, car on ne peut disposer d'un réfrigérant au zéro absolu. De là une certaine confusion dans les raisonnements [2], qu'on évite par l'emploi de l'énergie utilisable. Mais cette fonction ne peut suppléer en général à l'énergie U, puisque celle-ci n'exige aucune condition de réversibilité.

---

(1) Ce fait est dû à la sensibilité supérieure des méthodes de mesures mécaniques et électriques, et à la grande valeur de E. Ainsi l'énergie d'un microfarad au potentiel d'un volt vaut environ $\frac{1}{8000000}$ de petite calorie. Dans des transformations telles que l'extension de la surface libre d'un liquide, ou le rapprochement de deux plateaux cuivre et zinc reliés par un fil, la chaleur dégagée serait absolument insensible, fût-elle équivalente au travail considéré.

(2) Ainsi, dans l'expérience de Joule sur la détente des gaz dans le vide, l'énergie du système reste invariable; on pourrait croire, d'après cet énoncé, que le travail que le système peut produire dans des conditions réelles n'a pas diminué, ce qui est tout à fait inexact. Cette confusion est habituelle chez les personnes peu versées dans la Thermodynamique, en raison de la notoriété acquise par le principe de la conservation de l'énergie. Elle provient de ce que le mot *énergie* est pris dans deux sens fort différents, l'énergie calorifique n'étant pas du tout comparable à celle d'un ressort tendu, du moins au point de vue de la production du travail.

POLARISATION DES MÉTAUX PAR LEUR IMMERSION DANS UN LIQUIDE, PAR LE MOUVEMENT DANS LES LIQUIDES ET PAR LEUR ÉMERSION DU LIQUIDE;

Par M. KROUCHKOLL.

1. Lorsqu'on approche jusqu'au contact un plateau de zinc d'un plateau de cuivre réunis métalliquement, il se produit un travail électrique correspondant à la formation de la couche double à la surface de contact des deux plateaux. La formation de la couche double donnant lieu à un mouvement d'électricité, on pourrait se proposer de chercher à le mettre en évidence.

M. Lippmann a fait à ce sujet une expérience qui est une modification très intéressante de l'expérience fondamentale de Volta. Voici en quoi elle consiste : on relie chacun des plateaux, de zinc et de cuivre, respectivement aux deux mercures d'un électromètre capillaire très sensible, et l'on approche les deux plateaux jusqu'au contact. On constate que le ménisque du mercure capillaire se déplace brusquement, indiquant une charge. Le mouvement électrique qui traverse l'électromètre va du cuivre au zinc à travers le liquide.

Dès qu'on écarte les deux plateaux, on a un mouvement électrique inverse, une décharge qui va du zinc au cuivre. L'intérêt de cette expérience est surtout dans le mouvement de charge, la seconde partie de l'expérience n'étant que l'expérience fondamentale de Volta telle qu'on la fait ordinairement.

Il est évident que, dans cette expérience, le mouvement électrique qu'on observe n'est qu'une faible dérivation de celui qui se produit réellement, et cette dérivation est d'autant plus faible que les métaux sont de bons conducteurs d'électricité.

On peut rapprocher de ce phénomène un autre, celui qu'on observe lorsqu'on plonge dans un liquide deux électrodes du même métal, l'une après l'autre, au bout d'un certain intervalle de temps. On sait qu'au moment où l'on plonge la seconde électrode, les deux étant réunies par un galvanomètre, on observe un mouvement électrique qu'on appelle *courant d'immersion*.

Si l'on fait l'expérience en remplaçant le galvanomètre par un électromètre capillaire, on peut voir, à la marche du ménisque

mercuriel dans le tube capillaire, qu'au moment de l'immersion il y a un véritable mouvement de charge, semblable à celui qu'on observe au moment où, dans l'expérience de M. Lippmann citée plus haut, on met en contact les deux plateaux métalliques.

M. Quincke ([1]) et, plus tard, M. Helmholtz ([2]) ont fait ressortir l'analogie entre ces courants d'immersion et le courant qui se produit pendant l'écoulement du mercure dans l'expérience de l'entonnoir. Dans les deux cas, le courant est un courant de charge, correspondant à la formation de la couche double.

Courants d'oscillation. — Un autre phénomène, qu'on doit rapprocher des précédents, est le courant produit par l'oscillation d'une électrode dans un liquide électrolytique. Ce phénomène a été étudié en grande partie par M. E. Becquerel ([3]).

M. Helmholtz ([4]) a repris les expériences sur les courants d'oscillations en faisant osciller une électrode polarisée. Cette électrode était en platine et l'électrolyte était de l'eau acidulée avec de l'acide sulfurique.

Dans ces conditions, le sens du courant d'oscillation variait avec le sens de la polarisation, avec la force électromotrice du courant de charge, avec la quantité d'hydrogène occlus, etc.

L'explication que M. Helmholtz donne des phénomènes observés est fondée sur la théorie de la couche double.

Voici cette explication dans ses parties essentielles :

A la surface de contact de l'électrode mobile avec l'électrolyte, il y a, comme nous l'avons déjà vu, une couche double. Supposons, pour fixer les idées, que la moitié positive soit sur le métal. Pendant le mouvement, la face de l'électrode rencontre de nouvelles couches liquides, qui passent sur le dos. Là, la couche double s'épaissit et de temps en temps, lorsque l'épaisseur devient trop grande, elle se décharge. Une certaine quantité d'électricité positive abandonne l'électrode; mais, immédiatement après, la couche double se reforme et, dans les deux cas, l'électricité posi-

---

([1]) *Poggend. Ann.*, t. CLIII, p. 161.
([2]) *Abhandl.*, t. I, p. 934.
([3]) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XLIV, p. 401; 1855.
([4]) *Ibid.*, t. I, p. 899.

tive se dirigeant de l'électrode vers le liquide, celle-ci devient négative par rapport à l'électrode fixe. On aura ainsi un courant allant de l'électrode mobile à l'électrode fixe à travers le liquide, un courant que M. Helmholtz appelle *anodique*, l'électrode mobile jouant le rôle d'anode par rapport au liquide. Le courant serait cathodique si le métal était chargé négativement par rapport au liquide.

Le sens du courant d'oscillation pourrait donc ainsi indiquer le sens de la différence électrique entre le liquide et le métal : un courant allant de l'électrode mobile au liquide, un courant *anodique* indiquerait une charge positive du métal; un courant inverse, *cathodique*, indiquerait une charge négative ([1]).

Dans le cas d'une électrode polarisée où l'on connaît d'avance la nature de la charge du métal, surtout lorsque la force électromotrice de polarisation est considérable, on peut facilement vérifier si le sens du courant d'oscillation confirme les prévisions théoriques.

2. On peut se demander si le courant d'oscillation, dépendant uniquement de la force électromotrice du métal et du liquide, change de sens pour une certaine polarisation, de la même manière que le courant dû à l'extension d'un métal.

Les expériences que j'ai faites me permettent de répondre à cette question affirmativement.

Ces expériences ont porté sur le platine, l'argent et le cuivre. Les deux électrodes, l'une fixe, l'autre mobile destinée à produire les courants d'oscillation, plongeaient dans deux verres réunis par un siphon. De cette manière, on évitait tout mouvement de liquide autour de l'électrode fixe. Celle-ci était réunie à l'un des mercures d'un électromètre capillaire, dont l'autre mercure était réuni à l'électrode mobile. On faisait d'abord osciller cette électrode afin de s'assurer du sens du courant d'oscillation normal; puis, en la polarisant de façon à neutraliser sa charge présumée d'après la théorie précédemment exposée, on cherchait à voir si le courant d'oscillation changeait de sens pour une certaine force

([1]) *Abh.*, t. I, p. 921.

électromotrice de polarisation. On évaluait cette force électromotrice en comparant l'électrode mobile à l'électrode fixe, qui servait ainsi de témoin, par la méthode indiquée antérieurement (1).

L'électrode fixe était autant que possible dépolarisée. Dans le cas du platine, on portait les deux électrodes au blanc au début de chaque expérience. On évitait toujours de fermer le pont de l'électromètre sur les deux électrodes, ou de laisser couler le mercure du tube capillaire pendant les expériences : ceci aurait pu polariser l'électrode témoin. Le liquide électrolytique qui servait à l'expérience était préalablement bouilli, afin d'en chasser autant que possible l'air dissous.

Résultats des expériences.

Électrodes de platine dans de l'eau légèrement acidulée par de l'acide sulfurique. — Les électrodes sont formées par des fils de platine soudés dans du verre. Le fil mobile devient négatif par l'oscillation dans le liquide. En le polarisant négativement, on constate que l'oscillation continue à le rendre négatif, jusqu'à une polarisation de $0^{v},14$ environ. Lorsque la polarisation négative augmente à partir de cette limite, l'oscillation rend le fil positif. Il y a donc un changement de sens dans le courant d'oscillation. Lorsqu'on polarise le fil positivement, l'oscillation le rend toujours positif.

Fils d'argent dans le même liquide. — L'oscillation rend le fil négatif. Le sens du courant d'oscillation change pour une polarisation négative de $0^{v},1$ environ.

Électrodes de platine dans une dissolution de sulfate de soude à 4 pour 100. — Les mêmes fils qui ont servi dans l'expérience précédente sont plongés dans une dissolution de sulfate neutre de soude à 4 pour 100. Les fils sont soigneusement dépolarisés par une calcination au blanc. L'oscillation dans le liquide rend le fil mobile positif et il devient négatif lorsqu'on le frotte

(1) *Voir* page 474 de ce Volume.

contre la paroi du verre. D'après la théorie, il pourrait y avoir deux renversements de sens dans les phénomènes : pour une certaine polarisation positive, le courant d'oscillation dans le liquide pourrait changer de sens; de même, le courant produit par le frottement contre le verre pourrait changer de sens pour une certaine polarisation négative.

L'expérience a confirmé ces prévisions théoriques : lorsqu'on polarise le fil positivement, l'oscillation dans le liquide continue à rendre le fil positif jusqu'à une force électromotrice de $0^v,2$ environ ([1]). Au delà de cette valeur, le fil devient négatif par l'oscillation. Le frottement contre le verre le rend toujours négatif, quelle que soit la valeur de la polarisation positive. Si l'on polarise le fil négativement, on constate que l'oscillation dans le liquide rend toujours le fil positif. Mais le frottement contre le verre ne commence à le rendre positif qu'à partir d'une force électromotrice de $0^v,15$ environ.

Fils d'argent dans le même liquide. — L'oscillation dans le liquide rend le fil négatif, de même que le frottement du fil contre la paroi du verre. On a constaté un renversement dans le sens du courant d'oscillation pour une polarisation négative de $0^v,04$.

Fils de cuivre dans la même dissolution. — L'oscillation dans le liquide rend le fil négatif, tandis que le frottement contre la paroi du verre le rend positif. Le courant d'oscillation change de sens pour une polarisation négative de $0^v,03$. Le courant de frottement change également de sens pour une polarisation positive de $0^v,02$ environ.

Remarque I. — J'ai montré antérieurement ([2]) l'influence qu'exerce l'altération des surfaces métalliques en contact avec des liquides sur la force électromotrice de contact.

Le même fait a été observé dans le cas des courants d'oscillation. La surface même du platine s'altérait lorsqu'on laissait les

---

([1]) Il est difficile d'évaluer cette force électromotrice avec une grande précision, le courant d'oscillation restant inappréciable des deux côtés du point de rebroussement.

([2]) *Voir* page 478 de ce Volume.

électrodes séjourner dans le liquide pendant un temps assez long, vingt-quatre heures par exemple. Pour certains liquides, comme l'eau distillée, le courant d'oscillation peut même changer de sens avec le temps ([1]). Dans le cas des fils d'argent ou des fils de cuivre, les variations avec le temps, à cause de l'altération des surfaces, sont encore plus notables. Mais dans tous les cas on peut, au moyen d'une polarisation convenable, renverser le sens du courant d'oscillation normal.

Remarque II. — Il était tout naturel de rechercher s'il y avait un courant d'oscillation lorsqu'on fait osciller une électrode dans une dissolution de son propre sel. J'ai constaté que le courant d'oscillation dans ce cas est presque nul. Il y a absence complète du courant d'oscillation lorsque le métal est chimiquement pur, comme dans le cas d'électrodes de cuivre couvertes d'une couche de cuivre électrolytique dans du sulfate de cuivre, d'électrodes de zinc couvertes de zinc électrolytique dans du sulfate de zinc, etc.

Courant d'émersion. — Lorsque dans ces expériences on relève lentement l'électrode mobile et qu'on la retire du liquide, on constate à l'électromètre capillaire qu'au moment où le liquide se détache de l'électrode il se produit un mouvement électrique, une décharge de sens contraire au courant d'oscillation. Ce phénomène s'observe également lorsque, au lieu de faire passer l'électrode du liquide électrolytique dans l'air, on la transporte de l'électrolyte dans un autre liquide isolant. Ce courant concorde parfaitement avec la théorie de la couche double : ce serait le courant de décharge analogue à celui qu'on observe dans l'expérience de M. Lippmann, citée plus haut, au moment où l'on écarte les deux plateaux l'un de l'autre.

Je dois cependant faire remarquer que cette décharge se produit au moment où la surface du liquide est soulevée et qu'il pourrait y avoir des perturbations dues aux phénomènes électrocapillaires.

([1]) Pour m'assurer que, pendant une série d'expériences, le sens du phénomène restait invariable, je déterminais le point de rebroussement, d'abord en partant des polarisations faibles et en les faisant croître graduellement, puis en revenant et diminuant progressivement les forces électromotrices de polarisation.

NOTE SUR LES ALLIAGES;

Par M. P. ZILOFF.

La théorie des dissolutions et des mélanges, fondée par les expériences de M. Raoult et développée par les travaux de MM. van t'Hoff et Arrhenius, s'applique aux amalgames, comme l'a montré récemment M. Ramsay; la pression de leurs vapeurs est moindre à la même température que celle du mercure pur, le point de solidification des amalgames est plus bas que celui du mercure.

Cette théorie peut, ce me semble, être appliquée aussi aux alliages, qu'on peut regarder comme des mélanges solidifiés de deux métaux fondus (si toutefois les métaux mélangés ne présentent pas une combinaison chimique).

Les alliages doivent posséder la propriété fondamentale des mélanges, à savoir que *leur point de solidification est au-dessous de celui du métal pur*.

En général, c'est conforme à ce qu'on connaît des alliages : l'acier fond plus facilement, à 1350° environ, que le fer à 1550°; l'or fond à 1245° tandis que l'alliage des monnaies fond à 1180°; le cuivre fond à 1054°, le laiton à 1015° et le bronze à 900°.

Pour la dépression moléculaire du point de solidification des mélanges et par conséquent des alliages, M. van t'Hoff a déduit deux équations

$$(a)\qquad \tau = \frac{t-s}{\sigma}k,$$

où t et s désignent les points de solidification du métal pur et de l'alliage, σ la masse du métal ajouté à 100 parties d'un autre, k le poids moléculaire du métal ajouté

$$(b)\qquad \tau = 0{,}02\frac{J^2}{L},$$

où J représente la température absolue de fusion du métal pur (c'est-à-dire $J = t + 273$) et L sa chaleur de fusion.

Si la théorie cinétique des dissolutions s'applique aux alliages, les deux équations doivent donner le même nombre.

Voici quelques exemples :

1° $21^p,2$ de cadmium sont mélangées à 78,8 de bismuth (*Tableaux de Landolt*, p. 113) :

$t = 266°,8, \quad s = 146°,3, \quad \sigma = 26,9, \quad k = 111,7, \quad L = 12,64;$

$$(a) \qquad \tau = \frac{120,5}{26,9} 111,7 = 500,$$

$$(b) \qquad \tau = 0,02 \frac{(539,8)^2}{12,64} = 461.$$

2° 10 parties de plomb sont mélangées à 100 parties d'étain (*Ann. de Wied.*, t. **34**, p. 577) :

$t = 228°, \quad s = 209°, \quad \sigma = 10, \quad k = 206,4, \quad L = 13,31;$

$$(a) \qquad \tau = \frac{19}{10} 206,4 = 392,2,$$

$$(b) \qquad \tau = 0,02 \frac{501^2}{13,31} = 377.$$

3° 5 parties d'or sont mélangées à 95 parties de platine (*Tableaux de Landolt*, p. 114) :

$t = 1775°, \quad s = 1730°, \quad \sigma = 5,26, \quad k = 196,2, \quad L = 27,18;$

$$(a) \qquad \tau = \frac{45}{5,26} 196,2 = 1678,$$

$$(b) \qquad \tau = 0,02 \frac{2048^2}{27,18} = 3085.$$

Pour les deux premiers alliages, les formules donnent presque les mêmes nombres; dans le dernier cas, l'expérience donne pour τ la moitié environ du nombre théorique; d'après M. Arrhenius, on doit donc conclure que les particules de l'or dissous dans le platine s'associent deux à deux.

Je ne continue pas ces calculs, les données expérimentales sur la fusion des alliages étant insuffisantes; j'ai l'intention d'entreprendre une série d'expériences spéciales, dont les résultats seront communiqués ici.

SUR L'HISTOIRE ET LA THÉORIE DE LA PILE;

PAR M. JULES GAY.

On sait que c'est dans une Lettre d'Al. Volta à Sir Jos. Banks, président de la Société Royale de Londres, du 20 mars 1800, que furent décrits pour la première fois la construction et les effets de la pile. Cette Lettre ne fut communiquée par Sir J. Banks qu'à un petit nombre de personnes, notamment au chirurgien Anthony Carlysle, à Cruikshank et à Humphry Davy, alors âgé de 22 ans. Ces savants s'empressèrent de construire et d'essayer le nouvel instrument, désigné alors habituellement sous le nom d'*électromoteur;* et, quelques semaines après l'arrivée en Angleterre de la lettre de Volta, Carlysle et Nicholson purent faire connaître l'un des effets les plus remarquables de la pile, la décomposition de l'eau. A la suite de cette découverte capitale, les savants de tous les pays s'empressèrent d'étudier les effets chimiques de l'électromoteur.

L'une des conséquences de ces faits fut de fournir de nouveaux arguments aux adversaires de la théorie de Volta ou de la production d'électricité par le contact de deux métaux; l'opinion contraire, que la production d'électricité est la conséquence des actions chimiques, s'affermit au contraire de plus en plus, surtout en Angleterre.

Or nul ne développa davantage ces applications chimiques de la pile que H. Davy; aussi ses vues sur la théorie de la pile sont-elles particulièrement dignes d'attention; le premier, il soutint, que si l'électricité est produite par le contact, le courant est entretenu par l'action chimique. Ce fait semble avoir échappé à la plupart des auteurs; il nous a paru intéressant de le remettre en lumière et de reproduire les passages caractéristiques du Mémoire de Davy.

Ce Mémoire fut lu à la Société Royale le 20 novembre 1806, et inséré dans les *Transactions philosophiques* en 1807. Des traductions françaises *in extenso* de cet important Mémoire parurent à Genève dans la *Bibliothèque britannique,* année 1807, et peu après à Paris dans les *Annales de Chimie,* cahier du 31 août

1807. Les deux traductions diffèrent à peine l'une de l'autre. Nous reproduisons celle de la *Bibliothèque britannique* (¹) :

« Les énergies électriques des métaux les uns relativement aux autres, ou les substances dissoutes dans l'eau, dans l'appareil voltaïque et d'autres instruments analogues, paraissent être les causes qui troublent l'équilibre, tandis que les changements chimiques tendent au contraire à le rétablir. C'est, très probablement, de l'action combinée de ces deux causes que les phénomènes dépendent.

» Dans la pile voltaïque composée de zinc, de cuivre et d'une solution de muriate de soude et dans ce qu'on a appelé sa condition de tension électrique, les disques communiquants de cuivre et de zinc sont à un état opposé d'électricité. Et à l'égard d'électricités aussi faibles l'eau peut être considérée comme un corps isolant. En conséquence, chaque disque de cuivre produit, par induction, un accroissement d'électricité positive sur le disque de zinc opposé; et chacun de ceux-ci augmente l'électricité négative sur le disque de cuivre opposé : l'intensité de l'effet s'accroît comme le nombre, et la quantité, comme l'étendue des surfaces qui composent la série.

» Lorsqu'on établit une communication entre les deux points extrêmes, les électricités opposées tendent à se détruire respectivement, et, si le milieu liquide pouvait être une substance incapable de décomposition, il y a tout lieu de croire que l'équilibre se rétablirait et que le mouvement produit par l'électricité cesserait. Mais la solution de muriate de soude étant composée de deux séries d'éléments, qui possèdent des énergies électriques opposées, l'oxygène et l'acide sont attirés par le zinc, et l'hydrogène et l'alcali par le cuivre. L'équilibre n'est que momentané; car la solution de zinc est formée et l'hydrogène dégagé. L'énergie né-

(¹) « Le travail de M. Davy, dit en note la Rédaction de la *Bibliothèque britannique*, est d'une telle importance dans l'état actuel de la Science à laquelle il appartient; il résout si bien les difficultés et les contradictions qu'offraient les expériences et les théories des physiciens sur l'action chimico-galvanique; les faits y sont en si grand nombre, et les raisonnements tellement enchaînés et serrés que nous n'avons point cru, malgré l'étendue de ce Mémoire, devoir nous borner à un extrait. Nous en donnons la traduction aussi fidèle que nous avons pu la faire. »

gative du cuivre et l'énergie contraire du zinc ont donc lieu de s'exercer de nouveau; seulement elles sont affaiblies par l'énergie opposée de la soude en contact avec le cuivre; et le procédé électromoteur se continue aussi longtemps que les changements chimiques peuvent s'opérer.

» Cette théorie réconcilie en quelque sorte les principes hypothétiques de l'action de la pile adoptés par son illustre inventeur avec les opinions sur les origines chimiques du galvanisme, mis en avant par le plus grand nombre des physiciens anglais; et elle est appuyée par beaucoup de faits et d'expériences. »

Et plus loin, Davy ajoute : « D'autres expériences, qui ont des résultats très frappants, fournissent encore des raisons de supposer que la décomposition du menstrue chimique est essentielle pour la continuation de l'action électromotrice de la pile ».

Dans le même Mémoire, se trouve une explication du mode de décomposition des corps composés, eau ou sels, qui n'est autre que la théorie bien connue sous le nom de *Théorie de Grotthuss*. Le Mémoire de Grotthuss est inséré au Cahier des *Annales de Chimie* du 31 juillet 1807, t. LXIII, sous ce titre : *De l'influence de l'électricité galvanique sur les végétations métalliques*, par C.-J. Théodore de Grotthuss. Le Mémoire de Davy se trouve dans le Cahier suivant des *Annales de Chimie* (31 août 1807), mais il avait été lu à la Société Royale le 20 novembre 1806. L'interprétation de Davy est donc au moins contemporaine de celle de Grotthuss, peut-être antérieure; et la théorie, dite *de Grotthuss*, pourrait tout aussi bien s'appeler *Théorie de Davy*.

Voici, à ce sujet, les passages les plus caractéristiques du Mémoire de Davy :

« Les faits dont on a rendu compte précédemment, relatifs aux changements et aux transitions que produit l'électricité, pourront être exprimés d'une manière générale, dans le langage admis en Physique, si l'on dit que l'hydrogène, les substances alcalines, les métaux et certains oxydes métalliques sont attirés par les surfaces métalliques électrisées négativement et repoussés par les mêmes surfaces à l'état positif; et, au contraire, que l'oxygène et les substances acides sont attirés par les surfaces métalliques positives et repoussés par les négatives....

» Il est très naturel de supposer que les énergies répulsives et

attractives sont communiquées *d'une particule à une autre* de même espèce, de manière à établir dans le liquide une chaîne conductrice, et que le transport a lieu en conséquence; et beaude faits semblent montrer que ces choses se passent réellement ainsi....

» Dans les cas de séparation des parties constituantes de l'eau, et dans ceux où des solutions de sels neutres forment la totalité de la chaîne, il peut y avoir dans l'intérieur du fluide une succession de décompositions et de recompositions.... Il est facile d'expliquer, d'après les phénomènes généraux de décomposition et de transport, le mode par lequel l'oxygène et l'hydrogène se dégagent séparément de l'eau. L'oxygène d'une portion de l'eau est attiré par la surface positive, en même temps que l'autre partie constituante de ce liquide, l'hydrogène, est repoussée par la même surface. Le procédé opposé a lieu à la surface négative, et au milieu, c'est-à-dire dans le point neutre du circuit, soit qu'il y ait une série de décompositions et de recompositions, ou soit que les seules particules extrêmes soient actives, la matière repoussée doit entrer de nouveau en combinaison. »

H.-A. ROWLAND et C.-T. HUTCHINSON. — On the electromagnetic effects of convection-currents (Sur l'effet électromagnétique des courants de convection) : *Phil. Mag.* 5e série, t. XXVII, p. 445; 1889.

On connaît les expériences réalisées par M. Rowland, pour démontrer que le mouvement d'un corps électrisé produit les mêmes effets électromagnétiques qu'un courant circulant dans un conducteur immobile (1). Ces expériences consistaient essentiellement à observer la déviation d'une aiguille aimantée sous l'action d'un disque d'ébonite électrisé, que l'on animait d'un mouvement de rotation rapide. On observait une déviation réversible avec le sens de l'électrisation et avec le sens de la rotation. Cette déviation très faible s'effectuait dans le sens de l'action électromagnétique prévue, et coïncidait avec la valeur calculée tout au moins au degré d'approximation assez grossier que comportent des expériences aussi délicates.

---

(1) Voir *Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 214.

Les difficultés sont graves et nombreuses. Pour avoir des effets sensibles, il est indispensable d'animer le système électrisé d'une vitesse considérable. Il s'ensuit des trépidations et des courants d'air auxquels il est assez difficile de soustraire complètement le système suspendu; il en résulte aussi la production dans les masses métalliques en mouvement (axes, poulies) de courants induits sous l'influence du magnétisme terrestre, dont l'effet électromagnétique (réversible avec le sens de la rotation, mais non avec le sens de l'électrisation) se superpose à celui que l'on veut observer.

Un isolement absolu est indispensable. S'il y a des fuites, elles constituent des courants proprement dits dont l'effet électromagnétique se renverse avec le sens de l'électrisation, non avec celui de la rotation. On parvient, avec des soins minutieux, à supprimer à peu près les fuites par les supports. Est-il possible, avec des potentiels élevés et de grandes vitesses de rotation, d'écarter complètement la perte par l'air?

Enfin on doit se mettre en garde contre les actions mécaniques d'ordre électrostatique. Celles-ci peuvent produire des déviations indépendantes à la fois du sens de l'électrisation et du sens de la rotation. Toutes les déviations, réversibles ou non, s'ajoutent et l'on est exposé à confondre leur résultante avec le phénomène simple qu'il s'agit de démêler.

L'appareil de MM. Rowland et Hutchinson est comparable à une boussole symétrique de Helmholtz dont les cadres multiplicateurs seraient remplacés par des disques tournant dans le plan du méridien magnétique. Ces disques D sont en ébonite, dorés sur leur face interne et entaillés radialement pour éviter la production de courants sensibles dans la couche d'or. Leur axe horizontal reçoit d'un moteur électrique une vitesse de rotation d'environ 125 tours par seconde. Les deux disques sont munis d'anneaux de garde; ils sont maintenus à un même potentiel constant par une machine de Holtz en relation avec une batterie de six jarres, pourvue d'une jauge. Un électromètre absolu mesure ce potentiel.

Le système suspendu est astatique. Il se compose de deux aiguilles, l'une centrale, l'autre placée à un niveau notablement supérieur au bord des anneaux de garde. Il est protégé : 1° contre

les courants d'air par un tube fermé; 2° contre les trépidations par une suspension murale bien indépendante du bâti de l'appareil; 3° enfin contre les actions électrostatiques par des plateaux de verre P interposés entre les disques D et le système des aiguilles, dorés sur leur face extérieure qui regarde les plateaux P, et en communication avec le sol. Ces plateaux P doivent fonctionner comme des écrans électriques parfaits, c'est-à-dire qu'il ne doit pas y avoir trace de déviation des aiguilles lorsque les disques D, électrisés positivement ou négativement, sont au repos.

On a plusieurs moyens de modifier à volonté la sensibilité de l'appareil : 1° on peut rapprocher ou écarter les disques D et les plateaux P. Chaque disque forme, avec le plateau correspondant, un condensateur et la densité électrique σ à la surface de D est, pour un potentiel donné, en raison inverse de la distance $PD = e$. D'ailleurs, l'action électromagnétique à produire varie pour une valeur donnée de σ en sens inverse de la distance $2x$ entre les deux plateaux D. 2° Deux aimants NS, N'S', disposés au-dessus l'un de l'autre, avec leurs pôles opposés en regard, sont mobiles le long du support du système astatique. En les déplaçant, on modifie à volonté les intensités H et H' du champ magnétique aux centres des deux aiguilles, et par conséquent la grandeur de la force antagoniste que l'on oppose à l'action électromagnétique. On mesure la constante de l'appareil à l'aide de deux cadres auxiliaires munis d'un petit nombre de tours de fil conducteur et disposés symétriquement, par rapport au système astatique. On y dirige un courant mesuré par une boussole indépendante. La valeur de H s'obtient par la comparaison d'une boussole et d'un électrodynamomètre.

Soient

c le rayon des disques mobiles;
σ la densité électrostatique à la surface des disques D;
N le nombre de tours par seconde;
$2x$ la distance des disques D;
v le rapport des unités électrostatiques et électromagnétiques.

On trouvera aisément, pour l'intensité électromagnétique du

champ au centre de l'aiguille inférieure (aiguille centrale),

$$X = 8\pi^2 \frac{N\sigma}{v} \int_0^c \frac{c^2\, dc}{(c^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} = 8\pi^2 \frac{N\sigma}{v} \left[\frac{c^2 + 2x^2}{(c^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}} - 2x \right] = 8\pi^2 \frac{N\sigma}{v} A.$$

A est une constante que l'on calcule d'après les dimensions c et x de l'appareil.

Un calcul un peu plus complexe donne, pour l'aiguille supérieure,

$$X' = 8\pi^2 \frac{N\sigma}{v} B.$$

B est encore une constante, dépendant des dimensions de l'appareil, et d'ailleurs beaucoup plus petite que A.

Soient M et M' les moments magnétiques presque égaux des deux aiguilles, dont nous supposerons la longueur négligeable. L'équation d'équilibre est

$$8\pi^2 \frac{N\sigma}{v} (MA + M'B) = (HM - H'M') \tang \Delta.$$

La déviation Δ est toujours assez petite pour qu'on puisse confondre la tangente avec l'arc. Posant

$$\frac{HM - H'M'}{M} = \beta,$$

et considérant que la différence M — M' est négligeable par rapport à M, on en tire

$$v = 8\pi^2 \frac{N\sigma(A + B)}{\beta\Delta}.$$

On calcule A et B au moyen des dimensions de l'appareil; N se détermine par un compteur de tours, σ à l'aide de l'électromètre absolu et des dimensions des condensateurs PD, Δ par la méthode de Poggendorff, enfin β au moyen des cadres auxiliaires, de la boussole et de l'électrodynamomètre dont on a parlé ci-dessus.

Après bien des tâtonnements et des retouches, MM. Rowland et Hutchinson sont parvenus à observer une déviation Δ qui remplit toutes les conditions de réversibilité exigées, sans que toutefois les déviations contraires Δ_1 et Δ_2, observées en renversant le sens de la rotation, aient pu être amenées à présenter une égalité rigoureuse. Le Tableau suivant résume les observations :

Numéros.	Sens de la rotation.	x.	e.	N.	σ.	$\frac{1}{\beta}$.	2Δ en millimètres.	v.
1.....	+	2,54	1,24	122	1,16	$1,50.10^5$	5,3	$2,42.10^{11}$
2.....	+	2,57	»	125	1,30	3,11	9,0	3,38
3.....	+	»	»	129	1,23	2,15	6,94	3,00
4.....	—	»	»	129	1,23	»	5,58	3,68
5.....	+	»	1,21	127	1,21	2,25	5,6	3,74
6.....	—	»	»	133	1,21	»	5,7	3,74
7.....	+	»	»	130	1,47	»	8,4	3,10
8.....	—	»	»	133	1,47	»	7,3	3,64
9.....	+	»	1,24	121	1,32	2,22	9,4	2,26
10....	—	»	»	130	1,32	»	7,2	3,16
11.....	+	»	»	125	1,26	2,17	7,6	2,70
12.....	—	»	»	126	1,26	»	5,7	3,64
13.....	+	2,85	1,50	125	1,19	2,23	6,5	2,82
14.....	—	»	»	129	1,19	»	5,0	3,78
15.....	—	»	»	125	1,11	2,19	5,85	2,82
16.....	+	»	1,43	127	1,08	2,35	7,3	2,46
17.....	—	»	»	128	1,08	»	5,4	3,32
18.....	—	»	»	129	1,08	»	5,3	3,42
19.....	+	3,22	1,86	123	1,13	2,44	5,1	3,30
20.....	—	»	»	124	1,13	»	4,9	3,48
				Moyenne				$3,19.10^{11}$

Les rotations positives donnent, toutes choses égales d'ailleurs, une déflexion Δ plus grande et par conséquent une plus petite valeur de v que les négatives. On a en moyenne $v = 2,918.10^{10}$ pour les premières, $v = 3,468.10^{10}$ pour les secondes. Il est donc certain que toutes les causes d'erreurs ci-dessus mentionnées n'ont pu être éliminées d'une manière complète. E. Bouty.

O. LODGE. — On an electrostatic field produced by varying magnetic induction (Champ électrostatique produit par une induction magnétique variable): *Philosoph. Mag.*, 5ᵉ série, t. XXVII, p. 469; 1889.

Un puissant anneau de fils de fer doux est entouré d'une spirale à gros fil d'un petit nombre de tours. Cette spirale est divisée en deux moitiés réunies d'un côté par une sorte de clef de Morse, tandis que les fils extrêmes sont en communication avec les pôles d'une batterie d'accumulateurs dont le milieu est au sol. Quand

on appuie sur la clef, la spirale est donc parcourue par un courant; quand on n'appuie pas, les deux moitiés de la spirale sont à des potentiels égaux et contraires.

Une aiguille de gomme laque, portant à ses extrémités deux petits cylindres demi-conducteurs, est suspendue par un fil de soie, au centre de l'anneau, à l'intérieur d'une boîte contenant de l'air sec. Les petits cylindres sont formés d'une sorte de gélatine qui, d'après l'auteur, conduit juste assez pour prendre une charge statique, trop peu pour devenir le siège de courants de Foucault d'une intensité appréciable. On règle la suspension de telle sorte que l'effet électrostatique observé à circuit ouvert soit négligeable, c'est-à-dire que l'aiguille ne prenne pas de déviation appréciable quand, à l'aide d'un commutateur, on renverse les communications des extrémités de la spirale avec les pôles de la pile. Cette condition n'a pu être réalisée qu'approximativement.

Si maintenant on donne à la clef de Morse une série de mouvements, que l'on rythme d'après la période d'oscillations de l'aiguille, on parvient à obtenir une déviation maximum de l'aiguille très appréciable. Pour interpréter cette expérience, M. Lodge admet qu'un aimant fermé qui commence ou qui finit produit un champ électrostatique. E. Bouty.

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ PHYSICO-CHIMIQUE RUSSE.

Tome XX, année 1888.

N. PIROGOFF. — Sur le viriel des forces, p. 1-20.

L'auteur, en continuant ses études sur la théorie cinétique des gaz, attaque et cherche à rectifier l'expression de la longueur du chemin d'une molécule, donnée par van der Waals.

V. WOULF. — Compensateur pour la mesure de l'angle de rotation du plan de polarisation, p. 20-25.

L'appareil est construit à la manière du compensateur de Babinet, mais les deux prismes sont taillés perpendiculairement à

l'axe principal d'un cristal de quartz lévogyre pour l'un, dextrogyre pour l'autre. L'intensité I d'un rayon passant par les deux prismes à l'endroit où la différence de leur épaisseur est e, et à condition que le plan de polarisation de l'analyseur soit à angle droit par rapport à celui du polariseur, s'exprime par la formule

$$I = a^2 \sin^2 \pi e \frac{r-l}{\lambda},$$

où r et l sont les indices de réfraction des rayons dextro et lévogyres, de longueur d'onde λ. En nommant ω le pouvoir rotatoire du quartz pour les rayons jaunes et α l'angle des prismes, l'auteur exprime la distance x entre deux franges consécutives par

$$x = \frac{\pi}{2\omega} \cot \alpha.$$

Pour avoir x égal à 4^{mm}, il faut faire α de $46°$, à peu près, ce qui est possible à condition d'employer la construction du triprisme de Fresnel. L'appareil a été exécuté par feu M. Duboscq; une série d'expériences donna comme erreur moyenne d'une détermination de l'angle de rotation le nombre de 18′.

Z. ZETLINE. — Moyen de déterminer la combinaison la plus avantageuse des éléments d'une pile quand on n'a qu'un voltamètre à sa disposition, p. 29.

Le petit Mémoire de l'auteur (¹) appartient à la classe des exercices scolaires sur la loi d'Ohm. Ayant remarqué que la formule définitive connue contient seulement le rapport de la résistance extérieure et de celle d'un élément de la pile, il détermine ce rapport à l'aide de deux observations de l'intensité du courant produit par deux différentes combinaisons des éléments donnés.

O. CHWOLSON. — Exposition simplifiée du deuxième théorème de Kirchhoff, p. 31-34.

Les commençants éprouvent quelque difficulté à saisir la démonstration usuelle du deuxième théorème sur les courants dé-

(¹) Autodidax, si je ne me trompe pas.

rivés. L'auteur pense que cette difficulté sera levée, si l'on procède de la manière suivante :

On sait que la force électromotrice e est égale à la variation brusque du potentiel $v_1 - v_2$, au point où elle est située, que la force électromotrice d'un élément de pile est la somme de celles qui agissent sur les diverses surfaces de contact des corps dont il est formé, et que la loi d'Ohm peut être exprimée en disant que l'intensité i du courant dans une partie d'un conducteur linéaire est égale à $v_1 - v_2$, différence de potentiel à ses extrémités, divisée par sa résistance r. Cela posé, imaginons un contour quelconque fermé, et parcourons-le en partant d'un point choisi arbitrairement. Le potentiel décroîtra régulièrement le long de certaines portions du contour, conformément à la loi $v_1 - v_2 = ir$, et éprouvera en certains points des accroissements brusques, dus aux forces électromotrices. En revenant au point initial, nous devons y trouver le même potentiel qu'au départ; par conséquent la somme algébrique de tous les décroissements progressifs du potentiel doit être forcément égale à la somme de toutes les forces électromotrices du contour, c'est-à-dire

$$\Sigma e = \Sigma ir.$$

D. LATSCHINOFF. — Études photographiques des décharges électriques, p. 41-49.

C'est la décharge de l'appareil d'induction de Ruhmkorff, avec ou sans condensateurs supplémentaires, produite par une rupture unique du courant primaire que l'auteur a étudiée. Une partie des images publiées a été obtenue à l'aide de la chambre obscure et l'autre directement par la décharge sur la surface d'une plaque au gélatinobromure. Malgré la diversité des conditions des expériences, la décharge positive s'est toujours manifestée par un grand nombre de ramifications plus ou moins fines, et la négative par des lignes brisées, sans ramifications, mais terminées par des rayonnements en forme d'éventails. L'épreuve photographique a souvent présenté des signes incontestables de décharges oscillantes que l'on ne pouvait pas soupçonner en observant l'étincelle à l'œil.

P. BROOUNOFF. — Comparaison directe des baromètres de divers observatoires météorologiques de l'Europe, p. 61-62.

Un baromètre portatif, système Wild-Fues, n° **247**, a été comparé au baromètre normal de l'observatoire de Saint-Pétersbourg. Avant le voyage la différence fut trouvée égale à $+0^{mm},010$ et, après, à $+0^{mm},014$, de sorte que ce baromètre peut être considéré comme n'ayant pas varié sensiblement. Voici les résultats des comparaisons faites directement à l'aide de ce baromètre pendant un voyage dans l'été de 1888 :

	mm	Moyenne des observations.
St-Pétersbourg-Berlin (Institut Météorologique)...	—0,02	22
» Hambourg (Seewarte)...........	+0,07	36
» Utrecht (Institut Météorologique)..	—0,32	17
» Bruxelles (Observatoire Royal)....	+0,23	15
» Paris (Bureau Central Météor.).....	+0,11	22
» Sèvres (Bureau International).....	+0,10	14
» Zurich (Institut Météor. Centr.) ...	—0,06	10
» Vienne (Institut Météor. Centr.)....	+0,11	10

R. DE KOVESLIGETHY. — Analyse spectrale mathématique, p. 65-82.

L'auteur, un physicien hongrois, compare les résultats calculés d'après la formule qu'il a établie en 1885 pour l'expression de l'intensité des radiations d'un corps en fonction de sa température avec ceux obtenus à l'aide des formules données par M. W. Michelson (1) et constate que ces dernières s'accordent mieux avec les observations de M. Mouton que les siennes propres.

N. PILTSCHIKOFF. — Généralisation de la méthode de Gay-Lussac pour la détermination de la constante capillaire des liquides, p. 83-93.

La formule bien connue de Gay-Lussac

$$2\frac{F}{D} = h_1 c_1 + h_2 c_2 + \ldots$$

n'est applicable directement que dans le cas où l'action capillaire

(1) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 467.

dans le vase extérieur est négligeable. Cette condition est difficile à réaliser si l'on a très peu de liquide à sa disposition. Pour parer à cet inconvénient, l'auteur applique cette formule à deux tubes de diamètres r_1 et r_2, plongeant dans un même réservoir ou simplement communiquant entre eux, et obtient une expression ne contenant que la différence des niveaux $h_1 - h_2$ du liquide dans les deux tubes

$$2\frac{F}{D} = (h_1 - h_2)\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}.$$

En outre, M. Piltschikoff détermine les diamètres r_1 et r_2 des deux tubes par la condition que l'influence des erreurs dans la détermination de $h_1 - h_2$ et de $r_1 r_2$ sur la valeur de la constante capillaire calculée soit minimum, et indique la possibilité de déterminer par sa méthode la constante capillaire à diverses températures et sous diverses pressions, en opérant dans des tubes de verre scellés.

A. WOIEIKOFF. — Sur la température des eaux, p. 94-106.

L'auteur discute le petit nombre d'observations que nous possédons sur la marche diurne et annuelle de la température de la surface des eaux en comparaison avec celles de l'air, en fait ressortir les résultats inattendus et en apparence contradictoires et insiste sur la nécessité de faire de nouvelles observations de ce genre.

N. HESEHUS. — Modification du photomètre de Bunsen, p. 107.

L'écran vertical est muni d'une série horizontale de trois petites taches, et placé un peu obliquement par rapport à la droite passant par les deux sources lumineuses. L'observation se fait à l'aide d'un tube viseur, placé normalement au plan de l'écran. Si l'on fait disparaître la tache du milieu, l'une des deux autres apparaîtra plus lumineuse et la seconde plus sombre que le fond ; le contraste simultané permet de réduire l'erreur usuelle de l'observation à peu près à moitié.

N. EGOROFF. — Modification de la lentille à foyer variable de M. Cusco, p. 107.

Les parois en verre de la lentille de M. Cusco sont remplacées par des pellicules de gélatine, employées ordinairement pour calquer les dessins, et l'eau par le pétrole. A cause de cette substitution, le mouvement vertical de quelques centimètres d'un entonnoir en verre, communiquant par un tube en caoutchouc avec l'intérieur de la lentille, est suffisant pour modifier sensiblement sa distance focale.

J. BORGMANN. — Sur la relation entre les phénomènes du passage de l'électricité dans l'air par l'intermédiaire d'une flamme et des rayons ultra-violets, p. 111-113.

L'auteur remarque que les deux phénomènes sont peut-être dus à une cause identique, une flamme et une pointe électrisée étant aussi des sources de rayons actiniques.

W. LERMANTOFF. — Appareil scolaire pour la détermination directe de la dilatation des solides, p. 113.

L'appareil est basé sur le principe suivant : on plante une pointe d'un compas à verge, long de 1^m, et l'on trace un petit arc de cercle par l'autre. Si l'on répète le même procédé après avoir échauffé la verge du compas de t^o, la distance des deux traits, divisée par t^o, donnera le coefficient de dilatation cherché. Les verges de compas sont formées de tubes en matières différentes, que l'on peut chauffer par un courant de vapeur ou refroidir par un courant d'eau. Les tubes restent immobiles, et une règle solide en bois, munie de plaques en laiton, reçoit les traits, dont on mesure la distance, variant de 1^{mm} à 3^{mm}, à l'aide d'un microscope micrométrique. En employant pour le tracé une petite plaque de verre, noircie et divisée en $\frac{1}{10}$ de millimètre, on peut les projeter sur l'écran pour faire apprécier le résultat par tout l'auditoire.

TH. PETROUCHEWSKI. — Recherches sur les causes de détérioration des peintures à l'huile, p. 210 et 224.

La détérioration rapide des peintures des grands maîtres con-

temporains a porté l'auteur à entreprendre une série de recherches sur les phénomènes physiques et chimiques qui déterminent la solidification et la destruction ultérieure des couleurs à l'huile. Voici les faits que l'auteur a déjà constatés : l'huile de lin, en commençant à sécher, augmente de poids; puis, quand la solidification commence, le poids diminue indéfiniment, sans toutefois revenir au poids primitif, même après sept cents jours, durée de l'expérience la plus longue.

L'huile de pavot présente la même allure ; mais, en diminuant, le poids descend bientôt au-dessous de sa valeur initiale. Les poids spécifiques des huiles ne changent pas sensiblement tout le temps que l'huile reste encore fluide ; mais la pellicule de linoxine, formée sur la surface, se contracte fortement en continuant à s'oxyder. Une fois, par exemple, le poids spécifique d'une telle pellicule a été trouvé égal à 1,117 pour une huile de poids spécifique 0,932. La contraction de l'huile mélangée à des matières colorantes est très variable : elle atteint 20 pour 100 dans l'espace d'une année pour quelques matières. Elle est minimum pour la céruse à l'huile de lin, et cinq à six fois plus grande pour le blanc de zinc à l'huile de noix. Cette contraction est peut-être la cause principale des fissures qui font perdre les vieilles peintures.

Résultats des observations de l'éclipse solaire du 19 août 1887, en Russie. Brochure de 168 pages, publiée comme Supplément au t. XX.

L'initiative de l'organisation des observations en Russie de l'éclipse solaire du 19 août 1887 est due entièrement à M. Egoroff. Stimulée par lui et aidée pécuniairement par S. M. l'Empereur de Russie (5000 roubles) et par M. Th. Basilewski (1000 roubles), la Société physico-chimique russe organisa plusieurs expéditions et publia à ses frais les résultats qu'elles ont amenés, ainsi que ceux obtenus par un grand nombre d'observateurs indépendants.

On sait déjà que le mauvais temps a rendu nuls ou à peu près nuls les résultats de presque toutes les stations, à l'exception de celles de Krasnoïarsk, en Sibérie, organisée par la Société, et de la baie Possiett, au Skahalien, organisée par le Ministère de la Marine. Plusieurs amateurs, habitants des lieux mieux favorisés par

l'état du ciel, ont communiqué à la Société des dessins et des photographies de grande valeur scientifique.

En somme, toutes les observations de l'aspect de la couronne sont concordantes avec les photographies obtenues à Krasnoïarsk par M. Chamantoff et considérées comme les mieux réussies de toutes. On peut conclure de là que la couronne solaire est un phénomène réel, d'origine solaire, ne changeant pas de forme pendant toute la durée de l'éclipse sur le parcours de presque 10000^{km}, de Polotsk à la baie Possiett. La comparaison de la forme des rayons de la couronne avec la position des protubérances solaires montre une correspondance satisfaisante.

Les observations photométriques ont démontré que l'intensité de la lumière coronale est de l'ordre de celle de la pleine Lune.

L'imparfaite limpidité accidentelle de l'atmosphère a rendu impossibles les observations précises de la polarisation de la lumière coronale; car la lumière polarisée de l'atmosphère se mélangeait en trop forte proportion à la lumière coronale. Cependant M. Sadowski, à Krasnoïarsk, a pu constater, à l'aide d'un appareil de Wright modifié, l'existence de la polarisation radiale de la lumière coronale. La même cause a empêché d'observer les lignes coronales brillantes : le spectre a été continu avec des lignes de Fraunhofer faiblement accusées.

La pression barométrique et la température de l'air ont baissé généralement pendant l'éclipse; le maximum de l'abaissement a subi un retard notable par rapport aux phases de l'éclipse. Le thermomètre, dans l'ombre, a baissé en moyenne de $1°,6$ C. et le baromètre de $0^{mm},2$ à peu près. La force du vent a diminué presque partout pendant la totalité; en plusieurs endroits, il s'est établi un calme parfait.

O. CHWOLSON. — *Appareil de démonstration pour la conductibilité calorifique*, p. 227-229.

L'auteur place un thermomètre au milieu de la barre métallique dont il veut déterminer la conductibilité et chauffe ses deux bouts par la vapeur d'eau. En disposant en forme de carré quatre bouilleurs et quatre barres différant par la nature du métal ou par la préparation de sa surface, il réussit à démontrer à la fois la diversité des coefficients de conductibilité intérieure et extérieure.

A. STEPANOFF. — Appareil pour démontrer l'influence du milieu diélectrique sur l'intensité des forces électriques, p. 240-243.

Entre deux rondelles verticales en métal, de 4^{cm} de diamètre, un disque de même dimension, en papier, attaché au bout d'un très léger pendule horizontal de Zöllner, est placé dans sa position d'équilibre. Cet état d'équilibre peut être rétabli quand on communique à tout le système de l'électricité de même nom; mais l'introduction d'une plaque en matière diélectrique d'un côté du disque mobile produit un déplacement indiquant une diminution de la force répulsive agissant de ce côté. La même expérience réussit moins clairement avec des charges de signes contraires, quand l'équilibre du disque attiré est instable. Il suffit de faire appuyer légèrement le pendule sur un support fixe; l'introduction de la plaque diélectrique du côté de ce support fait passer le disque par sa position d'équilibre. L'expérience réussit bien avec des plaques d'à peu près 15^{mm} d'épaisseur, en ébonite, mica ou en verre verni, à condition de les faire passer par une flamme pour les décharger complètement.

D. LATSCHINOFF. — Modification du photomètre Kruss, p. 248-251.

On sait que M. Kruss a proposé, pour faciliter la comparaison des sources diversement colorées, de mélanger une partie de la lumière de la première source, réfléchie par un miroir, à celle de la deuxième, éclairant l'autre surface d'un écran Bunsen. L'auteur réalise le même principe d'une manière plus simple et plus précise, en éliminant chaque fois, à l'aide d'une deuxième observation, la constante introduite par l'emploi du miroir.

Le photomètre de M. Latschinoff consiste en un écran Bunsen-Töppler, muni de ses deux miroirs inclinés et fixés à une distance constante L de la source à mesurer, de manière à pouvoir tourner autour d'un axe vertical. Une échelle des tangentes permet de lire directement non pas l'angle α, entre le plan de l'écran et la direction des rayons de la source, mais $1 - \tang \alpha$. Un miroir vertical, fixé convenablement, réfléchit les rayons de la première source dans une direction normale à la barre du photomètre sur la surface de l'écran tournée vers la source normale i, placé à la dis-

tance variable l. Le prolongement de la barre du photomètre porte des divisions inégalement distantes, correspondant à des accroissements égaux de $\frac{L^2}{l^2}$. Pour faire la première observation, on place l'écran à 45° et l'on fait disparaître la tache par la variation de l. Alors

$$\frac{I \sin 45^\circ}{L^2} = k \frac{I \cos 45^\circ}{L^2} + \frac{i \sin 45^\circ}{l^2} \quad \text{ou} \quad \frac{I}{L^2}(1-k) = \frac{i}{l^2}.$$

Pour déterminer k, on supprime la source i et l'on fait disparaître la tache par la variation de l'angle α de l'écran avec les rayons incidents

$$\frac{I \sin\alpha}{L^2} = k \frac{I \cos\alpha}{L^2} \quad \text{ou} \quad k = \tan g\alpha.$$

De là on tire

$$\frac{I}{i} = \frac{L^2}{l^2} \frac{1}{1 - \tan g\alpha},$$

c'est-à-dire que, pour trouver le rapport des intensités, il faut diviser le nombre indiqué sur l'échelle du photomètre par le nombre lu directement sur l'échelle de l'écran.

W. Lermantoff.

IL NUOVO CIMENTO.

3e série, t. XXIII et XXIV, 1888.

G.-P. GRIMALDI. — Sur la résistance électrique des amalgames de sodium et de potassium, t. XXIII, p. 11.

Dans cette étude j'ai déterminé la résistance électrique de plusieurs amalgames de sodium et de potassium de diverses concentrations dans le but d'en reconnaître la constitution chimique. Les mesures étaient faites par la méthode de Kirchhoff ou par le pont de Wheatstone. Les amalgames étaient contenus dans des tubes en U de verre et des précautions minutieuses furent prises pour dessécher les tubes et pour les remplir.

J'ai observé que les amalgames riches en sodium qui se solidifient ont une résistance spécifique plus petite que le mercure pur.

Mais, si l'on mesure la résistance électrique d'un amalgame à la température de 0°, avant et après l'avoir chauffé, on trouve que la résistance augmente après l'échauffement. Cette augmentation permanente de résistance est d'autant plus grande, que l'amalgame a été plus longuement et plus fortement échauffé. Ces faits semblent tenir à ce que ces amalgames sont formés de deux parties distinctes que la chaleur sépare.

Les amalgames liquides qui contiennent de petites quantités de sodium et sont préparés par l'union directe des deux métaux ont une résistance spécifique supérieure à celle du mercure pur. Cette résistance était égale dans deux amalgames dont l'un contenait plus du double de sodium que l'autre.

Les amalgames liquides, qui étaient obtenus par solution de l'amalgame cristallisé Na^2Hg^{12} dans le mercure, présentaient au contraire des résistances de plus en plus petites à mesure que l'on diminuait la quantité de sodium. Cette différence fait supposer l'existence d'un amalgame défini liquide qui contient une petite quantité de sodium, ce qui est confirmé par le fait que deux amalgames également riches en sodium, mais préparés par deux procédés différents, ont présenté des résistances différentes.

G. FAÉ. — Influence du magnétisme sur la résistance électrique des conducteurs solides, t. XXIII, p. 50.

L'auteur a complété ses recherches sur l'influence du magnétisme sur la résistance électrique des métaux [1]. Les expériences ont porté sur le bismuth, l'antimoine, le cobalt, le nickel, le fer et plusieurs alliages. Pour l'antimoine, on n'avait aucune détermination; pour le cobalt, on n'avait que les mesures de M. Tomlinson. Le bismuth et le fer, au contraire, ont été l'objet de nombreuses recherches. Dans l'antimoine, le bismuth et le fer, d'après M. Faé, le magnétisme produit une augmentation de résistance, quelle que soit la position du métal dans le champ. Pour le cobalt et le nickel, il y a augmentation de résistance lorsque la direction de la lame de métal traversée par le courant est parallèle aux

---

[1] Voir *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VII, p. 586; 1888.

lignes de force du champ, diminution lorsqu'elle est perpendiculaire.

Les alliages de bismuth et d'étain se comportent comme le bismuth; mais les résultats sont moins marqués à mesure que la proportion d'étain augmente, ainsi que l'ont démontré, presque simultanément avec l'auteur, MM. Ettingshausen et Nernst. Les alliages de Rose et de Wood donnent des résultats dans le même sens, mais très faibles; l'argent, l'aluminium et le palladium, des résultats négatifs; le zinc, l'étain, le cadmium et le cuivre, des résultats incertains.

Les expériences de M. Goldhammer sont d'accord avec celles de M. Faé, sauf pour le fer qui, selon M. Goldhammer, se comporterait comme le cobalt et le nickel, ce qui est très vraisemblable.

A. BATTELLI. — Sur l'extinction de l'effet Peltier au point neutre de quelques alliages, t. XXIII, p. 64.

On sait qu'une conséquence de la théorie de Sir William Thomson sur les courants thermo-électriques, c'est que l'effet Peltier doit être nul à la température neutre d'un couple thermo-électrique; mais cependant il y a peu de vérifications expérimentales sur ce sujet. M. Battelli a fait des expériences sur des couples formés par du plomb avec les alliages $Pb^{10}Sn^2$, et $Sn^{18}Cd^2$, dont la température neutre est peu différente de la température ambiante. Il a employé la méthode de Budde, qui consiste à mettre le couple alternativement en communication avec une pile Bunsen et un galvanomètre Thomson au moyen d'un interrupteur de Foucault.

La température d'extinction de l'effet Peltier est de 16°,4 pour le premier couple et 31°,5 pour le deuxième, tandis que la température neutre, autrefois déterminée par l'auteur, était 12°,0 et 26°,0.

G. GRASSI. — Tension de vapeur de l'alcool amylique, t. XXIII, p. 109.

L'auteur a mesuré par la méthode dynamique la tension de vapeur de l'alcool amylique. On obtenait une ébullition régulière au moyen de petites boules de verre à pointe effilée. Les pressions étaient mesurées par un manomètre à air libre qui permettait d'ap-

précier presque $0^{mm},01$, et les températures par deux thermomètres qui donnaient $0°,02$.

Le produit chimique, livré pur à l'auteur par M. Kahlbaum, fut distillé sur la chaux, et l'on recueillit le liquide qui passait à la distillation à 131°. Sa densité était 0,8249.

Les mesures de l'auteur sont comprises entre 69° et 123°. Les résultats sont représentés par l'équation

$$\log F = a - bc^t,$$

dans laquelle $a = 5,110645$; $\log b = 0,7268156$; $\log c = \bar{1},9971135$.

Les plus grandes différences entre les valeurs calculées et observées ne surpassent pas $1^{mm},3$. La température d'ébullition sous la pression de 760^{mm}, donnée par la formule, est 131°,14.

C. CATTANEO. — Sur la force électromotrice des amalgames dans le couple Daniell, t. XXIII, p. 117.

L'auteur a mesuré par la méthode d'Ohm la force électromotrice d'un couple Daniell dont l'électrode négative est formée par des amalgames de zinc, de plomb et d'étain. Voici les moyennes de nombreuses expériences :

(A, poids de métal dissous dans 100^{gr} de mercure; B, force électromotrice du couple en volts.)

	B.		
A.	Zinc (¹).	Plomb.	Étain.
	volt	volt	volt
10,0..........	0,975	»	»
2,0..........	0,967	»	»
1,0..........	0,961	»	»
6,5..........	0,949	0,518	0,526
0,2..........	0,937	0,515	0,524
0,1..........	0,911	0,509	0,517
0,05..........	0,893	0,498	0,514
0,02..........	0,862	0,488	0,508
0,01..........	0,834	0,482	0,490
0,005..........	0,772	0,462	0,489
0,002..........	0,687	0,436	0,482
0,001..........	»	0,431	0,480

(¹) D'après une Note précédente de l'auteur.

G. GRASSI. — **Sur le calcul de la température de régime dans les séchoirs,** t. XXIII, p. 123.

L'auteur donne plusieurs formules empiriques pour déterminer la température de sortie de l'air dans les séchoirs à air chaud. Ces formules, quoique incomplètes, sont préférables, d'après l'auteur, aux formules théoriques, parce qu'elles sont très simples et donnent une approximation suffisante.

G. FERRARIS. — **Sur la différence de phase des courants, sur le retard d'induction et sur la dissipation de l'énergie dans les transformateurs,** t. XXIII, p. 138, 193; t. XXIV, p. 110, 242.

Si l'on fait circuler dans les deux bobines d'un électrodynamomètre deux courants sinusoïdaux, avec différence de phase de la forme

$$(1) \qquad i_1 = I_1 \sin \frac{2\pi}{T} t \qquad \text{et} \qquad i_2 = I_2 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \omega\right),$$

et si l'on admet que la durée de la période soit très petite relativement à la durée d'une oscillation de la bobine mobile, on a

$$(2) \qquad \delta = \frac{k}{T}\int_0^t i_1 i_2 \, dt = \frac{k}{T} I_1 I_2 \cos\omega = h I_1 I_2 \cos\omega,$$

δ est la déviation de la bobine, k une constante relative à l'instrument et $h = \frac{k}{T}$.

Cette équation peut servir à la mesure de ω dans le cas des courants alternatifs. Elle exige l'emploi de trois électrodynamomètres. Supposons, en effet, que l'on ait deux courants sinusoïdaux de période égale, et soient φ la valeur de ω, A et B les valeurs de I_1 et I_2. On fait passer l'un de ces courants dans les deux bobines du premier instrument, et dans la bobine fixe du deuxième, et l'autre courant dans la bobine mobile restante, et dans les deux bobines du troisième électrodynamomètre. On a pour les trois instruments

$$I_1 = A, \quad I_2 = A; \qquad I_1 = B, \quad I_2 = A; \qquad I_1 = B, \quad I_2 = B.$$
$$\omega = 0, \qquad \omega = \varphi, \qquad \omega = 0.$$

En désignant par h_1, h_2, h_3 et α, β, γ les trois valeurs de h et

de δ, si l'on pose

$$(3) \qquad a = \frac{\alpha}{h_1}, \qquad c = \frac{\gamma}{h_2}, \qquad b = \frac{\beta}{h_3},$$

et si l'on fait les substitutions, on a

$$(4) \qquad a = A^2, \qquad c = AB\cos\varphi, \qquad b = B^2,$$

et enfin

$$\cos^2\varphi = \frac{c^2}{ab}.$$

Pour déduire les valeurs des rapports de a, b, c, on fait traverser successivement les six bobines par un même courant i_0. Si l'on désigne par α_0, β_0, γ_0 les trois valeurs de δ, on aura

$$\alpha_0 : \gamma_0 : \beta_0 = h_1 : h_2 : h_3,$$

et, par conséquent,

$$\frac{a}{b} = \frac{\beta_0}{\alpha_0}\frac{\alpha}{\beta}, \qquad \frac{c}{b} = \frac{\beta_0}{\gamma_0}\frac{\gamma}{\beta}.$$

La méthode peut être employée avec un seul électrodynamomètre, mais dans ce cas on doit exécuter trois déterminations successives.

Cette méthode a été employée par l'auteur, pour mesurer les différences de phase du courant inducteur et induit dans un transformateur, et vérifier si elle est d'accord avec les résultats prévus par la théorie élémentaire de ces appareils.

Cette théorie suppose : 1° l'aimantation du fer instantanée; 2° l'absence de courants induits parasites; 3° la constance des coefficients de self-induction et d'induction mutuelle des bobines; 4° elle suppose enfin que le courant inducteur et l'induit sont sinusoïdaux.

En admettant ces hypothèses, on a, comme on sait, les équations

$$(7) \qquad \begin{cases} M\dfrac{di'}{dt} + L\dfrac{di}{dt} + Ri = e, \\ M\dfrac{di}{dt} + L'\dfrac{di'}{dt} + ri' = 0. \end{cases}$$

M est le coefficient d'induction mutuelle; L, L' les coefficients de self-induction des bobines; i et i' les intensités des courants in-

ducteur et induit à la fin du temps t; R et r les résistances des deux circuits, inducteur et induit; c enfin la force électromotrice du courant inducteur au dehors des bobines.

Si, pour satisfaire aux équations (7), on pose

$$(8)\qquad c = E \sin\frac{2\pi}{T}t, \qquad i = A \sin\frac{2\pi}{T}(t-\alpha), \qquad i' = B \sin\frac{2\pi}{T}(t-\beta),$$

et que l'on fasse

$$(9)\qquad \frac{2\pi}{T}(\beta-\alpha) = \varphi, \qquad \frac{2\pi}{T}M = \mu, \qquad \frac{2\pi}{T}L' = \lambda,$$

on a

$$(10)\qquad \left(\frac{A}{B}\right)^2 = \frac{\lambda^2 + r^2}{\mu^2},$$

$$(11)\qquad \cos^2\varphi = \frac{\frac{\lambda^2}{\mu^2}}{\left(\frac{A}{B}\right)^2}.$$

En comparant ces équations avec (4), on a

$$(12)\qquad \frac{c}{b} = \frac{\lambda}{\mu}.$$

$\frac{\lambda}{\mu}$ étant constant par hypothèse, $\frac{c}{b}$ devrait être constant.

L'expérience démontre qu'il n'en est rien. Les mesures furent exécutées sur un transformateur type Gaulard et Gibbs à spirales plates et à colonne simple.

Le courant alternatif était produit par une dynamo Siemens qui faisait six cents tours environ par minute et donnait huit inversions par tour. Ses électrodynamomètres étaient du type Siemens pour courants intenses, et les coefficients de self-induction et d'induction mutuelle de leurs bobines étaient négligeables relativement aux coefficients du transformateur. Des résistances à double enroulement permettaient de modifier la résistance r du circuit induit du transformateur sans altérer la self-induction.

Voici quelques-uns des résultats obtenus :

r.	$\frac{c}{b}$.	φ.
0,409	1,010	175°.30′
4,462	1,074	156.55
8,542	1,109	139. 7
12,240	1,162	128.33
14,790	1,203	122.40

On voit que, loin de rester constantes, les valeurs de $\frac{c}{b}$ croissent avec la résistance.

Pour expliquer la divergence entre la théorie et l'expérience, l'auteur suppose, ce qui est très probable, que l'induction se produit avec un retard sensible.

Si l'on indique par δ le temps qui s'écoule entre l'instant auquel a lieu une variation du courant et l'instant où se produit la force électromotrice correspondante, et si l'on tient compte de ce retard dans les équations (7), on arrive aux relations

(10′) $$\left(\frac{A}{B}\right)^2 = \frac{\lambda^2 + r^2 + 2\lambda r \sin\frac{2\pi}{T}\delta}{\mu^2},$$

(11′) $$\cos^2\varphi = \frac{B^2\left(\lambda + r\sin\frac{2\pi}{T}\delta\right)^2}{A^2\mu^2},$$

(12′) $$\frac{c}{b} = \frac{\lambda}{\mu} + \frac{r}{\mu}\sin\frac{2\pi}{T}\delta,$$

qui deviennent égales à (10), (11) et (12) lorsque l'on fait $\delta = 0$.

L'équation (12′) est suffisamment d'accord avec l'expérience. L'hypothèse du retard semble donc confirmée. Le retard peut s'expliquer soit par l'*hystérèse* du fer qui forme le noyau de la bobine, soit par les courants de Foucault induits dans toutes les parties métalliques de l'appareil. Peut-être la deuxième cause est-elle prédominante : elle suffit du reste à expliquer les phénomènes. En effet, en admettant que les courants de Foucault soient équivalents à un courant unique alternatif et en introduisant ce courant dans les équations (7), on retrouve (10′), (11′) et (12′).

Le retard dans l'induction produit une dissipation de l'énergie. Le rapport $\frac{P}{Q}$ de l'énergie dissipée à l'énergie développée dans le

circuit secondaire est liée aux quantités c, b et δ par les relations

$$\frac{P}{Q} = \frac{r}{\lambda} \sin \frac{2\pi}{T} \delta,$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{\mu}{\lambda} \left(\frac{c}{b} - \frac{\lambda}{\mu} \right).$$

Ces relations sont indépendantes de la cause qui produit le retard.

Les valeurs de δ et par conséquent de $\frac{P}{Q}$ dépendent beaucoup de la forme du noyau. Elles ont varié dans les expériences de l'auteur de $\delta = \frac{1''}{2296}$, $\frac{P}{Q} = 0{,}07$ pour un noyau de fils de fer à $\delta = \frac{1''}{336}$, $\frac{P}{Q} = 0{,}90$ pour un noyau cylindrique massif. Le rendement du transformateur varie en proportion.

G.-P. GRIMALDI. — Sur les modifications produites par le magnétisme dans le bismuth, t. XXIII, p. 211.

La grande influence que le magnétisme exerce sur la résistance électrique et sur le pouvoir thermo-électrique du bismuth peut-elle s'expliquer par les déformations que ce métal subit dans le champ magnétique? Des expériences délicates semblent répondre négativement. En effet, je n'ai pu constater avec un appareil très sensible aucune variation de longueur dans des verges de bismuth de 30^{cm} à 40^{cm} de longueur, préparées avec des échantillons de métal qui présentaient une grande variation de pouvoir thermo-électrique.

F. MAGRINI. — Recherches sur l'aimantation du fer, t. XXIII, p. 236.

L'auteur a mesuré la perméabilité magnétique du fer de diverses qualités et dans différentes conditions.

Le fer, en fil, était placé dans le champ d'une bobine de 70^{cm} de longueur entourée dans sa partie centrale par une bobine secondaire, où l'on mesurait par compensation le courant d'induction développé par la formation et l'inversion du champ. Pour produire la compensation, on faisait circuler le courant qui produi-

sait le champ, dans une des hélices d'un transformateur Gaulard et Gibbs, dont l'autre hélice était en communication avec la bobine secondaire et un galvanomètre Thomson à petite résistance. On faisait varier le nombre des tours de l'hélice secondaire jusqu'à obtenir la compensation. Les différents tours de l'hélice étaient calibrés en comparant leur induction à l'induction du tour central. Le coefficient d'induction mutuelle du tour central et de la spirale primaire fut déterminé par comparaison avec une bobine, dont le coefficient de self-induction avait été mesuré par M. le professeur Roiti dans ses recherches sur la détermination de l'ohm.

L'auteur, dans cette Note, donne trois courbes qui représentent la perméabilité magnétique μ de différentes espèces de fer en fonction de la force magnétisante F. On sait que la perméabilité présente un maximum pour une certaine valeur du champ, et, à partir de ce maximum, si l'on augmente la force magnétisante, on a une diminution. L'auteur a observé que la partie descendante de la courbe, à partir d'une force magnétisante de 50 unités C.G.S. est commune à toutes les qualités de fer. La perméabilité du fer dans ce cas dépend seulement de la force magnétisante à laquelle elle est liée par la relation

$$\mu = \frac{1423}{1 + 0,069\,F}.$$

Pour une force magnétisante inférieure à 50 unités C.G.S., la forme de la courbe ascendante et descendante varie avec la qualité du fer, ainsi que la valeur de F pour laquelle μ est maximum. Ce maximum, dans le même échantillon de fer, peut être déplacé en soumettant cet échantillon à une aimantation permanente qui en augmente la force coercitive. La valeur de μ obtenue par la formation du champ est très différente de celle que l'on a par le renversement.

Cette Communication est préliminaire et l'auteur promet de continuer ses intéressantes expériences. G.-P. Grimaldi.

(*A suivre.*)

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. XVII; septembre 1889.

MASCART. — *Recherches sur le magnétisme*, p. 5.

Octobre 1889.

J. CURIE. — *Recherches sur la conductibilité des corps cristallisés* (2e Mémoire), p. 203.

CAILLETET et COLARDEAU. — *Sur l'état de la matière au voisinage du point critique*, p. 269.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXVIII; août 1889.

LORD RAYLEIGH. — *Sur les bandes d'interférence achromatiques*, p. 77.

A.-W. CLAYDEN. — *Note sur quelques photographies d'éclairs et d'étincelles électriques noires*, p. 92.

J.-T. BOTTOMLEY. — *Dilatation de fils avec élévation de température sous l'effet de la traction*, p. 94.

L. DUNCAN, G. WILKES et C.-T. HUTCHINSON. — *Détermination de la valeur absolue de l'unité* B.A. *de résistance, par la méthode de Lorenz*, p. 98.

H.-H. HOFFERT. — *Éclairs intermittents*, p. 106.

R.-T. GLAZEBROOK. — *Réflexion et réfraction de la lumière à la surface d'un cristal*, p. 110.

H. HERTZ. — *Propagation des ondes électriques à travers les fils*, p. 117.

R.-J. ANDERSON. — *Appareil de démonstration pour la forme des cristaux*, p. 127.

E.-W. SMITH. — *Transformateur à shunt*, p. 132.

A.-W. WARD. — *Usage d'un biquartz pour déterminer la position du plan de polarisation*, p. 134.

Septembre 1889.

E. WIEDEMANN. — *Sur le mécanisme de la luminosité*, p. 149.

J.-T. BOTTOMLEY et A. TANAKADATÉ. — *Note sur la position thermo-électrique du platinoïde*, p. 163.

CH. TOMLINSON. — *Théorie de la grêle*, p. 169.

CH.-V. BURTON. — *Sur l'utilisation indéfinie; restriction à l'application du principe de Carnot*, p. 185.

LORD RAYLEIGH. — *Sur les bandes d'interférence achromatiques*, p. 189.

A. TANAKADATÉ. — *Effets thermiques de renversements de l'aimantation dans le fer doux*, p. 207.

Octobre 1889.

R.-F. d'Arcy. — *Viscosité des dissolutions*, p. 221.

S.-P. Thompson. — *Notes d'optique géométrique*, p. 232.

E. Wiedemann. — *Sur le mécanisme de la luminosité*, p. 248.

T. Pelham Dale. — *Relation entre la densité et la réfraction des éléments gazeux et de leurs composés.* Note par le Pr. Rücker, 268.

J.-C.-M. Connel. — *Couleurs de diffraction avec application spéciale aux couronnes et aux nuages irisés*, p. 272.

G. Gore. — *Constitution moléculaire des solutions isomériques*, p. 289.

H.-A. Rowland, E.-H. Hall et L.-B. Fletcher. — *Rapport des unités électrostatique et électromagnétique d'électricité*, p. 304.

E.-B. Rosa. — *Détermination de v*, p. 315.

E. van Aubel. — *Recherches sur la résistance électrique du bismuth*, p. 332.

Wiedemann's Annalen.

T. XXXVII, n° 8; 1889.

A. Paalzow et H. Rubens. — *Emploi des méthodes bolométriques pour les recherches électriques*, p. 529.

E. Pfeiffer. — *Sur les changements qu'éprouvent les liquides récemment préparés*, p. 539.

G.-F.-R. Blochmann. — *Forces électromotrices de piles contenant un mélange de dissolutions salines*, p. 564.

W. Giese. — *Éléments d'une théorie unitaire de la conductibilité électrique*, p. 576.

G. Wiedemann. — *Recherches magnétiques*. 1. *Distribution des moments dans des fils de fer tordus*, p. 610. 2. *Distribution des moments dans des faisceaux d'acier partiellement désaimantés*, p. 614. 3. *Sur l'aimantation anomale*, p. 620.

R. Cohen. — *Détermination expérimentale du rapport des deux chaleurs spécifiques de la vapeur d'eau surchauffée*, p. 628.

A. Ritter. — *Contribution à la théorie des transformations adiabatiques*, p. 633.

A. Gleichen. — *Quelques nouvelles formules de lentilles*, p. 646.

W. König. — *Relation des recherches de M. Hertz avec quelques problèmes d'optique*, p 651.

W. Hallwachs. — *Relation entre la perte d'électricité par l'illumination et l'absorption de la lumière*, p. 666.

A. Elsas. — *Interrupteur automatique*, p. 675.

T. XXXVIII; n° 9, 1889.

C. Dieterici. — *Recherches calorimétriques*, p. 1.

J. Elster et H. Geitel. — *Quelques expériences de démonstration pour prouver que le mouvement de l'électricité dans les gaz raréfiés*

se fait dans un seul sens, quand on emploie des électrodes incandescentes, p. 27.

J. Elster et H. Geitel. — *Note sur la dissipation de l'électricité négative par la lumière du soleil ou du jour*, p. 40.

E. Cohn. — *Constante diélectrique de l'eau*, p. 42.

F. Braun. — *Courants de déformation*, p. 53.

L. Zehnder. — *Sur les courants de déformation*, p. 68.

Th. des Coudres. — *Influence du mouvement de la Terre sur les propriétés de l'éther lumineux*, p. 71.

H. Kayser et C. Runge. — *Spectre de bandes du charbon produit dans l'arc électrique*, p. 80.

V. Klatt et Ph. Lenard. — *Phosphorescence du cuivre, du bismuth et du manganèse dans les sulfures alcalino-terreux*, p. 90.

B. Walter. — *Sur les indices de réfraction des dissolutions salines*, p. 107.

L. Matthiessen. — *Recherches expérimentales sur la loi de Thomson, du mouvement des ondes sur les liquides sous l'influence de la pesanteur et de la cohésion*, p. 118.

W. Preyer. — *Sur les sons résultants*, p. 131.

O. Knöfler. — *Nouveau dilatomètre*, p. 136.

H. Ambroun. — *Note sur la double réfraction de la gomme à l'état visqueux*, p. 159.

N° 10; 1889.

A. Winkelmann. — *Mesure des constantes diélectriques à l'aide du téléphone*, p. 161.

Th. Homén. — *Sur la conductibilité électrique des gaz*, p. 172.

K.-R. Koch. — *Spectre des gaz à basse température*, p. 213.

E. Cohn. — *Absorption des oscillations électriques dans les électrolytes*, p. 217.

K. Wesendonck. — *Différence de nature des deux électricités*, p. 222.

C.-L. Weber. — *Remarques à propos du Mémoire de M. L. Grummach : « Sur la conductibilité électrique du mercure solide »*, p. 227.

J. Freyberg. — *Mesure des différences de potentiel nécessaires pour produire dans l'air une étincelle entre diverses sortes d'électrodes*, p. 231.

O. Schumann. — *Sur une modification cyclique de la conductibilité électrique*, p. 256.

P. Drude. — *Réflexion de la lumière sur le spath d'Islande*, p. 265.

L. Natanson. — *Théorie cinétique des phénomènes de dissociation dans les gaz*, p. 288.

E. van der Ven. — *La loi de Boyle-Mariotte pour des pressions audessous de une atmosphère*, p. 302.

Publication du Physikalisch-technischen Reichsanstalt *relative à la vérification des instruments de mesure électrique*, p. 312.

EXPÉRIENCES DE M. WEYHER SUR LES TOURBILLONS, TROMBES, TEMPÊTES ET SPHÈRES TOURNANTES;

Par M. MASCART.

Une cuvette plate en tôle ayant $0^m,70$ de diamètre et $0^m,06$ de profondeur est placée au fond d'une sorte de caisse dont trois côtés verticaux sont formés par des toiles peintes en noir et dont le quatrième côté tourné vers les spectateurs est constitué par une glace sans tain permettant d'apercevoir sur toute sa hauteur l'intérieur de cette caisse (*fig.* 1). Celle-ci a 1^m de côté et $1^m,20$ de hauteur; elle est complètement ouverte en haut et porte une traverse supérieure, au milieu de laquelle se trouve fixée une douille verticale laissant passer l'arbre d'un tourniquet horizontal de $0^m,20$ de diamètre.

Le tourniquet, qui se trouve à $1^m,50$ de distance de la cuvette, est un simple tambour en carton muni d'un fond et ouvert par le bas; il est armé de quelques palettes dirigées suivant des rayons et il reçoit, au moyen d'une courroie, un mouvement de rotation variant de 500 à 1500 tours par minute.

On commence par mettre, dans la cuvette du bas, de l'eau chaude émettant quelques vapeurs, et l'on met en rotation le tourniquet.

L'air pris au centre est refoulé à la circonférence et forme un tourbillon vertical qui se propage peu à peu jusqu'au bas. Au bout de quelques instants, on voit la surface de l'eau se rider en spirales centripètes aboutissant toutes à un petit mamelon ou une petite surélévation de l'eau qui se forme sur l'axe du tourbillon aérien.

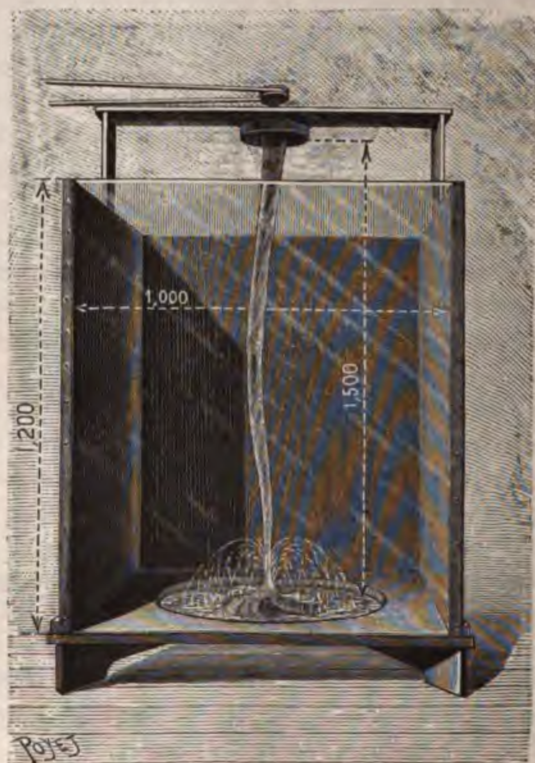
Les vapeurs émises à la surface de l'eau prennent elles-mêmes un mouvement centripète et se rassemblent autour de l'axe pour s'élever tout d'un coup en fuseau d'une netteté absolue et occupant toute la hauteur de l'appareil depuis la surface de l'eau jusqu'au tourniquet.

Ce fuseau blanc constitue un véritable tube dont l'intérieur laisse voir du haut en bas une espèce d'âme noirâtre qu'on aperçoit très bien à travers la vapeur; cette âme présente la forme d'un cône très allongé dont la pointe est en bas à la surface de l'eau. En réalité, la trombe ne reste pas immobile ni verticale;

elle s'infléchit plus ou moins en courbes gracieuses sous l'effet des remous anormaux.

Par moments et lorsque l'eau est un peu trop chaude, la vapeur se trouve en excès et encombre les spires aériennes ascendantes et descendantes : on voit alors des renflements se former sur la trombe et monter ou descendre le long du fuseau nébuleux.

Fig. 1.



Le tourniquet générateur est en somme un ventilateur ou une espèce de pompe centrifuge; il prend l'air à son centre et le rejette à sa circonférence; il est évident que, si l'on présente au centre de ce tourniquet un tube ouvert par le bout et communiquant avec un manomètre, celui-ci indiquera une certaine dépression.

Cette dépression existe au même degré dans toute la longueur du tube nébuleux. Il suffit, en effet, de descendre le tube sondeur au pied de la trombe, et, chaque fois qu'on réussit à le faire coïncider avec l'axe de celle-ci, on voit l'aiguille du manomètre indiquer le même déplacement qu'au sommet de cette trombe.

Nous jetons maintenant dans la cage carrée un petit ballon en caoutchouc, gonflé d'air, de $0^m,05$ à $0^m,06$ de diamètre; nous voyons ce ballon tomber à la surface de l'eau où il est pris par le tourbillon aérien et amené bien vite dans l'axe de la trombe; le fuseau de vapeur le saisit et semble s'y greffer en le faisant tourner sur lui-même, enfin la trombe enlève ce ballon comme au tire-bouchon et le fait monter plus ou moins haut. Lorsque le ballon est bien rond et bien centré, il suit souvent la trombe jusqu'au tourniquet, d'où il est rejeté à l'extérieur pour retomber au fond de la cage et recommencer un nouveau parcours.

La trombe est donc bien ascendante, ou du moins le mouvement ascendant est prépondérant, parce que les causes premières, dépression supérieure et mise en rotation, se trouvent en haut; mais une expérience suivante nous fera voir qu'elle est aussi en partie descendante.

Ce fait était d'ailleurs indiqué déjà par le renflement dont il était question tout à l'heure et qui tantôt monte et tantôt descend, suivant qu'il est formé par un excès de vapeur ascendante ou descendante. On peut remarquer, en effet, que très souvent le fuseau nébuleux est constitué par une double enveloppe de vapeur, par deux tubes concentriques, dont les particules tournent dans un même sens, mais avec circulation inverse dans le sens de la hauteur.

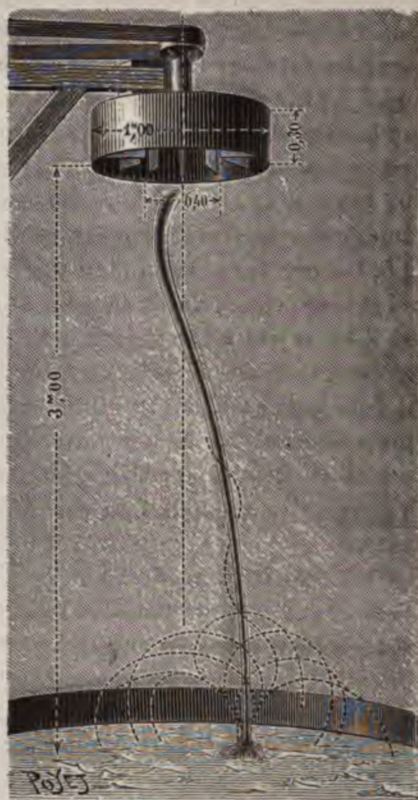
Avant d'aller plus loin, il est nécessaire de remarquer que la caisse à glace sans tain n'est pour rien dans la production du phénomène. Cette caisse permet simplement d'éviter les courants d'air et d'obtenir la permanence de l'expérience. En effet, cette même expérience a été faite et réussie un grand nombre de fois en plein air tout à fait, et sur une échelle beaucoup plus grande. La hauteur était de 3^m et le bassin avait 5^m de diamètre (*fig.* 2).

Du reste, on obtiendrait aussi bien une trombe de 50^m de hauteur : ce n'est qu'une question d'argent et de local.

Enfin, il ne sera pas inutile de dire que l'expérience réussit

aussi bien lorsque le tourniquet possède un mouvement de déplacement horizontal en même temps que celui de rotation ; la trombe suit alors le tourniquet et voyage à la surface de l'eau.

Fig. 2.



Nous ferons observer maintenant que nous formons la trombe avec la vapeur prise à la surface de l'eau, tandis que dans la nature le fuseau nébuleux procède du haut et descend des nuages et que, par suite, on pourrait objecter que notre expérience ne réalise pas du tout le phénomène tel qu'il se produit dans la nature.

Nous allons montrer que cette conclusion serait erronée et que, si nous prenons la vapeur en bas, ce n'est que parce que cela nous est plus commode.

En effet, faisons un peu refroidir l'eau, de manière qu'elle n'émette plus que très peu de vapeurs ; le fuseau nébuleux est encore visible et son pied se dessine encore à la surface de l'eau par une petite surélévation centrale.

Si, entre le tourniquet et la cuvette, nous créons un nuage artificiel, soit en faisant arriver de la vapeur au moyen d'un tube relié à une chaudière extérieure, soit tout simplement en présentant sur le parcours de la trombe un fumeron fixé au bout d'une canne et donnant des fumées abondantes (*fig.* 3), nous allons voir cette

Fig. 3.



vapeur ou cette fumée s'emmancher dans la trombe ; une partie va monter, mais une autre partie va descendre en sens contraire et à l'intérieur du fuseau de vapeur ; elle formera un cône pointu qui ira souvent toucher la surface de l'eau.

La chose peut s'expliquer aisément si l'on se rappelle que le

tourniquet est une pompe centrifuge dont le fuseau de vapeur serait le tuyau d'aspiration, lequel est d'ailleurs fermé à sa partie inférieure par l'eau de la cuvette. L'intérieur de ce tuyau dessiné par l'âme noirâtre centrale se trouve à une pression inférieure à celle de l'air extérieur ambiant; si donc nous faisons arriver de la fumée sur l'axe de la trombe, cette fumée tend à remplir ce vide intérieur et descendra pour le combler jusqu'à la surface de l'eau.

Dans cette expérience, nous avons conservé de l'eau un peu chaude, afin de bien faire voir que la fumée descend en sens contraire du mouvement de la vapeur formant le tube nébuleux encore légèrement visible. Si l'on refroidit l'eau tout à fait, ou si on l'enlève complètement en laissant la cuvette à sec, le tourbillon aérien est alors invisible; néanmoins, si l'on présente le fumeron sur le parcours de ce tourbillon, on voit également une partie de la fumée monter vers le tourniquet et une autre partie plonger vers le bas en cône aigu, allant quelquefois toucher par sa pointe le fond de la cuvette. D'autres fois, cette pointe oscille verticalement, se rapprochant ou s'éloignant de terre exactement comme dans une trombe naturelle.

Il faut remarquer enfin que la fumée, s'enroulant autour de la trombe à partir de l'extrémité de la canne, prend une vitesse angulaire de plus en plus accélérée depuis son origine A jusqu'à la pointe, où cette vitesse est maxima.

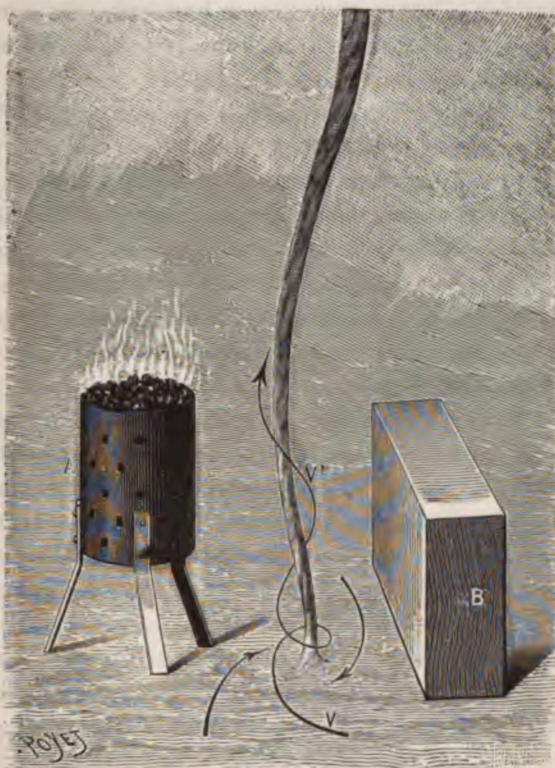
On peut conclure de ces expériences qu'une trombe a la propriété de faire monter les matières qui seraient en bas et de faire descendre les matières qui seraient en haut.

Afin de mettre ce fait en lumière d'une façon plus évidente encore, nous enlevons complètement l'eau de la cuvette et nous plaçons à son centre une petite éponge imbibée d'ammoniaque. Nous mettons en rotation le tourniquet, et nous présentons vers son centre, en haut, une autre éponge imbibée d'acide chlorhydrique. Aussitôt nous voyons les vapeurs des deux corps se rencontrer et dessiner le fuseau de la trombe par leur combinaison de chlorhydrate d'ammoniaque.

La *fig.* 4 indique une autre manière de produire un fuseau de vapeur tordu en trombe et animé d'un rapide mouvement de rotation autour de son axe. Cette expérience réussit souvent dans un atelier chauffé par des réchauds assez élevés sur leurs pieds et

quand l'air est bien tranquille. Le sol, formé par de la terre humide, s'échauffe assez par rayonnement pour émettre quelques vapeurs; d'un autre côté, les produits de la combustion, s'élevant verticalement au-dessus du réchaud, donnent lieu au sein de l'air ambiant, et en raison de leur moindre densité, à une *région supé-*

Fig. 4.



rieure dans laquelle la *pression* est *moindre* que *celle* de cet air ambiant. On voit alors, très souvent, les vapeurs courir horizontalement sur le sol pour gagner toutes un même centre, d'où elles s'élèvent verticalement en tournant rapidement sur un diamètre de $0^m,03$ à $0^m,04$ et sur une hauteur qui peut atteindre 2^m à 3^m. L'expérience réussit plus facilement encore en plaçant dans le voisinage du réchaud un obstacle quelconque B.

Dans la cuvette séchée, nous plaçons 50 à 60 petits ballons gonflés comme ceux qui ont servi dans une expérience précédente. Le tourniquet étant mis en rotation, nous voyons tous les ballons chercher à gagner le centre en s'entre-choquant. Tous ceux qui ont réussi à gagner l'axe du tourbillon y sont soulevés sur des spires ascendantes, pour retomber à la circonférence et recommencer le même parcours. Les chemins parcourus par chaque ballon sont toujours des spires centripètes en bas, puis des spires centrifuges en haut, aussitôt que le ballon a passé au centre ou au foyer du tourbillon.

Nous mettons dans la cuvette de l'eau de savon, afin de faire voir la formation du buisson; celui-ci s'obtient directement avec l'eau en opérant à une plus grande échelle. Ainsi, dans l'expérience faite en plein air, ce buisson atteignait des proportions importantes : un panache de gouttes d'eau s'élevait au centre de la trombe; la plupart de ces gouttes retombaient tout autour, mais d'autres suivaient des spires aériennes ascendantes et montaient jusqu'au tourniquet.

Pour rendre cet effet visible dans l'expérience en petit, on insuffle de l'air dans l'eau de savon au moyen d'un tube perforé d'un grand nombre de petits trous. On voit alors le tourbillon aérien amener toutes ces bulles au centre, les y soulever, et beaucoup montent jusqu'au haut pour retomber au large. C'est ainsi qu'une trombe naturelle peut élever jusqu'aux nues de grandes quantités d'eau (et même des poissons), et cette eau retombe alors en pluie à des distances plus ou moins grandes.

Le double mouvement centripète et centrifuge est rendu sensible encore par l'expérience du gruau placé dans un cylindre vertical en verre dont le couvercle supérieur est traversé par l'axe d'un petit tourniquet fonctionnant à l'intérieur de ce cylindre.

On a commencé par donner au gruau la forme d'un cône ou mamelon dont la pointe est tournée vers le haut. Aussitôt qu'on met en marche le tourniquet, on aperçoit au sommet du gruau un petit tortillon formé de parcelles qui se concentrent pour prendre ensuite le mouvement centrifuge. Peu à peu le gruau se creuse, et l'on voit alors des spirales centripètes courir à sa surface; la matière gagne constamment le centre, s'y élève, puis est rejetée vers les circonférences pour revenir au centre, et ainsi de suite.

Si l'on regarde en projection verticale la figure que dessine l'ensemble des poussières de gruau mises ainsi en mouvement, on reconnaît aussitôt l'image de la nébuleuse *Haltère* du Renard, *Dumb-Bell* des Anglais.

Une expérience plus difficile à montrer en public, parce qu'elle prend un certain temps, consiste à placer au foyer du tourbillon la boule d'un thermomètre. On constate alors une élévation de température de plusieurs degrés. Les parcelles de matière qui se rendent au foyer viennent toutes s'y entre-choquer, et c'est sans doute à ces chocs répétés qu'est due l'élévation de température.

Si, pour la vitesse réduite de notre tourbillon aérien, nous obtenons un réchauffement de quelques degrés, on peut concevoir qu'il suffirait que cette vitesse atteignît une certaine grandeur pour que les matières, venant se buter au foyer, devinssent agglomérantes par fusion avec une grande élévation de température.

Des considérations trop longues à développer ici amènent à voir aussi que le corps qui prendrait ainsi naissance au foyer d'un tourbillon serait une sphère.

C'est pour faire apercevoir ce résultat qu'a été disposé l'appareil représenté par la *fig.* 5.

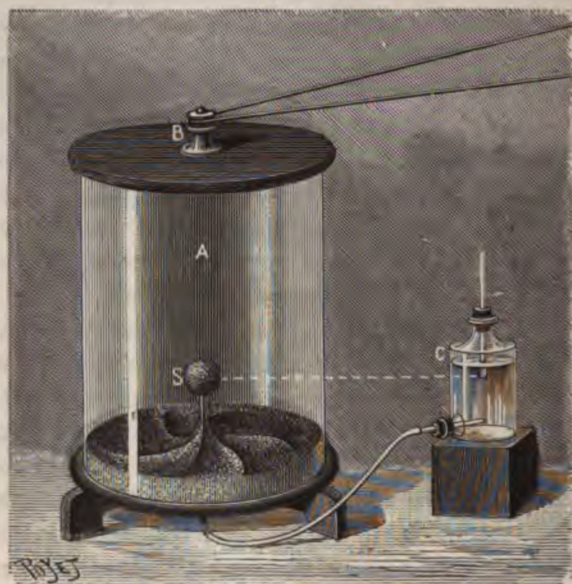
Le cylindre en verre contient un mélange de sable, plâtre impalpable et sciure de bois. Le fond inférieur est traversé par un petit tube de verre muni d'une mèche en papier buvard ; ce tube est relié à une bouteille à niveau constant et contenant de l'eau gommée.

Le tourniquet fonctionnant depuis une demi-heure, les matières impalpables sont venues passer au foyer occupé par la mèche humide et s'y sont agglomérées en formant une sphère de forme aussi satisfaisante que l'ont permis la grossièreté des matériaux employés et l'imperfection de l'appareil.

Voici maintenant un tourniquet au-dessous duquel nous plaçons une planche horizontale ou un disque de verre. Sur ce disque et sur champ, nous posons une pièce de monnaie à laquelle nous imprimons avec les doigts un premier mouvement de rotation autour d'un de ses diamètres. Le tourbillon aérien continue ce mouvement, en l'accélérant beaucoup, et la pièce reste absolument captive dans le tourbillon en laissant apercevoir la sphère qu'elle

engendre. On peut remarquer que, si la pièce était enduite d'une matière collante et si l'air du tourbillon charriait des poussières, celles-ci viendraient y adhérer et augmenteraient de plus en plus les dimensions de la sphère.

Fig. 5.



Ces diverses expériences permettent de donner une explication de la formation de la grêle que nous signalons seulement, et sur laquelle les personnes que la question pourrait intéresser trouveront quelques détails dans la brochure *Sur les tourbillons, trombes, tempêtes*, etc., publiée par la maison Gauthier-Villars.

Nous avons retiré le gruau de l'appareil et, après avoir mis en marche à grande vitesse un tourniquet formé simplement de deux petits carrés de fer-blanc emmanchés sur l'axe, nous jetons dans le cylindre un petit fragment de fumeron.

Aussitôt la fumée se concentre en trombe et, comme cette fumée est en excès, on voit des renflements, comme des boules, monter et descendre le long du fuseau. Bientôt, et en raison de

l'excès considérable de matière. tout l'appareil se remplit de fumée, mais on aperçoit toujours l'axe se dessiner en noir dans le milieu laiteux.

Enfin une autre expérience fort curieuse, mais visible seulement de près, consiste à introduire dans le cylindre de verre une calotte hémisphérique dans laquelle on place quelques grains de gruau contenant encore des traces de farine. Le tourniquet mis en marche, on voit les gros grains tourner sur des circonférences extérieures, mais la farine se rend au centre sur des spirales centripètes très visibles, aboutissant toutes à un petit noyau central et donnant par leur ensemble l'image exacte de la nébuleuse de la constellation des Chiens de chasse.

Expérience du cyclone. — Nous remarquerons d'abord qu'un cyclone ne diffère d'une trombe que par le rapport du diamètre à la hauteur; dans une trombe, le diamètre est très petit par rapport à la hauteur, tandis que dans le cyclone le diamètre est très grand par rapport à la hauteur. Mais le mouvement de l'air est toujours le même; cet air descend à l'extérieur pour remonter à l'intérieur; seulement, dans le cyclone, en raison même du très grand diamètre par rapport à la hauteur, l'air commence à remonter bien avant d'avoir atteint le centre, en sorte qu'il reste au milieu un cercle d'une assez grande étendue et dans lequel on observe nettement le calme central si remarquable.

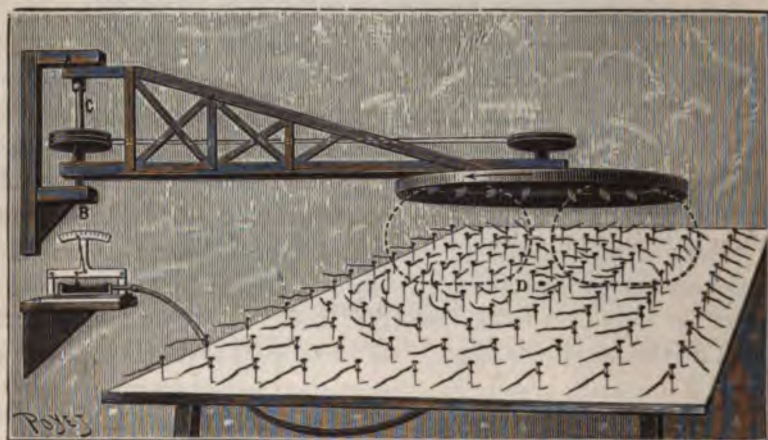
Disons aussi que le brouillard qui descend sur la mer de tous côtés laisse, comme dans la trombe, un noyau central libre de vapeur, de telle sorte qu'au moment même où le temps est noir et que la tempête règne tout autour, le milieu est clair et calme, et le soleil peut briller et éclairer ce calme central. C'est l'œil de la tempête.

Nous pouvons ajouter encore que, puisque le noyau intérieur est libre de vapeur, le degré hygrométrique y est moindre que tout autour. C'est encore là un fait bien constaté dans les cyclones naturels.

Voici l'expérience : dans une table de 2^m de longueur sur 1^m de largeur (*fig.* 6), sont fichées 200 épingles munies de bouts de laine rouge attachés à de petites charnières très mobiles. Ces laines

représentent autant de pavillons de navires qui flotteraient sur la mer. La table est percée à son centre d'un trou communiquant avec un manomètre. Ce serait un des navires muni de son instrument d'observation. Au-dessus de la table, à $0^m,25$ ou $0^m,30$, se trouve un grand tourniquet plat de $0^m,80$ de diamètre, muni de palettes suivant des rayons allant jusqu'au centre. Ce tourniquet est lui-même monté sur une potence de $1^m,50$ de rayon et cette potence permet de faire passer horizontalement au-dessus de la table la tempête circulaire engendrée par la rotation de l'appareil, qu'on met en mouvement au moyen de courroies disposées pour cela.

Fig. 6.



On place d'abord le tourniquet au-dessus d'une partie quelconque de la table et on le met en rotation. Aussitôt on voit les pavillons rouges indiquer la direction du vent en chaque point. Les rangées intérieures dessinent des circonférences avec direction légèrement centripète. Les rangées extérieures au cyclone prennent une direction franchement centrifuge. Quant aux brins de laine situés immédiatement au centre, on les voit couchés inertes sur la table; ils montrent nettement le calme central.

Si l'on fait maintenant voyager lentement le cyclone au-dessus de la table, en faisant tourner la potence autour de son axe vertical, le cyclone commence à faire sentir son action au-dessus du trou percé dans la table et qui communique avec le manomètre.

Celui-ci indique une baisse atmosphérique qui s'accentue de plus en plus jusqu'à un maximum qui a lieu lorsque le centre du tourniquet est arrivé jusqu'au-dessus du trou. Puis, à mesure que l'on pousse la potence du côté opposé, la pression remonte jusqu'à reprendre sa valeur initiale.

On observe en même temps qu'autour du calme central le pavillon de droite se tient, par exemple, du nord au sud, tandis que celui de gauche occupe la direction sud-nord : à l'instant même où un pavillon passe du calme à la tempête, on constate la brusque saute de vent qui a lieu au sortir de ce calme, et ce pavillon, qui l'instant d'avant indiquait le nord, se retourne vivement vers le sud.

Pour rendre visible à distance le calme central, on place sur la table un disque de carton un peu plus grand que le tourniquet et portant 25 à 30 bouts de bougies allumées.

On amène le tourniquet au-dessus de ce disque de façon que la bougie centrale se trouve au-dessous du centre du tourniquet et l'on met celui-ci en rotation. On voit alors la tempête souffler et éteindre toutes les bougies, excepté celle du milieu qui continue à brûler tranquillement.

Sphères tournantes. — L'examen attentif des simples tourbillons conduit fatalement à retrouver ceux-ci autour d'une sphère tournant sur son axe polaire.

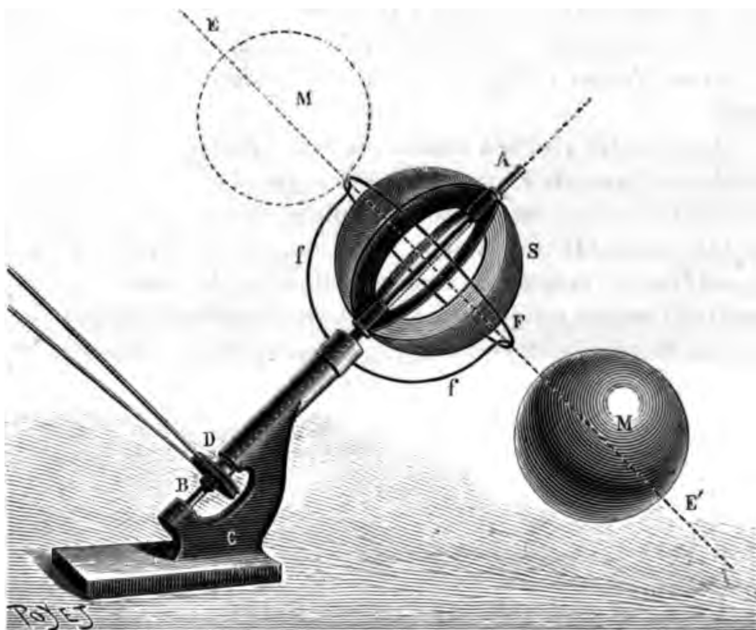
La sphère présentée est formée par des palettes placées suivant des méridiens (*fig.* 7) ; c'est un ventilateur prenant l'air dans les deux régions polaires et l'expulsant par la circonférence équatoriale. Des morceaux de papier qu'on laisse s'échapper des doigts dans cette région équatoriale sont rejetés au loin ; mais, si l'on présente au souffle équatorial des ballons de dimensions et de densités appropriées, non seulement ces ballons ne sont pas rejetés, mais ils sont, au contraire, vivement attirés par la sphère tournante et décrivent autour d'elle des orbites dans le plan de l'équateur, quelle que soit la direction de celui-ci par rapport à l'horizon.

Le mouvement communiqué à l'air par la sphère tournante se propage assez loin dans la salle, et les ballons qui peuvent traîner à terre se mettent eux-mêmes en mouvement et tournent autour d'un centre ; chaque corps placé dans l'espace influencé par la

sphère tournante se rattache à celle-ci par un tourbillon, et il est possible de rendre la chose visible par l'expérience suivante (*fig.* 8).

On place à terre la cuvette plate contenant de l'eau chaude et l'on voit alors les vapeurs se concentrer en une trombe identique à celle de la première expérience; cette trombe, partant de la cuvette, aboutit à l'équateur de la sphère; un petit ballon assez

Fig. 7.



léger, placé à la surface de l'eau, serait enlevé par cette trombe et amené sur la sphère.

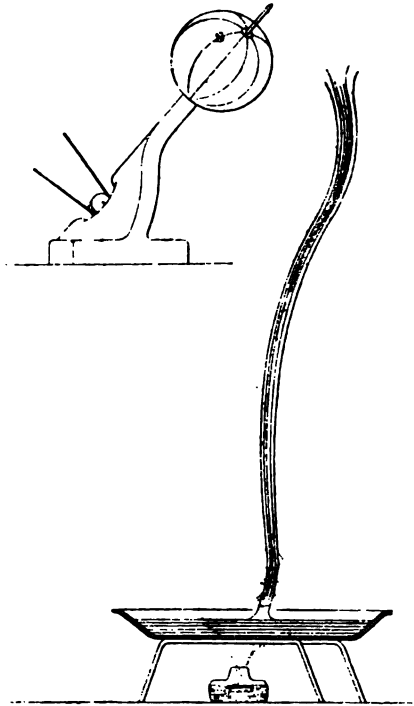
Le fuseau nébuleux aboutit à l'équateur et non au pôle, comme il semblerait naturel de le penser au premier abord.

L'expérience suivante fait voir, en effet, que c'est dans la région équatoriale que le vide tourbillonnaire est maximum, et quelques minutes de réflexion conduisent d'ailleurs à cette conclusion. Quoi qu'il en soit, nous prenons le manomètre qui a déjà servi aux expériences précédentes et, au bout du tube en caoutchouc qui s'y rattache, nous mettons un tube en cuivre dont

l'extrémité, qui va servir de sonde, est aplatie en sifflet de manière à ne plus présenter qu'une fente étroite (*fig.* 9).

En mettant cette fente près de l'un des pôles, on voit le manomètre indiquer une certaine dépression.

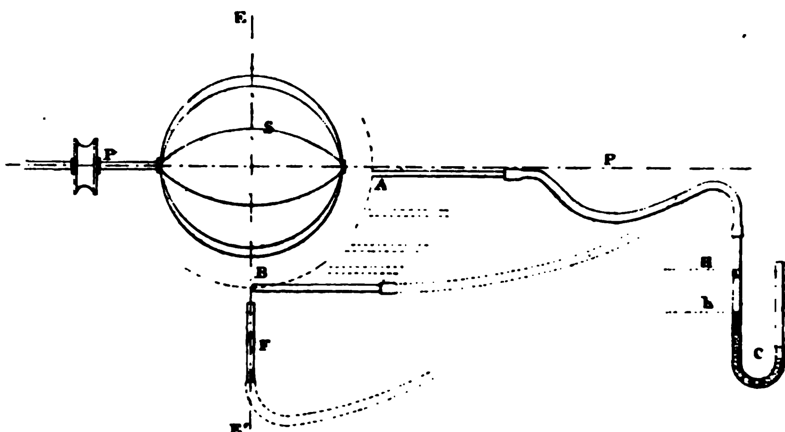
Fig. 8.



Si maintenant on porte lentement l'extrémité du tube vers l'équateur, on constate que la dépression augmente beaucoup jusqu'à un maximum qui se trouve sur l'équateur même; dans cette épreuve, la fente du tube sondeur est placée perpendiculairement au plan de l'équateur; si nous tournons à présent le tube de façon à placer la fente dans le plan même de l'équateur, l'aiguille du manomètre se meut aussitôt en sens inverse et indique un excès de pression, car maintenant c'est le souffle équatorial qui donne directement et tout seul dans le tube sondeur; les tourbillons qui existent sur les flancs de ce souffle équatorial ne peuvent plus

exercer d'influence, parce qu'ils échappent à droite et à gauche aux lèvres du tube sondeur.

Fig. 9.



Cette expérience permet de saisir pourquoi des ballons de dimensions appropriées sont attirés bien plus à l'équateur que partout ailleurs et pourquoi le fuseau de vapeur aboutissait, lui aussi, à l'équateur, au lieu de se diriger vers le pôle le plus rapproché de terre, comme on serait tenté de le penser au premier abord.

RECHERCHES SUR L'APPLICATION DU POUVOIR ROTATOIRE A L'ÉTUDE DES COMPOSÉS FORMÉS PAR L'ACTION DES MOLYBDATES NEUTRES DE MAGNÉSIE ET DE LITHINE SUR LES SOLUTIONS D'ACIDE TARTRIQUE;

PAR M. D. GERNEZ.

J'ai signalé, dans des Communications antérieures [1], l'augmentation considérable qu'éprouve le pouvoir rotatoire de certains composés actifs lorsqu'on met leurs solutions en contact avec divers corps sans action propre sur la lumière polarisée, et j'ai montré le parti que l'on pouvait tirer de cette augmentation pour mettre en

[1] *Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 383, et t. VII, p. 110 et 365.

évidence des composés qui se produisent dans les solutions, non pas entre des quantités quelconques, mais entre des nombres simples d'équivalents des substances dissoutes.

Cette méthode d'investigation présente divers avantages : 1° le rayon de lumière polarisée qui traverse la solution renseigne sur les changements qu'elle éprouve sans lui faire subir aucune modification; 2° si la réaction qui se produit au moment où l'on met dans le liquide les corps en contact n'est pas totale immédiatement, on peut facilement suivre les progrès qu'elle fait avec le temps et en déterminer la limite s'il y a lieu; 3° au contraire, dans le cas où la réaction est totale dès les premiers instants, il suffit, pour en faire l'étude, d'employer avec un poids constant de l'une des substances des poids progressivement croissants de l'autre, dans un volume total de liquide que l'on ramène, dans chaque expérience, à une même valeur, et de mesurer le pouvoir rotatoire de la solution.

Les expériences dont je vais indiquer les résultats rentrent dans ce dernier cas : elles sont analogues aux précédentes, elles ont été effectuées par les procédés que j'ai décrits et ont porté sur les combinaisons qui se produisent entre l'acide tartrique et les molybdates neutres de magnésie et de lithine.

Action du molybdate neutre de magnésie sur les solutions d'acide tartrique. — Dans chaque expérience, j'ai employé $1^{gr},250$ d'acide tartrique, j'y ai ajouté des poids de molybdate neutre de magnésie croissant depuis $\frac{1}{24}$ d'équivalent jusqu'à 5 équivalents avec la quantité d'eau nécessaire pour que, dans chaque solution, le volume total fût 50^{cc} mesurés à la température de 16°, maintenue constante dans toutes les expériences. On a observé les rotations produites par le passage de la lumière du sodium dans un tube de $105^{mm},7$ de longueur ([1]). La rotation donnée

([1]) Je crois devoir indiquer un dispositif qui m'a paru plus commode que ceux qu'on emploie pour obtenir une flamme très intense par volatilisation du sel marin fondu. J'emboutis une lame mince de platine de manière à lui donner la forme d'une nacelle de 4^{cm} à 5^{cm} de long; je replie la lame autour du bout d'un fil de platine et je soude les deux pièces par fusion au chalumeau oxhydrique. Cette nacelle pleine de sel marin fondu est chauffée à l'aide d'un *bec plat* à mélange d'air et de gaz convenablement réglé. Cette source lumineuse observée dans le sens de la longueur est très intense et la nacelle est de très long usage.

par la solution d'acide tartrique seul était de 0°22'. L'observation de trente-six solutions a conduit aux nombres compris dans le Tableau suivant :

Poids de molybdate de magnésie en grammes.	Poids de sel en $\frac{1}{12}$ d'équivalent.	Rotations observées.	Variations de la rotation pour des poids égaux de sel.
0,0476........	$\frac{1}{2}$	0°.38'	32',0
0,0953........	1	0.53	30,0
0,1906........	2	1.25	32,0
0,2859........	3	1.55	30,0
0,3812........	4	2.25	30,0
0,4766........	5	2.55	30,0
0,5719........	6	3.26	31,0
0,6672........	7	3.57	31,0
0,7625........	8	4.29	32,0
0,8578........	9	5. 0	31,0
0,9531........	10	5.32	32,0
1,0484........	11	6. 4	32,0
1,1438........	12 = 1éq	6.33	29,0
1,2391........	13	7.11	38,0
1,3344........	14	7.47	36,0
1,4297........	15	8.25	38,0
1,5250........	16	9. 4	39,0
1,6203........	17	9.44	40,0
1,7156........	18	10.24	40,0
1,8109........	19	11. 4	40,0
1,9063........	20	11.38	34,0
2,0016........	21	12.14	36,0
2,0969........	22	12.47	33,0
2,1922........	23	13.22	35,0
2,2875........	24 = 2éq	13.50	28,0
2,3828........	25	13.49	— 1,0
2,4781........	26	13.48	— 1,0
2,5734........	27	13.46	— 2,0
2,6688........	28	13.44	— 2,0
2,7641........	29	13.42	— 2,0
2,8594........	30	13.40	— 2,0
3,4313........	36 = 3éq	13.27	— 2,0
4,0031........	42	13.15	— 2,0
4,5750........	48 = 4éq	13. 4	— 1,8
5,1469........	54	12.53	— 1,8
5,7188........	60 = 5éq	12.42	— 1,8

L'examen de ces nombres conduit aux remarques suivantes : 1° les rotations croissent de quantités égales pour des additions de poids égaux de molybdate neutre de magnésie, jusqu'à ce que ce poids représente 1 équivalent; 2° elles continuent à croître, mais d'une quantité qui est d'un quart environ plus grande pour des additions de poids égaux de sel, lorsque la quantité totale est comprise entre 1 équivalent et $1^{éq},5$; 3° si cette quantité varie entre $1^{éq},5$ et 2 équivalents, les effets produits par des poids égaux de sel diminuent graduellement; 4° pour 2 équivalents de sel employés, la rotation atteint une valeur maxima; 5° si l'on continue à ajouter du sel à la solution, la rotation varie extrêmement peu et elle ne diminue que de $\frac{1}{12}$ de la valeur maxima lorsque la quantité totale de sel ajouté représente 5 équivalents.

On peut interpréter ces résultats comme il suit : dès la première addition de molybdate neutre de magnésie, il y a combinaison de la totalité du sel avec une partie équivalente de l'acide tartrique et formation du composé $C^8H^6O^{12}, MgO MoO^3$; la combinaison est complète lorsqu'on a ajouté 1 équivalent de sel; des quantités plus grandes de molybdate de magnésie transforment ce premier composé en un autre contenant deux fois plus de sel; la transformation est complète lorsqu'il y a en combinaison $C^8H^6O^{12}, 2(MgO, MoO^3)$, composé correspondant à une rotation 37,7 fois plus grande que celle de l'acide tartrique contenu et qui est très faiblement modifié par l'addition ultérieure de quantités de sel plus grandes que celle qu'il contient déjà.

Action du molybdate neutre de lithine sur les solutions d'acide tartrique. — Les expériences effectuées de la même manière avec le molybdate neutre de lithine conduisent aux résultats suivants :

Poids de molybdate neutre de lithine en grammes.	Poids de sel en $\frac{1}{12}$ d'équivalent.	Rotations observées.	Variations de la rotation pour des poids égaux de sel.
0,0406.......	$\frac{1}{2}$	0°.40'	36,0
0,0813.......	1	1. 1	42,0
0,1625.......	2	1.39	38,0
0,2438.......	3	2.19	40,0
0,3250.......	4	2.58	39,0
0,4063.......	5	3.37	39,0
0,4875.......	6	4.17	40,0
0,5683.......	7	4.55	38,0
0,6500.......	8	5.31	36,0
0,7313.......	9	6. 9	38,0
0,8125.......	10	6.45	36,0
0,8938.......	11	7.20	35,0
0,9750.......	12 = 1^{éq}	7.55	35,0
1,0562.......	13	8.43	48,0
1,1375.......	14	9.28	45,0
1,2188.......	15	10. 8	40,0
1,3000.......	16	10.55	47,0
1,3813.......	17	11.35	40,0
1,4623.......	18	12.13	38,0
1,5438.......	19	12.41	28,0
1,6250.......	20	12.46	5,0
1,7063.......	21	12.46	0,0
1,7875.......	22	12.47	1,0
1,8688.......	23	12.47	0,0
1,9500.......	24 = 2^{éq}	12.48	1,0
2,0313.......	25	12.34	— 12,0
2,1125.......	26	12.32	— 2,0
2,1940.......	27	12.31	— 1,0
2,2750.......	28	12.30	— 1,0
2,3563.......	29	12.28	— 2,0
2,4375.......	30	12.27	— 1,0
2,9250.......	36 = 3^{éq}	12.22	— 0,8
3,4125.......	42	12.12	— 1,6
3,9000.......	48 = 4^{éq}	12. 4	— 1,3
4,8750.......	60 = 5^{éq}	11.54	— 0,8

On reconnaît, à l'inspection de ces nombres, la production d'un composé formé d'équivalents égaux d'acide tartrique et de molybdate neutre de lithine; car, pour des additions de poids égaux

de sel, la rotation augmente de quantités égales jusqu'à ce que le poids du sel ajouté représente 1 équivalent. Si l'on emploie des quantités de sel plus grandes, il y a une variation brusque dans l'augmentation de la rotation, qui atteint un maximum lorsque le poids de sel ajouté correspond à 2 équivalents; la rotation maxima est trente-cinq fois celle que donnerait le corps actif contenu dans la solution. On peut conclure de là que le premier composé $C^8H^6O^{12}, LiO, MoO^3$ se transforme peu à peu en un autre dont la formule serait $C^8H^6O^{12}, 2(LiO, MoO^3)$, lequel n'éprouverait qu'une dissociation très faible lorsqu'on y ajouterait des quantités de sel allant au moins jusqu'à 5 équivalents.

Si l'on rapproche ces résultats de ceux que j'ai obtenus antérieurement avec le molybdate de soude, on trouve qu'ils présentent les analogies les plus complètes. Ainsi, dans ces divers cas : 1° les rotations sont rigoureusement proportionnelles aux poids de sel ajoutés jusqu'à ce que le poids atteigne 1 équivalent; 2° pour des poids compris entre 1 équivalent et $1^{éq}, 5$, les quantités dont augmentent les rotations changent, en grandeur absolue, mais restent très sensiblement les mêmes pour des additions égales; 3° si le poids de sel ajouté est compris entre $1^{éq}, 5$ et 2 équivalents, la rotation diminue graduellement et devient maxima lorsque la solution contient 1 équivalent d'acide tartrique et 2 équivalents de sel [1]; 4° si l'on emploie des quantités de sel plus grandes, la rotation diminue extrêmement peu.

Avec le molybdate d'ammoniaque, la quantité de sel qui correspond au maximum est, comme je l'ai déjà indiqué, celle qui contient un poids d'ammoniaque équivalent à celui de la soude du molybdate neutre.

Ces résultats sont de même nature que celui que j'ai signalé pour les combinaisons de l'acide tartrique avec les tungstates neutres de soude et de potasse, qui présentent un pouvoir rotatoire maximum lorsque 1 équivalent d'acide tartrique est uni à

---

[1] L'omission d'un facteur 2 dans la transcription des poids de sel employés m'a conduit à indiquer à tort (*Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 386, et t. VII, p. 110 et 365) que la rotation maxima correspond à 1 équivalent d'acide tartrique avec 1 équivalent de molybdate de soude ou $\frac{1}{3}$ d'équivalent de molybdate d'ammoniaque, au lieu de 2 équivalents ou de $\frac{2}{3}$ d'équivalent de ces deux sels.

2 équivalents de ces tungstates alcalins. On peut donc les résumer sous cet énoncé : *Les combinaisons les plus simples qui se produisent, en solutions aqueuses, entre l'acide tartrique et les molybdates neutres de soude, d'ammoniaque, de magnésie et de lithine, et les tungstates neutres de soude et de potasse et qui correspondent à un pouvoir rotatoire maximum sont formées de l'union* de l'acide avec le sel, molécule à molécule.

RECHERCHES SUR L'APPLICATION DE LA MESURE DU POUVOIR ROTATOIRE A L'ÉTUDE DES COMBINAISONS QUI RÉSULTENT DE L'ACTION DE L'ACIDE MALIQUE SUR LE MOLYBDATE D'AMMONIAQUE;

PAR M. D. GERNEZ.

J'ai appliqué à l'étude des combinaisons formées par l'action des solutions d'acide malique gauche sur les molybdates solubles les procédés d'investigation qui m'avaient permis de mettre en évidence les combinaisons formées dans les solutions d'acide tartrique avec ces divers corps, et j'ai obtenu des résultats caractérisés par une netteté presque aussi grande des phénomènes, avec plus d'intensité, d'imprévu et de variété dans les effets. Je vais exposer les faits relatifs à l'action du molybdate d'ammoniaque sur l'acide malique.

Dans toutes les expériences, j'ai employé des solutions contenant un poids constant d'acide malique, additionné de quantités de sel qui représentent des fractions d'équivalent exprimant des sous-multiples simples, avec la quantité d'eau nécessaire pour que le volume de l'ensemble eût une valeur constante à la même température. Quant aux poids absolus de matière, je les ai choisis de façon à rendre l'observation aussi facile et aussi précise que possible. La solution d'acide malique contenant $1^{gr},1166$ dans un volume de 12^{cc} se prête très bien aux expériences, si le tube dans lequel on fait la mesure du pouvoir rotatoire n'est pas trop long : celui que j'ai employé avait $105^{mm},7$ de longueur.

Les mesures ont été faites à la température de $17°$; à cette température, la solution d'acide malique non additionnée de sel présentait une rotation de $-0°12'$ par rapport à la lumière du so-

dium ; les rotations observées avec les solutions additionnées de molybdate d'ammoniaque sont indiquées dans le Tableau suivant :

Poids de molybdate d'ammoniaque employés.	Fractions d'équivalent qu'ils représentent.	Rotations observées.	Variations pour $\frac{1}{48}$ d'équivalent.
gr		° ′	′
0,0134...........	$\frac{1}{384}$	— 0.24	96
0,0268...........	$\frac{1}{192}$	— 0.36	96
0,0536...........	$\frac{1}{96}$	— 0.58	88
0,1073...........	$\frac{1}{48}$	— 1.42	88
0,1907...........	$\frac{1}{27}$	— 2.45	81
0,2146...........	$\frac{1}{24} = \frac{2}{48}$	— 3. 2	80
0,2861...........	$\frac{1}{18}$	— 3.49	71
0,3219...........	$\frac{1}{16} = \frac{3}{48}$	— 4. 9	67
0,4292...........	$\frac{1}{12} = \frac{4}{48}$	— 4.57	48
0,4682...........	$\frac{1}{11}$	— 5.10	36
0,5150...........	$\frac{1}{10}$	— 5.13	7
0,5365...........	$\frac{1}{9,6} = \frac{5}{48}$	— 5.15	1
0,5722...........	$\frac{1}{9}$	— 5.19	
0,6059...........	$\frac{1}{8,5}$	— 5.13	
0,6438...........	$\frac{1}{8} = \frac{6}{48}$	— 4.56	19
0,6867...........	$\frac{1}{7,5}$	— 4.31	
0,7357...........	$\frac{1}{7}$	— 4.10	
0,7510...........	$\frac{1}{6,85} = \frac{7}{48}$	— 3.55	61
0,7923...........	$\frac{1}{6,5}$	— 3.24	70
0,8583...........	$\frac{1}{6} = \frac{8}{48}$	— 2.21	102
0,9364...........	$\frac{1}{5,5}$	— 1. 0	111
0,9656...........	$\frac{1}{5,33} = \frac{9}{48}$	— 0.25	125
1,0300...........	$\frac{1}{5}$	+ 0.50	124
1,0729...........	$\frac{1}{4,8} = \frac{10}{48}$	+ 1.40	125
1,1444.	$\frac{1}{4,5}$	+ 3.14	141
1,1802...........	$\frac{1}{4,36} = \frac{11}{48}$	+ 4. 3	171
1,2875..........	$\frac{1}{4} = \frac{12}{48}$	+ 7.12	189
1,3948...........	$\frac{13}{48}$	+ 10.21	189
1,5020...........	$\frac{14}{48}$	+ 13.25	184
1,6095...........	$\frac{15}{48}$	+ 17. 7	222
1,7166...........	$\frac{16}{48} = \frac{1}{3}$	+ 20.55	228
1,8240...........	$\frac{17}{48}$	+ 24.27	212
1,9312...........	$\frac{18}{48}$	+ 28. 7	220
2,0385...........	$\frac{19}{48}$	+ 32.23	256
2,1458...........	$\frac{20}{48}$	+ 36.13	230

Poids de molybdate d'ammoniaque employés.	Fractions d'équivalent qu'ils représentent.	Rotations observées.	Variations pour $\frac{1}{48}$ d'équivalent.
gr		° ′	
2,2531...........	$\frac{21}{48}$	+ 39.57	224
2,3604...........	$\frac{22}{48}$	+ 43.47	230
2,4677...........	$\frac{23}{48}$	+ 48. 4	257
2,5750...........	$\frac{24}{48} = \frac{1}{2}$	+ 52.28	264
3,0042...........	$\frac{28}{48}$	+ 63.30	165
3,4333...........	$\frac{32}{48}$	+ 69.10	85
3,8625...........	$\frac{36}{48}$	+ 72. 0	42
4,2917...........	$\frac{40}{48}$	+ 72.32	8
4,7208...........	$\frac{44}{48}$	+ 72.40	2
5,1500...........	$\frac{48}{48} = 1$	+ 72.48	2
5,5792...........	$\frac{52}{48}$	+ 72.40	2
6,0083...........	$\frac{56}{48}$	+ 72.20	5
6,4375...........	$\frac{60}{48}$	+ 72. 0	5

L'examen de ces nombres conduit aux remarques suivantes :

1° L'addition progressive du sel à la solution d'acide malique détermine une augmentation de la rotation dont la grandeur initiale — 0°12′ devient graduellement plus grande et atteint une valeur maxima de — 5°19′ qui représente trente-cinq fois la rotation que donnerait l'acide malique contenu dans la solution. Ce maximum correspond à une combinaison de 9 équivalents d'acide malique avec 1 équivalent de molybdate d'ammoniaque (ou de 18 molécules d'acide avec 1 molécule de sel); or 1 équivalent de molybdate d'ammoniaque contient 3 équivalents d'ammoniaque; la combinaison contient donc, pour 3 équivalents d'acide, un seul équivalent de base.

2° Pour des poids de sel plus grands que $\frac{1}{9}$ d'équivalent, la rotation rétrograde, passe de gauche à droite et augmente progressivement; une variation brusque dans l'augmentation se manifeste lorsque le liquide contient environ 3 équivalents d'acide pour 1 équivalent de sel.

3° Lorsque les quantités de sel ajoutées sont comprises entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2}$ équivalent, les rotations augmentent de quantités égales pour des poids égaux de sel ajoutés, ce qui indique la formation d'un composé qui contiendrait 2 équivalents d'acide malique

pour 1 équivalent de molybdate d'ammoniaque ou 1 équivalent de sel pour $1^{éq},5$ d'alcali.

4° Ce composé se détruirait pour des additions de sel dépassant $\frac{1}{2}$ équivalent et se transformerait en un autre de pouvoir rotatoire plus grand et formé d'équivalents égaux d'acide et de sel.

La valeur du maximum est de $+72°48'$, valeur qui représente 364 fois la rotation que donnerait la quantité de la substance active qui se trouve dans le liquide.

5° Un examen attentif de la marche du phénomène montre qu'à l'origine des quantités très faibles de sel produisent des effets considérables ; ainsi, l'addition de $\frac{1}{384}$ d'équivalent de molybdate d'ammoniaque double la rotation présentée par le liquide actif seul.

Cet effet diminue d'abord, pour des additions progressives ; mais, lorsque le liquide contient $\frac{1}{7}$ d'équivalent de sel, l'effet produit a repris une valeur plus grande que la valeur initiale, et, lorsque la quantité de sel ajoutée atteint $\frac{1}{2}$ équivalent, il suffit de l'augmenter de la quantité minime représentée par $\frac{1}{1056}$ d'équivalent pour que la rotation croisse d'une valeur égale à celle que produirait l'acide actif contenu dans la solution.

6° On peut enfin remarquer que la solution contenant, pour un équivalent d'acide malique, un poids de molybdate d'ammoniaque représentant environ $\frac{1}{5,2}$ d'équivalent ne dévie ni à droite ni à gauche le plan de polarisation de la lumière.

RECHERCHES SUR LES INVERSIONS DE POLARITÉ DES SÉRIE-DYNAMOS ;

PAR M. A. WITZ.

Les machines dynamos, excitées en série, sont sujettes à des inversions spontanées de polarité, que j'ai été amené à étudier par la rencontre d'une de ces machines, douée d'une extrême instabilité.

J'employais, pour un essai de transport d'énergie à distance, deux petites dynamos du genre Edison, absolument identiques, qui ne différaient l'une de l'autre que par le mode d'excitation du champ : la génératrice était montée en série, tandis que la récep-

trice était au contraire à excitation séparée. Les machines ayant pris leur allure, la différence des forces électromotrices restait constante aussi longtemps que le couple résistant demeurait lui-même constant; mais il suffisait de la moindre diminution de l'effort à vaincre pour que la réceptrice accélérât son mouvement: la vitesse augmentait alors jusqu'à une certaine limite, au delà de laquelle on voyait subitement la machine ralentir son mouvement, puis s'arrêter pour repartir en sens inverse et prendre désormais un mouvement périodique alternatif, exécutant quelques tours à droite, le même nombre de tours à gauche, avec une régularité étonnante. En même temps, les pôles de la génératrice s'intervertissaient; il s'agissait donc d'une inversion périodique des polarités de la série-dynamo. Ce curieux phénomène, que je croyais inconnu, avait déjà été observé ([1]) par M. Gérard Lescuyer, ainsi que M. Hospitalier a bien voulu me le signaler : ce physicien distingué y trouvait un paradoxe électrodynamique qu'il renonçait à expliquer en 1880; aujourd'hui ce fait nous paraît moins mystérieux, ainsi que nous essayerons de le démontrer après l'avoir étudié plus complètement.

Et d'abord, cette expérience peut être répétée dans les laboratoires, avec toute série-dynamo actionnant une machine à excitation séparée ou une magnéto : si la réceptrice était elle-même une série-dynamo, on n'observerait qu'un désamorcement de la génératrice, et partant un arrêt de la réceptrice. L'alternativité des pôles et des rotations s'obtient avec une grande facilité quand les inducteurs sont en fer, plus difficilement quand ils sont en fonte. Plus le champ de la réceptrice est intense, plus les inversions sont rapides; quand la réceptrice est munie d'un volant, l'expérience se fait plus aisément, surtout lorsque cette machine marche à vide. En somme, le phénomène n'est nullement particulier à une dynamo déterminée, mais il est plus facile à reproduire avec certaines machines qu'avec d'autres, et cette considération m'a déterminé à étudier avec soin les petites machines dont j'ai suivi la marche et qui présentent une sensibilité extraordinaire.

Voici le caractère le plus singulier de cette rotation périodiquement intervertie : après que la réceptrice a provoqué, par sa

---

([1]) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCI, p. 226.

réaction, le renversement des pôles de la génératrice, elle épuise d'abord l'énergie de son volant, puis sa vitesse change de signe, et elle tourne alors en sens opposé, jusqu'à ce que sa vitesse soit suffisante pour reproduire le phénomène. Or, cette vitesse est relativement faible : je l'ai mesurée à l'aide d'un diapason vibrant, qui inscrivait la sinusoïde sur un disque fixé sur l'arbre : elle est bien moindre que celle qu'il faudrait pour que la force contre-électromotrice devînt égale à celle de la génératrice, ainsi qu'en témoignent les chiffres suivants. La génératrice faisant 1781 tours, une machine de Gramme de laboratoire prenait une vitesse maximum de 252 tours; sur génératrice calée, les 252 tours de la réceptrice ne pouvaient développer que $0^{volt},98$; c'est tout au plus le $\frac{1}{10}$.

J'ai fait une autre observation qui doit être signalée : en plaçant un ampèremètre dans le circuit, on constate qu'au moment où l'inversion va se produire l'intensité du courant décroît lentement; elle tombe progressivement à zéro, puis elle passe soudain à une valeur $-i$ égale, au signe près, à celle du régime permanent. Cette différence d'allure est très marquée.

Disons enfin qu'une variation dans la résistance du circuit ne contribue en rien à l'inversion des pôles.

Pour rendre compte de ces divers phénomènes, fort compliqués dans leur ensemble, il importait de procéder d'abord à une étude complète des machines qui possèdent au plus haut degré cette curieuse instabilité des pôles : nous avons donc déterminé toutes les constantes de l'une d'elles.

Inducteur.

Diamètre du fil, $2^{mm},8$.
Diamètre extérieur de l'électro, 110^{mm}.
Diamètre du noyau de fer doux, 35^{mm}.
Hauteur de l'électro, 254^{mm}.
Résistance, $0^{ohm},25$.
Magnétisme rémanent, 100 unités C.G.S.
Commencement de saturation, vers 12 ampères.
Intensité du champ pour 12 ampères = 2081 unités C.G.S.
» » 14 » = 2124 » .
Coefficient de self-induction pour $0^{amp},3$, $L = 0,534 \times 10^{9cm}$.

Induit.

Diamètre du fil, 1^{mm}.
Diamètre de l'anneau, 72^{mm}.
Largeur, 64^{mm}.
Résistance statique à froid, $0^{ohm},40$.
Résistance dynamique, $0^{ohm},60$.
Surface équivalente, 72000^{cq}.
Nombre de lames du collecteur, 17.
Coefficient de self-induction pour $0^{amp},2$, $L = 0,476 \times 10^{9cm}$.

Vitesse normale, 1780 tours.
Ampères = 7, Volts = 13,5.

Les caractéristiques, aux vitesses de 1780 et 890 tours, et la courbe des intensités du champ dans l'entrefer, pour des intensités croissantes du courant excitateur, sont reproduites sur la figure ci-contre.

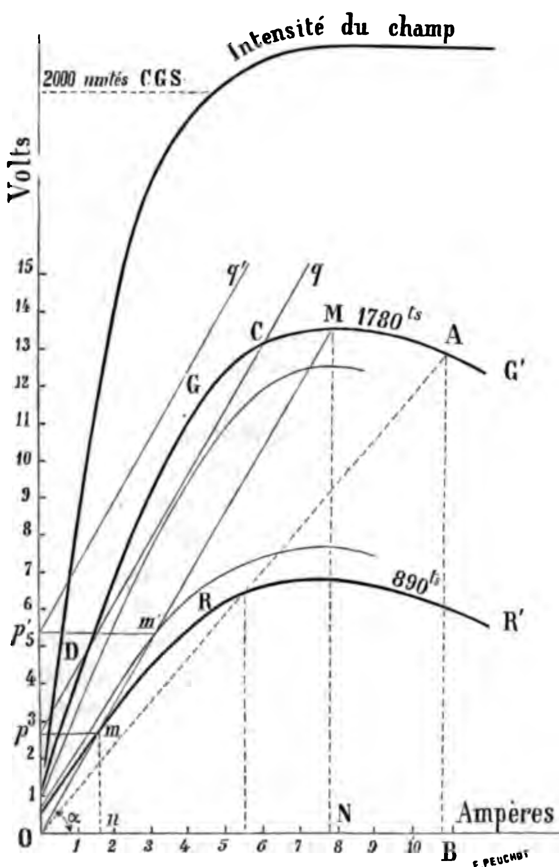
Il ressort de cette étude que nos machines, fort médiocres en réalité, ne présentent rien d'anormal; faisons remarquer toutefois que la self-induction y est considérable, ce qui explique la grande différence relevée entre les résistances statique et dynamique de l'induit et constitue une condition défavorable pour le transport de l'énergie, car la perte produite par la self-induction dans chaque machine est égale à $NL\frac{I^2}{4}$ pour N tours par seconde.

Cherchons maintenant à expliquer les faits observés.

Supposons que la transmission d'énergie se fasse dans les conditions de l'activité maximum, définie par la loi de Jacobi, la vitesse du moteur étant égale à la moitié de celle de la génératrice, à égalité des champs excités dans les deux machines : GG' sera la caractéristique de la génératrice, et RR' celle de la réceptrice, aux allures de 1780 et 890 tours. Le maximum du rendement ρ est de 50 pour 100 : on le réaliserait, si la résistance totale R était égale à $1^{ohm},19$. En effet, menons OM sous un angle AOB, tel que $\tang AOB = R$, et nous voyons sans peine que la force contre-électromotrice e sera la moitié de E, d'où $\rho = \frac{1}{2}$. Mais la résistance de la génératrice en mouvement est de $0^{ohm},85$, celle du moteur $0^{ohm},60$ et le fil conjonctif employé dans mes essais avait une résistance de $0^{ohm},25$: R est donc égal à $1^{ohm},70$, et l'angle α de la droite OM avec l'axe doit être pris égal à $60°$. Il en résulte

que $E = MN = 13^{volts},6$ et $e = mn = 2^{volts},72$, ce qui abaisse le rendement à 20 pour 100. Ce sont de fort mauvaises conditions de marche imposées par la faible tension des courants induits et la grande résistance relative des machines.

Fig. 1.



Or, menons mp parallèle à l'axe des x et pq parallèle à OM : cette droite coupe la caractéristique de la génératrice aux deux points C et D; l'abscisse de C donne l'intensité réelle du courant dans le circuit. Cette intensité restera constante tant que n'interviendra aucune modification d'allure des machines. Mais diminuons le couple résistant du moteur : sa vitesse s'accélère aussitôt,

les ordonnées de sa caractéristique s'élèvent, et la force contre-électromotrice croît; $p'q'$ remplace donc pq, car les deux points C et D se sont rapprochés et confondus; la sécante est devenue tangente, puis il n'y a plus eu d'intersection que sur la branche symétrique de la caractéristique, que nous n'avons pu tracer sur notre figure. L'intensité du courant dans le circuit a décru en même temps, elle est devenue progressivement égale à zéro et elle a sauté tout d'un coup à une valeur négative. C'est précisément le fait que nous avons observé et signalé ci-dessus.

Nous lisons encore sur notre diagramme qu'un abaissement des ordonnées de la caractéristique de la génératrice doit entraîner les mêmes conséquences. C'est ce qui arrive quand l'intensité du courant décroît pour une cause quelconque, parce que l'intensité du champ diminue *ipso facto :* cet effet s'ajoute au premier et opère dans le même sens.

Autre remarque : les inversions de polarité sont plus rapides quand le champ du moteur est excité plus vivement; cela devait être, attendu que la caractéristique du moteur se relève proportionnellement à l'accroissement du champ.

Une augmentation de résistance du circuit n'a pas d'action, parce que la vitesse du moteur se trouve ralentie en même temps.

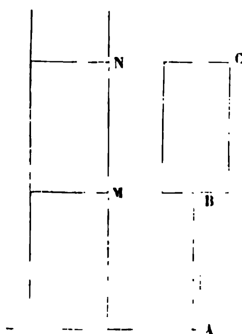
En somme, la discussion du diagramme nous fait retrouver toutes les particularités du phénomène et nous comprenons la possibilité d'un renversement des pôles par la réaction d'une réceptrice dont la force contre-électromotrice est beaucoup plus faible que celle de la génératrice. Ce n'est plus un paradoxe.

Toutefois, nous ne nous faisons pas d'illusion : les considérations qui précèdent nous montrent comment les choses se passent, sans nous faire voir pourquoi elles se passent ainsi. Le fait de cette extrême instabilité du magnétisme de l'inducteur reste inexpliqué : on le corrigerait sans doute en augmentant les dimensions de l'électro et en employant des pièces de fer d'une masse plus considérable, ce qui donnerait de la fixité au champ; il faudrait, d'autre part, que l'intensité du champ fût beaucoup plus considérable. Le rendement de la transmission d'énergie serait de la sorte grandement amélioré.

EXPÉRIENCE D'HYDROSTATIQUE;

PAR M. C.-E. WASTEELS.

Prenons un tube de verre ABC, dont la partie AB est étroite, et l'autre, relativement très large; il est ouvert à ses deux extrémités. Plongeons-le, d'abord par la partie AB, dans une éprouvette



remplie de mercure et d'eau; la différence des niveaux MN est égale à AB, de sorte que, au moment où l'extrémité A atteint le niveau M, le liquide s'élève, à l'intérieur du tube, jusqu'en B.

Dès que celui-ci plonge dans le mercure, l'eau contenue dans AB est partiellement refoulée dans la partie élargie, et son niveau s'abaisse par rapport à celui du liquide dans l'éprouvette; en même temps, on voit le mercure s'élever à l'intérieur du tube, au-dessus du niveau M ([1]).

Les phénomènes qui se passent sont plus intéressants quand on plonge le tube par la partie BC dans l'éprouvette. L'expérience doit se faire assez lentement, pour que l'eau, qui occupe une hauteur MN égale à BC, ait le temps de chasser tout l'air de l'espace BC et de le remplir complètement. Quand cela est fait, plongeons le tube dans le mercure jusqu'au fond de l'éprouvette; immédia-

([1]) Le phénomène se passerait d'une manière un peu différente si la partie AB était capillaire; dans ce cas, le mercure ne commence à s'élever dans le tube au-dessus du niveau M que quand l'extrémité inférieure a déjà dépassé celui-ci d'une certaine quantité.

tement, on voit l'eau s'élever dans la partie effilée et jaillir de l'ouverture A. Le jet peut durer assez longtemps.

L'explication de ces phénomènes est facile, et je crois inutile de la donner ici.

K. OLZEWSKI. — Bestimmung des Siedepunktes des Ozones und der Erstarrungstemperatur des Aethylens. (Mesure du point d'ébullition de l'ozone et du point de congélation de l'éthylène); *Wied. Ann.*, t. XXXVII, p. 337; 1889.

On sait qu'en soumettant de l'oxygène ozonisé à la pression de 125^{atm} sous la température d'ébullition de l'éthylène (— 102°,5), on obtient un liquide bleu découvert par MM. Chappuis et Hautefeuille. Cependant on ne réussit pas à obtenir de liquide en refroidissant l'oxygène ozonisé à — 150° sous la pression atmosphérique; il faut abaisser la température jusqu'à — 181°,4 dans l'oxygène bouillant et faire passer un courant continu d'oxygène ozonisé: l'ozone se liquéfie, l'oxygène en excès s'échappe, et l'on obtient un liquide bleu, transparent sous une très faible épaisseur, opaque sous une épaisseur plus considérable. Supprimant ensuite le courant d'oxygène, on peut élever la température du liquide jusqu'à — 106° : telle paraît être la température d'ébullition de l'ozone sous la pression atmosphérique. L'ozone liquide détone, même à basse température, au contact d'une trace d'éthylène.

En refroidissant de l'éthylène liquide dans de l'oxygène bouillant, on le congèle en une masse blanche, cristalline et translucide. Le point de fusion de cette masse est évalué, par M. Olzewski, à — 169°.

E. Bouty.

ARCHIVES DES SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES.

Tomes XIX et XX; 1888.

Ch. SORET. — Sur un petit réfractomètre à liquides, t. XIX, p. 264.

Ce petit appareil, destiné à des mesures rapides ne portant que sur quelques gouttes de liquide, se compose d'une petite lunette à réticule visant un micromètre placé au foyer d'un collimateur. Entre les deux se place un prisme de 12° à 13°, constitué par une

plaque de laiton formée par deux lames de verre où l'on met le liquide à étudier. Un prisme opposé au premier sert à ramener au centre du réticule le zéro du micromètre. Le prisme à liquide étant en place produit une déviation d'où l'on déduit l'indice. L'erreur serait d'une demi-unité du second ordre décimal.

A. KAMMERMANN. — Un nouveau thermomètre-fronde à boule mouillée, t. XIX, p. 442.

Ce thermomètre est destiné aux observations psychrométriques. Il est construit par M. Tonnelot et diffère des psychromètres-fronde ordinaires, en ce qu'il ne porte pas le réservoir à eau, mais simplement un bourrelet de fil de lin qui entretient légèrement humide la mousseline du réservoir. L'observation est plus rapide et paraît très exacte.

H. FOL et Ed. SARASIN. — Pénétration de la lumière du jour dans les eaux du lac de Genève et dans celles de la Méditerranée, t. XIX, p. 447.

Les expériences ont été faites à l'aide de plaques au gélatino-bromure, immergées à différentes profondeurs. M. Asper, qui récemment s'était occupé de cette question, immergeait ses plaques par une nuit obscure et les retirait la nuit suivante; mais, à la limite de pénétration de la lumière, l'effet est comparable à celui d'une nuit sans lune. MM. Fol et Sarasin ont employé des châssis qui se maintiennent fermés tant que la ligne de sonde descend, et qui s'ouvrent aussitôt que le plomb de sonde touche le fond. Les appareils essayés, d'abord dans le lac de Genève, ont donné environ 200^{m} comme profondeur limite; d'autres expériences ont été faites dans les eaux de la Méditerranée et ont donné, ce qui n'a pas lieu de surprendre, des résultats plus concordants. C'est très exactement à 400^{m} que se trouve la limite d'action. Les auteurs décrivent un autre appareil destiné à opérer à une profondeur voulue, sans être obligé, comme dans les premiers, de produire le déclenchement par un contact avec le fond de la mer.

Ch. SORET. — Sur l'application des phénomènes de réflexion totale à la mesure des indices de réfraction des cristaux à deux axes, t. XX, p. 263.

On sait combien, dans ces dernières années, l'attention des phy-

siciens qui s'occupent d'Optique cristallographique s'est portée sur les méthodes de réflexion totale appliquée à la mesure des indices dans les corps cristallisés. Il suffit, pour trouver les trois indices principaux d'un cristal biaxe, d'une plaque taillée parallèlement à un des axes d'élasticité optique; si cet axe se trouve parallèle à la direction du rayon limite, les deux angles limites trouvés donnent deux des indices principaux; si l'axe est perpendiculaire à cette direction, on obtient le troisième indice et un indice extraordinaire; il sera toujours facile de trouver à quelle valeur ce dernier se rapporte. Si l'on ignore la position de l'axe dans la plaque, il suffira de la faire tourner dans son plan et de déterminer les deux *maxima* et les deux *minima* qu'on obtient pour les angles de réflexion limite.

M. Soret fait remarquer que cette méthode peut s'employer avec une plaque quelconque. Supposons d'abord que la plaque ne coupe pas la surface de l'onde dans le voisinage des ombilics. On démontre facilement que les rayons vecteurs de la section faite dans la surface de l'onde présentent un maximum absolu qui correspond à la vitesse maximum, un minimum absolu correspondant à la vitesse minimum, et un maximum et un minimum relatifs dont l'un correspond à la vitesse moyenne. Pour ces maximums ou minimums, les formules ordinaires donnent l'indice en fonction de l'angle limite; M. Soret en donne une démonstration générale, due à M. C. Cellerier pour un milieu anisotrope quelconque. Pour la surface de l'onde, il suffirait, à ce qu'il nous semble, de remarquer que, pour ces maximums et minimums, la vitesse de propagation normale est fournie par le rayon vecteur, puisqu'en ces points le plan tangent à la surface de l'onde est normal au rayon vecteur. La seule différence avec la méthode indiquée jusqu'à présent, c'est que les maximums et minimums ne se trouvent pas dans une position rectangulaire et qu'il faut en tout cas les trouver par interpolation.

M. Soret discute ensuite ce qui se produit quand la plaque passe dans le voisinage d'un ombilic. M. Liebisch et, d'après lui, M. Mallard (¹) ont étudié ce cas par la considération d'une surface,

(¹) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. V, p. 389.

dite *surface des indices,* déduite par une transformation simple de la surface de l'onde. M. Soret n'introduit pas explicitement cette surface; son raisonnement, peut-être plus général, revient d'ailleurs au même; il montre quelles sont les deux limites que l'on doit prendre comme maximum et minimum relatifs, et dont l'une donne l'indice moyen. En fait d'ailleurs, sauf dans des cristaux exceptionnellement biréfringents, ces deux limites se confondent pratiquement.

Ed. GUILLAUME. — Sur la mesure des températures très basses, t. XX, p. 396.

Dans leurs expériences publiées dans ce Journal ([1]), MM. Cailletet et Colardeau ont trouvé que le thermomètre à hydrogène doit être regardé comme exact jusqu'au-dessous de −100°; ils signalent la discordance observée par Wroblewski entre le thermomètre à hydrogène et une pince thermo-électrique maillechort-cuivre, lorsque la température est voisine de −200°. M. Guillaume paraît bien avoir montré dans sa Note l'erreur de Wroblewski; c'est par extrapolation que ce dernier déduit des expériences faites jusqu'à −100°, et en supposant jusque-là le thermomètre à hydrogène exact, la loi de variation de la force électromotrice avec la température. Une forme fonctionnelle un peu différente de celle qu'il a admise, et conforme à la loi d'Avenarius et Tait, conduit à abaisser notablement les températures calculées, et comble en grande partie l'écart observé. M. Guillaume trouve de cette manière de voir une vérification intéressante dans d'autres expériences de Wroblewski, où il avait étudié, aux températures très basses, la résistance électrique du cuivre et observé des anomalies brusques vers −193°. M. Guillaume fait remarquer qu'une extrapolation permettant de calculer la température d'après les résistances observées, extrapolation légitimée par la régularité habituelle de la variation de résistance électrique des métaux, fait également disparaître l'anomalie observée dans la marche du thermomètre à hydrogène. C'est en quelque sorte l'application à des températures beaucoup plus basses de la méthode de MM. Cailletet et Colardeau.

([1]) *Journal de Physique,* 2e série, t. VII, p. 286.

CH. SORET. — Réfraction et dispersion dans les aluns cristallisés (2e Mémoire), t. XX, p. 517.

M. Soret a vérifié et complété sur quelques points ses déterminations d'indices des aluns, signalées dans ce Recueil ([1]). Il trouve comme résultat définitif que la variation d'indice en passant d'une base alcaline à une autre est très sensiblement constante, sauf pour les aluns de cœsium. Cette divergence, attribuée par M. Gladstone ([2]) à des impuretés chimiques, n'en dépend pas d'après M. Soret. H. DUFET.

WIEDEMANN'S ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

Tome XXXV; septembre-décembre 1888.

F. REHKUH. — Résidu élastique pour l'argent, le verre, le cuivre, l'or et le platine. Sa variation avec la température, p. 476-496.

Le résidu élastique croît avec la température τ proportionnellement à un facteur

$$c = \tau^{\beta}, \qquad \beta = a + b\tau\gamma.$$

L'influence de chocs fait surtout varier la durée et la loi de décroissement du résidu élastique; elle modifie peu sa valeur initiale.

B. GALITZINE. — Influence de la courbure de la surface d'un liquide sur la pression de sa vapeur saturée, p. 200-208.

L'auteur développe mathématiquement une indication donnée par M. Stefan ([3]) pour calculer la variation de la force élastique maximum d'une vapeur résultant de la courbure de la surface liquide. Il s'agit de calculer l'excès τ du travail nécessaire pour enlever en dehors de la sphère d'action des molécules une certaine

---

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 287.
([2]) *Philosophical Magazine*, août 1885.
([3]) *Wiener Berichte*, t. XCIV, 2e Partie, p. 4; 1886, et *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 665; 1886.

masse de liquide, quand on passe du cas d'une surface plane à celui d'une surface concave.

M. Galitzine prouve d'abord sans difficulté que, si l'on applique la loi de Mariotte dans les limites très restreintes où varie la force élastique maximum, de p_1 valeur correspondant à la surface plane à p_2 correspondant à la surface concave, on a, en désignant par w le volume spécifique du liquide, par v_1 celui de la vapeur sous la pression p_1, et en rapportant τ à l'unité de volume du liquide,

$$(1) \qquad \tau = (p_1 - p_2)(v_1 - w).$$

Désignant ensuite par Δ la densité du liquide, par ρ_0 le rayon de la sphère d'activité moléculaire, par r_1 et r_2 les rayons de courbure principaux, il trouve directement pour l'expression du travail τ la formule

$$(2) \qquad \tau = \frac{\pi \Delta^2}{2}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)\psi(\rho_0)w.$$

La comparaison des formules (1) et (2) donne

$$p_1 - p_2 = \frac{\pi \Delta^2}{2}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)\psi(\rho_0)\frac{w}{v_1 - w}$$

ou, en désignant par σ la densité de la vapeur saturée,

$$(3) \qquad p_1 - p_2 = \frac{\pi \Delta^2}{2}\psi(\rho_0)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)\frac{\sigma}{\Delta - \sigma}.$$

Cette formule (3) se confond avec la formule bien connue de Thomson

$$(4) \qquad p_1 - p_2 = \frac{T\sigma}{\Delta - \sigma}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right),$$

dans laquelle T désigne la tension superficielle du liquide, à la condition de poser

$$(5) \qquad T = \frac{\pi \Delta^2}{2}\psi(\rho_0).$$

Le quotient $\frac{T}{\Delta^2}$ ne serait donc fonction que du rayon ρ_0 de la sphère d'activité moléculaire.

W. WIEN. — Sur la transparence des métaux, p. 48-62.

L'auteur dépose sur une lame de verre de minces couches de divers métaux et mesure, à l'aide d'une sorte de bolomètre, les

quantités d'énergie calorifique transmises à travers ces couches. Il emploie comme source la flamme éclairante ou non éclairante d'un bec Bunsen.

Désignons par 1 l'énergie incidente; une portion r est réfléchie, le reste $1-r$ pénètre dans la lame métallique d'épaisseur z; on tient compte de la réflexion et de l'absorption produites par la lame de verre elle-même. Voici les résultats obtenus : t et a désignant les proportions d'énergie transmise et absorbée ($a+t=1$).

			t.		a.	
Métal.	$z.10^6$ (en millim.).	$1-z$.	Flamme éclairante.	Flamme obscure.	Flamme éclairante.	Flamme obscure.
Platine	20	0,87	0,36	0,42	0,64	0,58
Fer et platine	40+20	0,55	0,19	0,25	0,81	0,75
Or 1	56	0,37	0,108	0,111	0,892	0,88
Or 2	100	0,20	0,017	0,018	0,983	0,98
Or 3	24	0,952	0,43	0,43	0,57	0,57
Or 4	35	0,81	0,25	0,25	0,75	0,75
Argent 1 (Procédé Martin)	35,9	0,22	0,26	0,22	0,74	0,78
Argent 2 (Procédé Böttger)	39,5	0,40	0,145	0,137	0,855	0,86
Argent 3 (Procédé Böttger)	29,1	0,60	0,42	0,70	0,58	0,30
Argent 4 (Procédé Martin)	59,7	0,05	0,045	0,038	0,955	0,96
Argent 5 (Procédé Petitjean)	27,3	0,76	0,41	0,58	0,59	0,42

Suivant la théorie électromagnétique de la lumière, de Maxwell, on devrait avoir

$$(1) \quad \begin{cases} t = e^{-2pz}, \\ p = 2\pi\mu CV; \end{cases}$$

V désigne la vitesse de la lumière, C la conductibilité spécifique en mesure absolue électromagnétique, μ la perméabilité magnétique, qui, dans le cas de l'argent, est égale à 1. Prenant pour exemple la lame d'argent n° 2, M. Wien calcule t à l'aide des formules (1) et trouve

$$t = \frac{1}{17.10^{372}},$$

au lieu de

$$t = 0,141,$$

que donnent en moyenne les observations.

La théorie de Maxwell suppose donc les métaux incomparablement plus opaques qu'ils ne le sont en réalité.

F. HIMSTEDT. — Mesure de la capacité d'un condensateur à anneau de garde en valeur absolue électromagnétique, p. 126-136.

1. Considérons un condensateur plan à anneau de garde et désignons par R le rayon du plateau collecteur, par $c = R_1 - R$ la largeur de l'espace libre entre le plateau et l'anneau de garde, enfin par a et par b la distance des plateaux du condensateur et leur épaisseur.

Deux formules ont été proposées pour calculer la capacité électrostatique C d'un tel condensateur, la première par Kirchhoff[1], la seconde par Maxwell[2].

La formule de Kirchhoff est assez compliquée; mais, quand le rapport $\frac{c}{b}$ est très petit, elle se réduit à

$$(1)\quad \begin{cases} C = \dfrac{R^2}{4a} - \dfrac{R}{\pi}(\beta \operatorname{tang}\beta + \log\cos\beta), \\ \operatorname{tang}\beta = \dfrac{c}{2a}. \end{cases}$$

Pour les condensateurs employés par M. Himstedt, la valeur (1) de la capacité ne diffère de la valeur calculée par la formule complète de M. Kirchhoff que de quantités tout à fait négligeables.

D'après Maxwell,

$$(2)\quad \begin{cases} C = \dfrac{R^2}{4a} + \dfrac{1}{4}\dfrac{Rc}{a+\alpha}\left(1 + \dfrac{c}{2R}\right), \\ \alpha = \dfrac{c}{\pi}\log 2. \end{cases}$$

Posons

$$C_0 = \frac{R^2}{4a};$$

C_0 est la capacité d'un condensateur idéal dans lequel la distance de l'anneau de garde au plateau collecteur serait nulle. Désignant par ρ et σ deux quantités positives, on voit que les formules de

---

(1) KIRCHHOFF, *Ber. der Berl. Acad.*, p. 144; 1877.

(2) MAXWELL, *Electricity and Magnetism*.

Kirchhoff et de Maxwell conduisent à des résultats opposés. On a

D'après Kirchhoff	$C = C_1 - \varepsilon$.
D'après Maxwell.........	$C = C_1 + \varepsilon$.

L'effet de l'espace libre e est, d'après Kirchhoff, de diminuer; d'après Maxwell, d'augmenter la capacité du condensateur.

Sans entrer dans la discussion théorique de ces formules, M. Himstedt se borne à rechercher laquelle des deux s'accorde le mieux avec l'expérience. Il emploie un même plateau collecteur en acier nickelé, de $24^{cm}.973$ de rayon, et trois anneaux de garde différents de même rayon extérieur égal au rayon du plateau condensateur ($34^{cm}.85$) et de rayons intérieurs égaux respectivement à $25^{cm}.005$, $25^{cm}.107$ et $25^{cm}.240$. La distance a des plateaux est de $0^{cm}.3477$. Cela posé, le rapport des capacités des trois condensateurs est trouvé égal :

D'après Kirchhoff (form.)	1 : 0,99969 : 0,99875
D'après Maxwell (form.)	1 : 1,00367 : 1,00790
D'après Himstedt (exp.)	1 : 1,00241 : 1,00864

La capacité C du plateau collecteur croît avec e, dans un rapport qui se confond, aux quantités près de l'ordre des erreurs d'expérience, avec celui que l'on calcule d'après Maxwell. La formule de Kirchhoff doit être abandonnée.

2. M. Himstedt mesure la capacité électromagnétique d'un condensateur à anneau de garde par la méthode qu'il a déjà employée pour les condensateurs plans, et, du rapport de la capacité électromagnétique à la capacité électrostatique (cette dernière calculée par la formule de Maxwell), il déduit la valeur de v. Il trouve

$$v = 3,0124 \cdot 10^{10}.$$

Ses expériences antérieures avaient donné (1) :

$$v = 3,0074 \cdot 10^{10},$$
$$v = 3,0081 \cdot 10^{10}.$$

(1) HIMSTEDT, *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 579 ; t. XXXIII, p. 1.

L. ARONS. — Sur le résidu électrique, p. 291-311.

On sait que, d'après la théorie de Maxwell, un diélectrique ne peut présenter de résidu électrique que par suite d'un défaut d'homogénéité, d'où résulte qu'aux divers points d'un tel corps le rapport de la conductibilité électrique et de la constante diélectrique (inverse du temps de *relaxation*) est une quantité variable.

Diverses expériences, et en particulier les mesures de M. Dieterici [1] relatives à la paraffine, semblent cependant indiquer la présence d'un résidu dans des corps notoirement homogènes. M. Arons discute les expériences de M. Dieterici et, après avoir attribué le résidu observé par ce savant à la présence de traces d'huile, introduites dans la paraffine par le dispositif de l'expérience, il observe à nouveau les phénomènes offerts par la paraffine pure et ne trouve qu'un résidu tout à fait négligeable dû à la présence de petits isolateurs en ébonite. Des traces de matière étrangère ajoutées à la paraffine augmentent beaucoup le résidu.

J.-C. PURTHNER. — Nouvelle méthode pour la mesure de la résistance des électrolytes, p. 558-560.

Quand on emploie la méthode des courants alternatifs et le pont de Wheatstone pour la mesure des résistances, on doit remplacer le galvanomètre, dans la diagonale du pont, par un électrodynamomètre ou par un téléphone.

Le téléphone, qu'on emploie le plus habituellement, offre l'inconvénient de ne pas indiquer de prime abord dans quel sens il faut modifier la résistance variable du pont, pour arriver à l'équilibre.

M. Pürthner tourne la difficulté par une combinaison de fils et un commutateur tels que, les quatre branches du pont étant parcourues par des courants alternatifs, la diagonale qui comprend l'instrument de mesure ne se trouve fermée que lors du passage des courants d'un certain sens, directs par exemple. On peut donc placer un galvanomètre sur cette diagonale et opérer comme dans le cas des courants permanents.

---

(1) *Wied. Ann.*, t. XXV, p. 545; 1885. *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 130.

E. WARBURG et F. TEGETMEIER. — Sur la conductibilité électrique du quartz, p. 455-467.

Une plaque de quartz perpendiculaire à l'axe, chauffée vers 225° entre des électrodes formées par un amalgame de sodium, présente une conductibilité durable, analogue à celle que les variétés communes du verre offrent dans les mêmes conditions, et à la même température. Cette propriété n'appartient pas à une plaque de quartz parallèle à l'axe. Si l'on remplace l'amalgame de sodium par du mercure pur ou même par de l'amalgame de potassium, la conductibilité d'une plaque de quartz perpendiculaire à l'axe diminue rapidement et finit par disparaître d'une manière à peu près complète.

Les auteurs sont amenés à attribuer la conductibilité électrolytique du quartz dans le sens de l'axe à la présence de traces de silicate de soude, que le quartz contiendrait d'une manière normale. Le transport du sodium à travers le quartz ne peut s'effectuer que dans le sens de l'axe, non dans le sens perpendiculaire à l'axe : le déplacement des molécules électrolytiques libres de Clausius ne peut donc se faire ici que dans la direction de l'axe.

B. von TIETZEN-HENNIG. — Sur des électrolytes en apparence solides, p. 467-475.

Quand on mélange du gypse ou de la gélatine avec des dissolutions salines et qu'on laisse le mélange faire prise, on obtient une masse homogène en apparence et douée de conductibilité électrolytique. D'après l'auteur, la conductibilité appartient non à la masse prise dans son ensemble, mais au liquide emprisonné seulement. Il observe, en effet : 1° que cette masse laisse écouler du liquide quand on la comprime; 2° que la variation, avec la température, du coefficient de conductibilité de la masse est la même qui correspond à la dissolution saline employée pour sa confection; 3° que la conductibilité de la masse varie avec la concentration de la dissolution et présente un maximum correspondant sensiblement à la solution de conductibilité maximum.

Maxwell (1) a proposé une formule simple pour représenter

(1) *Traité d'Électricité et de Magnétisme.*

la conductibilité d'une masse liquide contenant en suspension des sphérules solides; mais cette formule, applicable théoriquement lorsque le volume du solide est négligeable par rapport à celui du liquide, ne convient plus aux cas pratiques étudiés par l'auteur. Partant de l'analogie des formules qui correspondent, d'une part à la diffusion stationnaire d'un sel, d'autre part à la distribution permanente des courants, il cherche à déduire la variation du coefficient de conductibilité de la mesure directe du coefficient de diffusion. Il trouve, en effet, une proportionnalité approchée entre les variations des coefficients qu'il compare.

S. LINDECK. — Force électromotrice des amalgames, p. 311-331.

L'auteur confirme et étend les conclusions d'un travail antérieur de MM. Hockins et Taylor [1] sur les amalgames de zinc et de cadmium. Une trace de métal étranger M dissous dans le mercure suffit à modifier dans un rapport considérable la force électromotrice du couple Zn | $ZnSO^4$ | Hg, qui prend bientôt une valeur très voisine de celle du couple Zn | $ZnSO^4$ | M. Ainsi que M. Lippmann l'a établi théoriquement, cette modification est telle que le mercure amalgamé ne peut jamais se montrer plus électropositif que le métal pur de l'amalgame.

La série des tensions, établie par M. Lindeck d'après la force électromotrice des couples à amalgame, est la suivante

$$+ \text{Zn, Cd, Pb, Sn, Ag, Hg} -$$

et se confond presque avec la série déduite par Hankel [2] de mesures directes de forces électromotrices de contact

$$+ \text{Zn, Cd, Pb, Sn, Hg, Ag} -$$

E. WIEDEMANN et H. EBERT. — Sur les décharges électriques dans les gaz et dans les flammes, p. 209-264.

L'objet essentiel de ce Mémoire est de reconnaître si les effets de la lumière sur les décharges électriques conduisent ou non à admettre, comme le veut M. Arrhenius, que, dans des conditions

(1) *Journ. Soc. Tel. Eng.*, t. VIII, p. 282; 1879.
(2) *Voir* WULLNER, *Lehrb. d. Experimentalphys.*, t. IV, p. 459.

spéciales, les gaz acquièrent une sorte de conductibilité électrolytique. MM. Wiedemann et Ebert étudient : 1° l'influence de l'éclairement sur les diverses sortes d'électrodes ; 2° les décharges dites *transversales ;* 3° les phénomènes produits dans des tubes de Geissler qui montrent des spectres de combinaisons ; 4° les caractères des décharges dans les flammes colorées.

1. *Influence de l'éclairement sur diverses électrodes : a. Hautes pressions.* — Les auteurs emploient comme électrode négative, soit une pointe métallique mousse, soit le ménisque terminal d'un liquide dans la branche capillaire d'un tube en U.

Parmi les métaux, le platine se montre particulièrement sensible à l'effet de l'éclairement, surtout pour une distance des électrodes de 2^{mm} à 3^{mm}. Dans le circuit se trouve installé un téléphone ; or, dès que la lumière de l'arc électrique, concentrée par une lentille de quartz, vient tomber sur l'électrode négative de platine, le son rendu par le téléphone s'élève au moins à la sixte, et finit, pour un écartement moindre des électrodes, par dépasser la limite supérieure des sons perceptibles. En même temps la forme de la décharge, observée soit à l'œil nu, soit par l'intermédiaire d'une lunette, se modifie complètement : à l'aigrette rose irrégulière succède un trait blanc et rectiligne, de longueur invariable, réunissant les deux électrodes en droite ligne. L'effet si net observé sur l'électrode négative ne se produit pas sur l'électrode positive : il cesse quand on dépouille la lumière électrique des rayons ultra-violets qu'elle contient en si grande abondance.

Les métaux autres que le platine sont beaucoup moins sensibles à l'influence de l'éclairement : l'effet maximum s'obtient pour des distances des électrodes variables d'un métal à l'autre.

Parmi les liquides, la solution de nigrosine s'est montrée particulièrement sensible : les liqueurs très colorées et fortement absorbantes se comportent d'une manière analogue, quoique moins marquée. L'eau ne donne rien. En même temps que le caractère de la décharge se modifie par l'éclairement, le ménisque terminal s'allonge comme sous l'influence d'une forte attraction exercée par l'électrode positive.

En résumé, l'effet de l'éclairement paraît essentiellement lié à

l'absorption des rayons ultra-violets par l'électrode négative, solide ou liquide, soumise à l'illumination. L'effet produit consiste en une diminution de la différence de potentiel nécessaire pour provoquer l'étincelle.

b. Basses pressions. — Quand on emploie un tube de Geissler à électrodes de platine, le sens général du phénomène produit par l'éclairement est le même que dans un gaz à la pression atmosphérique; à mesure que la pression décroît, le son rendu par le téléphone s'élève et, vers 5^{mm} de mercure, dépasse la limite des sons perceptibles, pour reparaître à la pression de 1^{mm} environ et baisser ensuite. On sait, en effet, qu'aux très basses pressions, la différence de potentiel nécessaire pour produire une décharge croît quand la pression décroît. L'effet propre de l'éclairement diminue avec la pression; il devient inappréciable dans les conditions où apparaissent les rayons cathodiques.

2. *Décharges transversales.* — Les expériences ont été réalisées à l'aide, soit de la machine de Holtz, soit d'une batterie d'accumulateurs. Quand le gaz est rendu phosphorescent par la décharge primaire, la décharge secondaire transversale est plus ou moins facilitée suivant des circonstances dans le détail desquelles il est impossible d'entrer ici. En général, le son rendu par le téléphone placé dans le circuit secondaire s'élève, c'est-à-dire que le nombre des décharges augmente, ou, ce qui revient au même, que la différence de potentiel nécessaire pour produire une décharge diminue; mais rien n'autorise à attribuer les effets observés à une conductibilité propre acquise par le gaz *électroluminescent*. MM. Wiedemann et Ebert pensent que ces effets dépendent en partie d'actions électriques proprement dites dont le résultat est de diminuer la résistance au passage, et en partie de l'action propre des rayons ultra-violets émis par le gaz luminescent.

3. *Phénomènes produits dans les tubes de Geissler montrant les spectres de combinaisons.* — On admet d'ordinaire que les molécules d'un électrolyte sont partiellement dissociées, et que cette dissociation est la condition même de la conductibilité électrolytique. On sait, d'autre part, que les chlorure, bromure et

iodure de mercure montrent dans des tubes de Geissler ([1]) des spectres spéciaux, différant des spectres de leurs éléments.

Cela posé, les auteurs ont introduit du chlorure ou du bromure de mercure dans des tubes de Geissler, et vaporisé ces sels en plus ou moins grande abondance, en chauffant convenablement ces tubes avec la machine de Holtz. On n'a pas observé de traces du spectre du mercure, tandis que le spectre propre de la combinaison est très intense. Il faut en conclure que, dans ces expériences, les molécules non décomposées du chlorure ou du bromure de mercure prennent part au transport de l'électricité, puisqu'elles sont *électroluminescentes,* tandis que le mercure libre n'y contribue en rien. L'électrolyse ne joue donc ici aucun rôle.

4. *Décharges électriques dans les flammes colorées.* – On a maintes fois essayé de mesurer la conductibilité des flammes et notamment de celles qui contiennent des vapeurs de sels métalliques. Ces recherches n'ont fourni que des résultats contradictoires.

Pour obtenir des flammes colorées, dans des conditions bien définies, MM. Wiedemann et Ebert répandent, à l'aide d'un pulvérisateur, une dissolution saline de concentration convenable dans l'air qui alimente un brûleur de Bunsen, de façon à savoir combien de milligrammes de vapeur métallique sont contenus à chaque instant dans l'unité de volume de la flamme. Le caractère de la décharge d'une machine de Holtz ou d'une batterie d'accumulateurs est modifié, comme on doit s'y attendre, par la présence d'une flamme dans le circuit : les décharges deviennent plus rapides et le son rendu par un téléphone s'élève. Si maintenant on introduit dans la flamme une vapeur métallique, le changement, encore plus considérable, dépend essentiellement de la nature du métal. Avec le potassium, même en quantités très faibles, le téléphone est réduit au silence, la décharge est presque continue; le sodium, même en quantité considérable, ne produit qu'un effet beaucoup plus médiocre, analogue à celui que l'on obtiendrait en introduisant dans la flamme un fil métallique en communication avec le sol; mais, dans un cas comme dans l'autre, la décharge conserve le

([1]) Peirce, *Wied. Ann.*, t. VI, p. 597; 1879.

caractère disruptif : il ne peut être question d'une conductibilité proprement dite de la flamme. Le potassium et le magnésium, particulièrement efficaces, doivent sans doute leur propriété aux rayons ultra-violets qu'ils émettent en abondance.

Le Mémoire de MM. Wiedemann et Ebert se termine par des considérations théoriques sur le mode d'action des rayons ultra-violets dans ces curieuses expériences.

G. DE LA ROCHE. — Recherches sur l'aimantation de plaques elliptiques et rectangulaires de fer doux, p. 168-188.

Pour soumettre les plaques sur lesquelles il opère à l'action d'un champ magnétique uniforme, M. de la Roche les place au centre d'une bobine enroulée sur la surface d'un ellipsoïde, et dirige leur grand axe dans le sens du grand axe de cet ellipsoïde. MM. Riecke ([1]) et Stefan ([2]) ont donné les formules qui permettent de calculer l'intensité du champ uniforme au moyen des dimensions de la bobine ainsi constituée.

On admet d'ordinaire qu'on peut étendre à une plaque elliptique les formules établies pour un ellipsoïde à trois axes inégaux. Partant de cette supposition, M. de la Roche mesure d'une part les moments magnétiques acquis par ses plaques elliptiques; d'autre part, l'intensité du courant magnétisant, d'où il déduit l'intensité du champ magnétique, et il compare les résultats de ses expériences aux formules données par Kirchhoff pour le moment magnétique d'un ellipsoïde. Les résultats de cette comparaison sont des plus mauvais : ils conduiraient à admettre que le coefficient d'aimantation est susceptible de devenir négatif, ce qui est absurde.

M. de la Roche se borne donc à quelques observations sur la marche du moment magnétique M quand on fait croître l'intensité X du champ. Soit v le volume d'une plaque. Le quotient $\frac{M}{vX}$ croît d'abord avec X, puis décroît. La position du point critique (*Wendepunkt*), correspondant à la valeur maximum de $\frac{M}{vX}$, paraît

([1]) Riecke, *Pogg. Ann.*, t. CXLV, p. 218; 1872.
([2]) Stefan, *Wiener Berichte*, t. LXIX, p. 165; 1874.

déterminée par la loi suivante : La valeur du champ correspondant à ce point critique est en raison inverse de la longueur des plaques et proportionnelle à la racine carrée de leur épaisseur.

Le moment maximum de 1^{cc} est d'environ 1450 unités C.G.S.

E. DORN. — **Mouvement d'un aimant dans un multiplicateur**, 189-200.
Influence du magnétisme induit dans les aimants sur quelques méthodes d'observation, p. 270-275.

Quand un aimant se meut à l'intérieur d'un cadre multiplicateur, on peut tenir compte des moments magnétiques longitudinal et transversal induits par la Terre. Il suffit pour cela de remplacer dans les équations le moment magnétique M par

$$m = M - (\gamma - \alpha)H;$$

γ et α sont les moments magnétiques longitudinal et transversal induits par une force magnétisante égale à l'unité.

L'influence du magnétisme induit est absolument négligeable dans l'expérience de Gauss, ou dans l'observation du magnétomètre bifilaire de M. F. Kohlrausch. Au contraire, il est nécessaire d'en tenir compte dans les mesures absolues de résistance effectuées par la méthode de M. Wild [1].

Les courants induits dans la masse d'un aimant n'ont pas d'influence appréciable sur l'amortissement de ses oscillations.

E. DORN. — **Action de petites forces magnétisantes sur des barreaux d'acier trempés dur et fortement aimantés**, p. 275-2[illegible].

1. Le moment induit transversal est un peu inférieur à celui que l'on calculerait d'après la mesure du moment induit longitudinal, dans l'hypothèse de la proportionnalité rigoureuse de l'aimantation induite à la force magnétisante.

2. Le moment induit longitudinal acquis au bout de trois secondes n'éprouve pas de variation sensible en vingt minutes.

3. Le moment magnétique permanent des aimants trempés dur n'éprouve aucune variation permanente quand on les soumet

---

(1) [illegible] t. XXIII, [illegible]

pendant plusieurs heures à l'action de la composante verticale du magnétisme terrestre.

FR. STENGER. — Sur les lois de l'aimantation des cristaux, p. 331-353.

D'après la théorie de Sir W. Thomson, le moment du couple auquel est soumis un cristal à un axe, mobile autour d'un axe vertical dans un champ magnétique uniforme, a pour expression

$$D = v F^2 (K_2 - K_1) \sin^2\theta \sin\psi \cos\psi.$$

Dans cette formule, F désigne l'intensité du champ, v le volume du cristal, K_1 et K_2 les constantes magnétiques principales, θ l'angle de l'axe du cristal et de l'axe de rotation, enfin ψ l'angle du plan vertical passant par l'axe du cristal avec le plan équatorial de l'électro-aimant qui produit le champ.

Contrairement aux résultats qu'il avait obtenus dans des expériences antérieures ([1]), M. Stenger trouve que la formule de Sir W. Thomson est parfaitement conforme à la réalité. Il a opéré sur diverses sphères de spath et de quartz, et il a mesuré le moment D, soit par la torsion, soit par la méthode des oscillations. En faisant varier arbitrairement F, θ et ψ, il trouve, pour une même sphère, une valeur constante de $K_2 - K_1$.

Pour des échantillons différents de spath, les valeurs de $K_2 - K_1$ diffèrent de près de un tiers de leur valeur moyenne. L'auteur suppose qu'il faut attribuer ces écarts à la présence dans le spath de traces de substances isomorphes. Il rappelle que Tyndall et Knoblauch ([2]) ont eu entre les mains des cristaux de spath transparents qui prenaient dans le champ magnétique la position axiale des corps paramagnétiques, au lieu de la position équatoriale des corps diamagnétiques; or ces savants reconnurent que ces cristaux de spath anormaux contenaient du carbonate de fer.

W.-C. RONTGEN. — Force électrodynamique produite par le mouvement d'un diélectrique dans un champ électrique homogène, p. 264-270.

Entre les deux plateaux d'un condensateur horizontal, on fait

---

([1]) STENGER, *Wied. Ann.*, t. XX, p. 304; 1883.
([2]) TYNDALL et KNOBLAUCH, *Pogg. Ann.*, t. LXIX, p. 235; 1850.

tourner un disque de verre ou d'ébonite. Une aiguille astatique est suspendue au-dessus du plateau supérieur, très près de sa surface et perpendiculairement au rayon du disque mobile. Quand on renverse le signe de la charge du condensateur, on observe une petite déviation de l'aiguille, comme si l'on avait renversé le sens d'un courant de faible intensité. Quand le plateau supérieur est positif, le sens de ce courant est celui de la rotation.

Cette expérience s'explique, d'après l'auteur, par la polarisation du diélectrique placé entre les deux plateaux du condensateur. Le mouvement du diélectrique polarisé équivaut au double courant de convection que l'on obtiendrait si l'on faisait tourner simultanément et avec la même vitesse deux disques coïncidant avec la face supérieure et la face inférieure du diélectrique mobile, et si ces disques étaient revêtus de couches électriques fictives équivalentes à la polarisation.

H.-E.-J.-G. DU BOIS. — Susceptibilité et constante de Verdet des liquides, p. 137-167.

1. M. du Bois mesure la susceptibilité magnétique (constante magnétique) par la méthode de M. Quincke, et pour des champs magnétiques compris entre 1000 et 10000 C.G.S. L'objet essentiel de son travail est de reconnaître si cette susceptibilité est constante ou si elle varie avec l'intensité du champ.

Tandis que MM. G. Wiedemann, Eaton et von Ettinghausen ont trouvé invariable la susceptibilité magnétique de divers liquides et du chlorure de fer en particulier, M. Silow et M. Quincke ont trouvé des susceptibilités variables. Pour trancher la question, M. du Bois s'attache avec un soin scrupuleux à démêler les causes d'erreur qui peuvent résulter, par exemple, de la variabilité du champ magnétique d'un point à un autre de l'espace occupé par la colonne liquide dont on observe l'ascension ou la dépression : il mesure l'intensité du champ par la méthode manométrique de M. Leduc.

On sait que l'ascension ou la dépression a, dans le cas d'une susceptibilité magnétique constante doit demeurer proportionnelle au carré de l'intensité k du champ. Voici les résultats obtenus :

Eau D = 0,9992.			MnCl² dissous D = 1,1597.			FeCl² dissous D = 1,1704.		
a.	*k*.	$\frac{\sqrt{a}}{k}10^6$.	*a*.	*k*.	$\frac{\sqrt{a}}{k}$.	*a*.	*k*.	$\frac{\sqrt{a}}{k}$.
00207	2295	19,8	0,00585	736	104,0	0,00494	736	95,5
00579	3782	20,1	0,0352	1782	105,2	0,0281	1782	94,1
01081	5180	20,1	0,0599	2350	104,1	0,0469	2295	94,5
01450	5982	20,1	0,1614	3837	104,7	0,1339	3847	95,1
01845	6684	20,3	0,2985	5205	105,0	0,2414	5180	94,8
02140	7292	20,1	0,3925	5965	105,0	0,3237	5974	95,2
02519	7990	19,9	0,4964	6638	106,1	0,4085	6674	95,8
02737	8364	19,8	0,645	7600	105,7	0,5231	7654	94,5
03058	8752	20,0	0,839	8721	105,0	0,728	8916	95,7
03863	9658	20,3	1,064	9837	104,8	0,878	9852	95,1
Moyenne....		20,05	Moyenne....		105,0	Moyenne....		95,0

On voit que $\frac{\sqrt{a}}{k}$ est constant; il en est donc de même de la susceptibilité magnétique.

On peut dissoudre un sel magnétique dans l'eau en proportion telle que la dissolution, observée dans l'air, soit magnétiquement inactive. Si l'on a préparé une telle dissolution, inactive dans un champ *k* donné, elle demeure inactive quelle que soit l'intensité du champ. C'est ce que M. du Bois a vérifié avec les dissolutions dont les densités D sont données dans le Tableau suivant :

	D
Chlorure de manganèse...........	1,0051
Protochlorure de fer.............	1,0066
Chlorure de nickel.	1,0183
Protochlorure de cérium..........	1,0748
Protochlorure de cuivre..........	1,0520
Cyanoferrure de potassium........	1,0513

M. du Bois conclut que *la susceptibilité magnétique des liquides simples, des sels dissous et des gaz est constante pour des intensités du champ magnétique inférieures à* 10000 C.G.S.

L'amalgame de fer fait exception; mais est-il bien certain que cet amalgame est homogène, qu'il ne contient pas de parcelles de fer solide en suspension?

2. Le désaccord constaté ci-dessus pour la susceptibilité magnétique règne aussi entre les expérimentateurs en ce qui concerne la variabilité ou l'invariabilité de la *constante de Verdet* ω pour

les liquides. M. du Bois trouve que la rotation positive ou négative demeure rigoureusement proportionnelle à l'intensité du champ magnétique, et que par suite ω est constant.

$FeCl^3$ dissous dans l'eau : D = 1,11.		$FeCl^3$ dissous dans l'eau : D = 1,31.		$FeCl^3$ dissous dans l'alcool méthylique : D = 1,41.	
k.	ω.10⁴.	k.	ω.10⁴.	k.	ω.10⁴.
2520	+2,69	6420	−3,05	5030	−14,0
3750	2,61	8140	3,16	6510	13,8
6280	2,69	8910	3,13	7990	13,7
6980	2,67	9490	3,11	8120	14,0
8060	2,73	10340	3,09	9170	13,8
8920	2,66	10900	3,11	9880	13,7
10260	2,70	11690	3,10	10880	13,7
11520	2,67	Moy.	−3,11	11480	13,7
Moy.	+2,68			12440	13,6
				Moy.	−13,8

E. Bouty.

IL NUOVO CIMENTO.

3e série, t. XXXIII et XXXIV, 1888.

[Suite (1)].

G. FERRARIS. — Rotations électrodynamiques produites par des courants alternatifs, t. XXIII, p. 246.

Supposons que, en un point O de l'espace, se superposent deux champs magnétiques orthogonaux que nous pouvons représenter par deux vecteurs perpendiculaires. Le champ résultant sera représenté par le vecteur, somme des deux vecteurs (diagonale du rectangle). Il est évident que, si les deux champs varient avec le temps, le vecteur résultant OP varie en grandeur et direction, et le point P se meut dans l'espace. Si les deux champs sont produits par deux circuits traversés par deux courants alternatifs sinusoïdaux de même intensité et de même période T avec une différence de phase égale à $\frac{T}{4}$, le point P décrit une circonférence autour du point O avec un mouvement uniforme dont la vitesse angulaire

(1) *Voir* page 544 de ce Volume.

est $\frac{2\pi}{T}$. On a alors un champ magnétique d'intensité constante qui tourne autour du point O avec une vitesse constante.

On peut réaliser ces conditions théoriques de plusieurs manières : par exemple, on réunit en dérivation deux bobines égales, perpendiculaires entre elles, qu'on fait traverser par le même courant sinusoïdal, et l'on ajoute aux dérivations deux circuits de résistance égale, mais dont les coefficients de self-induction diffèrent d'une quantité convenable. On peut de même employer un transformateur, etc.

Avec cette disposition très ingénieuse, on peut répéter toutes les expériences d'induction qu'on obtiendrait avec un aimant tournant, et en particulier les expériences du magnétisme de rotation. On peut même construire un petit moteur en plaçant un cylindre tournant dans le centre des deux bobines. Un tel moteur se prête difficilement aux applications industrielles; cependant l'auteur a pu obtenir, avec un modèle imparfaitement construit, une vitesse de 900 tours par minute.

A. RIGHI. — Sur la conductibilité calorifique du bismuth dans un champ magnétique, t. XXIV, p. 5.

M. Righi et M. Leduc ont presque simultanément découvert que la conductibilité thermique du bismuth est altérée par le magnétisme, et que les isothermes dans une lame de bismuth sont déviées, ainsi que les lignes équipotentielles.

Dans son Mémoire, M. Righi donne les détails des appareils employés. La méthode, en principe, est la même que celle que M. Leduc a décrite dans ce Journal ([1]), mais les expériences sont plus précises. L'enceinte où se trouvait la barre de bismuth était maintenue à température constante; les soudures thermo-électriques étaient formées par des fils de zinc et de maillechort, et des précautions minutieuses furent prises pour obtenir des mesures précises des températures. La durée des expériences était très longue, afin que la variation de la distribution thermique, produite par le magnétisme, fût complètement atteinte.

Qualitativement, les résultats de M. Righi sont d'accord avec

([1]) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 519; 1888.

ceux de M. Leduc; il n'y a que les différences numériques que l'on doit s'attendre à trouver dans des expériences si délicates faites avec divers échantillons de métal.

A. BATTELLI. — Sur les courants telluriques, t. XXIV, p. 45.

L'auteur a mesuré la différence de potentiel tellurique de quatre points A, B, C, D de la surface terrestre placés à 1^{km} de distance; AB dans la direction est-ouest et CD dans la direction nord-sud. Les mesures étaient faites au moyen de grandes planches recouvertes de feuilles d'étain et ensevelies dans la terre à 3^m au-dessous du niveau du sol. Les planches étaient réunies par des fils AB et CD, qui dans leur milieu avaient un galvanomètre.

La force électromotrice des planches fut déterminée directement avant et après les expériences telluriques, pour y apporter une correction qui était de $0^{volt},00039$ pour le couple AB et de $0^{volt},00027$ pour le couple CD. La différence de potentiel entre A et B fut comprise, pendant deux mois d'observations, entre $0^{volt},00068$ et $0^{volt},00185$; pour C et D, $0^{volt},00150$ et $0^{volt},00185$, sauf dans le cas de variations brusques et considérables. On avait alors des valeurs beaucoup plus grandes. La véritable direction du courant tellurique était du nord-est au sud-ouest.

Il n'y a aucune relation entre l'état hygrométrique, la rosée, la gelée, la pluie, etc., et les courants telluriques.

E. FOSSATI. — Contribution à l'étude du thermomagnétisme, t. XXIV, p. 51.

L'aimantation du fer est plus rapide si le métal est chauffé au rouge sombre. L'*hytérèse* dépendrait donc beaucoup de la température.

Les expériences sont exécutées très grossièrement.

M. CANTONE. — Sur les systèmes de franges d'interférence, produites par une source de lumière à deux couleurs, t. XXIV, p. 59.

La méthode de Fizeau pour la mesure des petites variations de longueur n'a pu être appliquée jusqu'ici aux variations rapides, parce que l'on ne peut pas suivre avec l'œil le déplacement des anneaux. Pour remédier à cet inconvénient, l'auteur a résolu de substituer à la lumière monochromatique une lumière à deux cou-

leurs simples. Les anneaux se distinguent alors par leurs différentes teintes, qui se reproduisent périodiquement. Il est avantageux que la période ne soit ni trop grande, ni trop petite. Une lumière de sodium et de lithium est convenable, la période étant dans ce cas de 7,24 anneaux de la lumière rouge, et permettant d'apprécier une variation instantanée de longueur inférieure à $0^{mm},0024$.

L'expérience réussit très bien; elle est d'accord avec la théorie. Les franges étaient produites par l'appareil de M. Fizeau. Le faisceau de lumière après deux réflexions sur la couche d'air tombait sur une lentille achromatique à court foyer. Pour avoir une plus grande exactitude, l'image réelle se formait dans la fente d'un spectroscope qui séparait les deux systèmes. En élargissant convenablement la fente, on pouvait les amener au contact. On pouvait apprécier ainsi très bien le dixième de frange.

A. RIGHI. — Sur la force électromotrice du sélénium, t. XXIV, p. 123.

L'auteur a constaté que la différence de potentiel au contact du sélénium avec un métal quelconque varie sous l'action de la lumière, et il a étudié très soigneusement ce phénomème dans tous ses détails.

Les plus importantes des conclusions auxquelles il arrive sont les suivantes :

La variation tient à la différence de potentiel au contact entre le sélénium éclairé et le sélénium dans l'obscurité et est égale en moyenne à $0^{volt},1$.

L'action de la lumière augmente beaucoup plus lentement que l'intensité lumineuse. La loi de variation peut être représentée par une formule logarithmique.

Le sélénium ne suit pas la loi de Volta : peut-être le métal le plus pur renferme-t-il des électrolytes, ce qui est conforme aux idées de M. Bidwell.

L. PALMIERI. — Sur l'électricité propre de la pluie et de la grêle dans leur chute, t. XXIV, p. 159.

Sur l'électricité développée par l'évaporation de l'eau de mer, t. XXIV, p. 193.

Dans ces Notes l'auteur, à l'occasion des expériences de MM. Elster

et Geitel et d'un paragraphe (**410**) du *Traité élémentaire d'Électricité et de Magnétisme* de M. Joubert, donne des arguments et décrit des expériences en faveur de sa théorie préférée sur l'origine de l'électricité atmosphérique.

A. NACCARI. — Sur la variation de la chaleur spécifique du mercure avec la température, t. XXIV, p. 213.

Les résultats des mesures faites par divers expérimentateurs sur la variation de la chaleur spécifique du mercure avec la température étant discordants, l'auteur a cherché à décider la question par de nouvelles expériences.

Les mesures furent exécutées par la méthode des mélanges. Le liquide calorimétrique était un pétrole préalablement étudié avec soin. Le mercure, employé en quantité de 150gr à 250gr environ dans les diverses séries, était contenu dans un cylindre de tôle mince pesant environ 20gr, dont la chaleur spécifique fut déterminée directement. Les thermomètres étaient comparés avec le thermomètre à air.

Dans le Tableau qui suit sont résumés les résultats obtenus dans trois séries de mesures :

T est la température initiale de mercure;
θ la température finale;
c la chaleur spécifique moyenne entre T et θ.

Série I.			Série II.			Série III.		
T.	θ.	*c*.	T.	θ.	*c*.	T.	θ.	*c*.
99°,0	18°,196	0,03304	99°,7	15°,681	0,03299	98°,7	16°,317	0,03297
99,1	17,502	3315	99,4	15,959	3297	98,8	17,416	3321
99,1	18,110	3316	99,4	16,520	3305	98,8	18,502	3319
99,1	17,867	3293				99,1	16,437	3294
99,5	15,883	3307	228,0	18,646	0,03269	99,1	16,497	3305
99,6	16,078	3307	224,3	18,867	3280	98,9	15,724	3303
			226,3	18,898	3268	98,9	16,314	3308
160,1	18,837	0,03283						
171,3	19,163	3285				183,0	18,317	0,03308
172,0	19,417	3294				183,7	18,719	3277
173,9	19,566	3273				182,9	19,151	3281
175,7	19,751	3285				183,2	19,194	3283

De ces valeurs on tire l'équation

$$q = 0,033277(t - 17^\circ) - 2,6716 \times 10^{-6}(t - 17^\circ)^2 + 0,0005559 \times 10^{-6}(t - 17)^3,$$

qui donne la quantité de chaleur nécessaire à porter 1^{gr} de mercure de 0° à t°.

A. STEFANINI. — De l'énergie minimum nécessaire à produire la sensation du son, t. XXIV, p. 218.

Étude théorique sur les expériences de Wead sur l'énergie minimum nécessaire à exciter notre oreille. Pour plus de détails, je dois renvoyer au Mémoire original, qui n'est pas susceptible d'être résumé.

G. GOVI. — Sur les couleurs invisibles ou latentes des corps, t. XXIV, p. 234.

Si l'on expose à la lumière solaire des matières colorantes dans l'ordre suivant : blanc d'argent, jaune de Naples, jaune de chrome, jaune de cadmium, orange de chrome, orange de cadmium, minium, scorlet, cinabre clair, cinabre de Chine, on a une série de teintes qui vont par nuances du blanc au rouge vif.

Si cette série est éclairée par la lumière du sodium, toutes les teintes virent au jaune; mais on observe une ligne marquée de séparation près des deux cinabres, qui prennent une couleur jaune très obscur.

Cela tient évidemment à la différence du pouvoir diffusif des matières colorantes pour les diverses radiations.

A. RIGHI. — Sur les phénomènes électriques produits par les radiations, t. XXIII, p. 61 ; t. XXIV, p. 256; t. XXV, p. 11, 123, 193.

Depuis que M. Hertz découvrit la remarquable influence que les radiations ultra-violettes exercent sur les décharges électriques, bien des auteurs se mirent à travailler dans cette voie ([1]). Les recherches très intéressantes de M. Righi ont eu spécialement pour but de démontrer que la dispersion par convection de l'électricité négative a un rôle essentiel dans le phénomène.

Une première série de résultats, communiqués à l'Académie des

([1]) *Voir* aussi, dans ce Journal, la Note de M. Bichat, t. VIII, p. 245.

Lyncei dans la séance du 4 mars 1888, a été communiquée dans ce Journal (t. VII, p. 153). Dans le Mémoire que nous analysons, l'auteur, après une revue chronologique des travaux publiés avant, pendant et après ses recherches, donne un exposé complet de ses études.

Nous allons en faire un résumé succinct, qui complète la première Note de l'auteur.

Dans cette Note l'auteur a démontré que les radiations ultraviolettes annulent la différence de potentiel au contact entre un disque et une toile métallique de nature différente. Si l'on modifie l'expérience en recouvrant d'un vernis isolant le disque, on obtient des résultats qui s'expliquent très bien en admettant que l'égalisation des potentiels est obtenue par un transport d'électricité négative sur le conducteur positif.

Un conducteur au potentiel zéro prend un potentiel positif sous l'action des radiations : si la lumière est d'intensité constante, le potentiel atteint un maximum stationnaire dont la valeur dépend de la nature du métal. Si l'on donne préalablement au disque un potentiel supérieur au maximum, les radiations le font diminuer jusqu'à ce que cette valeur soit atteinte. La rapidité avec laquelle le potentiel s'élève est en relation avec sa valeur finale. On a, par exemple,

Métaux.	Potentiel après 30'.	Potentiel final.
	volt	volts
Or	+0,187	3,42
Cuivre	0,150	2,75
Étain	0,083	»
Fer	0,075	»
Zinc	0,057	1,23

Les métaux se rangent ici selon la série de Volta, l'action étant minimum sur les métaux électro-positifs et maximum sur les électro-négatifs. Le bois, le soufre et même l'ébonite se comportent comme les métaux.

Si un disque métallique, mis en communication avec l'électromètre, est renfermé dans une boîte du même métal en communication avec le sol et que les radiations en traversent une paroi par de petits trous, on obtient les mêmes résultats, ce qui exclut toute

cause d'erreur. Cependant la valeur maximum du potentiel acquis par le disque sous l'influence des radiations ultra-violettes dépend de la distance du disque aux parois de la boîte et en conséquence de sa capacité. M. Righi démontre que la charge que prend le conducteur atteint sa valeur limite lorsque la densité électrique du conducteur arrive à une certaine valeur déterminée, qui dépend de sa nature.

Si le conducteur éclairé par les radiations ultra-violettes est chargé d'électricité négative, son potentiel tend à diminuer en valeur absolue. La diminution dépend de la valeur initiale du potentiel. Par exemple, on a :

	Charge initiale : —90 volts. Diminution en 20s.	Charge initiale : — 0 volt,1. Diminution en 30s.
	volts	volt
Cuivre doré........	—10,0	»
Or...............	»	-0,072
Cuivre..............	—19,9	-0,061
Zinc...............	—32,0	-0,041

On voit que l'ordre des métaux est renversé dans les deux séries; la deuxième série se rapproche de celles des potentiels positifs.

Ces phénomènes s'observent de même dans les diélectriques. Toutes ces actions sont interceptées par le sel gemme, le mica, le spath d'Islande, le verre; presque entièrement par le gaz d'éclairage, les vapeurs de benzine et de sulfure de carbone; en partie par l'air sec. Ce dernier fait explique pourquoi la lumière du Soleil ne donne aucun résultat.

L'auteur voit dans ces phénomènes une convection d'électricité négative qui, sous l'action des radiations ultra-violettes, se sépare de la surface éclairée. Ce transport s'effectue dans la direction des lignes de force issues de la surface. M. Righi démontre le transport à l'aide d'une espèce de tourniquet électrique, formé par deux palettes d'aluminium, qui dévie un peu sous l'influence de la lumière ultra-violette lorsque l'on a évité les phénomènes d'ordre secondaire. La coïncidence de la direction de la convection avec celle des lignes de force issues du conducteur est démontrée nettement par une série d'expériences très belles et très concluantes.

L'auteur a réussi à construire les trajectoires et à produire des *ombres électriques* sur l'ébonite, ainsi qu'il les avait autrefois obtenues par les décharges. Il a même réussi à dévier les trajectoires par un courant d'air et il a pu ainsi déterminer approximativement la vitesse de la convection. Elle dépend de la capacité par unité de surface du conducteur et a varié dans les expériences de l'auteur de 50^m à 150^m environ par seconde.

Les expériences de M. Righi ne décident pas si la convection est produite par des molécules d'air, ou par des molécules séparées de la surface du conducteur, ainsi qu'il résulterait des expériences récentes de MM. Lenard et Wolf (*Wied. Ann.*, Band XXXVII, p. 443; 1889). G.-P. Grimaldi.

T.-H. BLAKESLEY. — On some facts connected with the systemes of scientific units of measurement (Faits connexes aux systèmes d'unités scientifiques de mesure); *Philosophical Magazine*, 5e série, t. XXVII, p. 378; 1889.

Si l'on prend comme unité de longueur le quart du méridien terrestre et comme unité de temps le $\frac{1}{30}$ de seconde, l'unité de vitesse devient égale à la vitesse de la lumière, et les deux systèmes électrostatique et électromagnétique coïncident. L'unité de masse demeure arbitraire.

Au lieu de la masse, on peut prendre comme grandeur fondamentale la puissance mécanique, et choisir le cheval-vapeur comme unité de puissance; mais alors il faut abandonner l'étalon du gramme-masse, qui ne conserve plus de relation décimale avec la nouvelle unité de masse, ou renoncer à la coïncidence des systèmes électrostatique et électromagnétique.

On peut mettre les quantités de chaleur en harmonie décimale avec le système C.G.S., en prenant comme unité la quantité de chaleur nécessaire pour élever de 1° C. la température de l'unité de masse d'air. En effet, l'unité de chaleur proposée est très approximativement égale à $\frac{1}{4,2}$ Calories (1), et alors l'équivalent mécanique, qui dans le système C.G.S. est $4,2.10^7$, devient égal à 10^7.

E. Bouty.

---

(1) $\frac{1}{4,2} = 0,2381$; Regnault donne pour la chaleur spécifique de l'air 0,2375 et Wiedemann, 0,2389, dont la moyenne est 0,2382.

J.-E. FLEMING. — A design for a standard of electrical resistance (Projet d'étalon de résistance électrique); *Philosophical Magazine*, 5e série, t. XXVII, p. 21; 1889.

La matière de cet étalon est l'alliage de deux parties d'argent et d'une de platine. Sa forme est celle d'une couronne plate munie de deux tiges verticales qui permettent de l'immerger entièrement dans un bain d'eau ou dans la glace.

Le fil recouvert de trois couches de soie est d'abord chauffé à 100°, puis plongé dans la paraffine fondue ou l'ozokérite. On le coupe à la longueur voulue, on le double, on l'enroule sur un mandrin en forme de couronne plate, puis on enveloppe le tout de soie blanche et l'on plonge encore dans l'ozokérite. Il ne reste plus qu'à souder les extrémités du fil à deux tiges de cuivre portées par des tubes isolants, et à achever l'ajustement de la résistance à sa valeur exacte, par les méthodes ordinaires. Une boîte mince en laiton, dont le couvercle est assujetti par des vis, reçoit la bobine et les extrémités des tubes isolants.

Pour éviter toute trace de dérivation, ces tubes isolants se terminent à leur partie supérieure par des entonnoirs, et reçoivent de l'huile de paraffine. E. Bouty.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XVII; novembre 1889.

Neyreneuf. — *Nouvelles recherches sur l'harmonica chimique*, p. 351.

Décembre 1889.

E. van Aubel. — *Recherches sur la résistance électrique du bismuth*, p. 433.

R. Savelief. — *Sur la marche de la radiation solaire à Kief, pendant l'année* 1888, p. 458.

R. Savelief. — *Détermination de la constante solaire faite à Kief*, p. 462.

A. Crova. — *Remarques sur les observations de M. R. Savelief*, p. 466.

Philosophical Magazine.

5ᵉ série, t. XXVIII; novembre 1889.

R. Threlfall et A. Pollock. — *La pile de Clark considérée comme source de faibles courants constants*, p. 354.

Ch. Tomlinson. — *Sur la foudre et les magasins de poudre*, p. 368.

E. Wiedemann. — *Sur le mécanisme de la luminosité*, p. 376.

M. Maclean. — *Note sur une nomenclature élémentaire en Optique géométrique*, p. 400.

R. Threlfall. — *Application de la pile de Clark à la construction d'un galvanomètre étalon*, p. 416.

H.-S. Carhart. — *Pile étalon de Clark perfectionnée, à faible coefficient de température*, p. 420.

Décembre 1889.

Ch.-H. Lees. — *Loi du refroidissement; ses rapports avec certaines équations analytiques de la théorie de la chaleur*, p. 429.

R. Threlfall. — *Mesure de résistances spécifiques considérables*, p. 452.

R. Threlfall et A. Pollock. — *Mesures de la résistance du soufre imparfaitement purifié*, p. 469.

B. Walter. — *Relation entre la fluorescence et l'arrangement des molécules*, p. 478.

C.-V. Burton. — *Base physique de la théorie des erreurs*, p. 480.

W.-G. Gregory. — *Méthode électrique pour entretenir les vibrations des diapasons*, p. 490.

Wiedemann's Annalen.

T. XXXVIII, n° 11; 1889.

E. Warburg. — *Théorie de l'élément Volta et de la polarisation galvanique*, p. 321.

F. Streintz. — *Contributions à la théorie des éléments secondaires*, p. 344.

C. Fromme. — *Sur le maximum de la polarisation galvanique d'électrodes de platine dans l'acide sulfurique*, p. 362.

O. Lehmann. — *Sur le transport des ions dans l'iodure d'argent solide et fondu*, p. 396.

W. Giese. — *Contributions expérimentales à l'étude de la conductibilité électrique des gaz de la flamme*, p. 403.

J. Stefan. — *Sur les moteurs thermomagnétiques*, p. 427.

J. Stefan. — *Sur la production de champs magnétiques intenses*, p. 440.

R. Emden. — *Remarques sur le Mémoire de M. Tammann « Sur les lois des tensions de vapeur des dissolutions salines »*, p. 447.

ERRATA.

Page 212, dernière ligne, *au lieu de* $a = 2,576$, *lire* $a = 7,576$.
Page 216, ligne 22, *au lieu de* $E = cb$, *lire* $E = cb$.

TABLE DES MATIÈRES.

Pages.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

DES MATIÈRES CONTENUES DANS LES TOMES VII ET VIII

DE LA 2e SÉRIE (1).

Les titres des Mémoires sont donnés en abrégé. Le premier nombre inscrit à la suite de chaque Mémoire désigne le volume; le second désigne la page.

(1) La Table des Tomes I, II et III est à la fin du Tome III; la Table des Tomes IV, V et VI est à la fin du Tome VI.

FIN DE LA TABLE PAR NOMS D'AUTEURS.

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES

DES TOMES VII ET VIII

DE LA 2e SÉRIE (1).

Mécanique et Pesanteur.

Actions moléculaires. — Phénomènes physico-chimiques.

(1) La Table des Tomes I, II, III est à la fin du Tome III; la Table des Tomes IV, V et VI, à la fin du Tome VI.

Acoustique.

Chaleur.

Optique. — Radiations.

Électricité et magnétisme.

Électromètre, VIII, 298. — *Voller*. Mesure des potentiels élevés, VIII, 491. — *Pratt*. Électromètre capillaire, VIII, 142. — *Latschinoff*. Calibrage d'un galvanomètre, VII, 592. — *Willson*. Procédé de lecture, VIII, 187. — *Fleming*. Étalon de résistance, VIII, 617. — *Elsas*. Résistances par l'inducteur différentiel, VIII, 334. — *Reid*. Théorie du bolomètre, VIII, 143.

Diélectriques. — *Quincke*. Diélectriques, VII, 581. — *Stepanoff*. Influence du diélectrique sur la force, VIII, 543. — *Tomaszewski*. Constantes diélectriques, VIII, 492. — *Cohn* et *Arons*. Constante diélectrique des liquides conducteurs, VII, 379. — *Wüllner*. Résidu électrique des diélectriques, VII, 448. — *Arons*. *Id.*, VIII, 597. — *Bichat*. Tourniquet électrique, VII, 385. — *Borgman*. Courant électrique dans l'air, VII, 224, 276, 592. — *Arrhenius*. Conductibilité de l'air phosphorescent, VII, 206. — *Fœpl*. Conductibilité du vide, VIII, 495. — *Koch*. Écoulement de l'électricité d'un corps incandescent, VIII, 497.

Décharges électriques. — *Borgman*. Échauffement du verre d'un condensateur, VII, 217. — *Sokoloff*. Oscillations électriques, VII, 590. — *Tchehowitsch*. Empreintes de Karsten, VII, 275. — *Latschinoff*. Photographie des décharges, VIII, 537. — *Wiedemann* et *Ebert*. Gaz et flammes, VIII, 599.

Étude expérimentale des aimants. — *Kusminsky-Ledochowski*. Action d'un champ uniforme sur un corps magnétique, VIII, 319. — *Waltenhofen*. Formule de l'aimantation, VII, 452. — *Magrini*. Aimantation du fer, VIII, 553. — *De la Roche*. Plaques elliptiques, VIII, 603. — *Kobyline* et *Férechine*. Mélanges de poudre de fer et de charbon, VII, 219. — *Berson*. Effet d'un choc, VIII, 384. — *Leduc*. Durée de la période variable, VII, 38. — *Ledeboer*. Température et aimantation du fer, VII, 199. — *Janet*. Phénomènes thermomagnétiques, VIII, 312. — *Fossati*. *Id.*, VIII, 610. — *Peukert*. Aimantation anomale, VII, 301. — *Dorn*. Mouvement d'un aimant, VIII, 604; action de petites forces magnétisantes, VIII, 604.

Magnétisme et Diamagnétisme. — *Parker*. Diamagnétisme, VIII, 424. — *Du Bois*. Susceptibilité magnétique, VIII, 606. — *Kœnig*. Magnétisme des cristaux, VII, 499. — *Stenger*. *Id.*, VIII, 605. — *Henrichsen*. Corps organiques, VIII, 500. — *Efimoff*. Magnétisme des gaz, VII, 494. — *Töpler* et *Hennig*. *Id.*, VIII, 294. — *Quincke*. *Id.*, VIII, 497.

Actions diverses du champ magnétique. — *Rowland* et *Hutchinson*. Effet électromagnétique des courants de convection, VIII, 530. — *Röntgen*. Mouvement d'un diélectrique, VIII, 605. — *Lodge*. Champ électromagnétique produit par une induction magnétique variable, VIII, 534. — *Bachmetieff*. Magnétisme et déformations, VII, 218. — *Goldhammer*. Aimantation et conductibilité des métaux, VII, 276. — *Van Aubel*. *Id.*, VII, 441. — *Fae*. *Id.*, VIII, 545. — *Barus*. Viscosité de l'acier et aimantation, VII, 546. — *Nichols*. Destruction de la passivité du fer dans un champ, VII, 548. — *Nichols* et *Franklin*, *Rowland* et *Bell*. Force électromotrice d'aimantation, VIII, 144. — *Hall*. Phénomène de Hall, VIII, 239. — *Righi*. Bismuth, VIII, 609. — *Grimaldi*. Bismuth, VIII, 552; actions thermomagnétiques, VII, 588. — *Leduc*. Magnétisme et conductibilité calorifique, VII, 519. — *Jaë*. Antimoine et cobalt, VII, 586. — *Lamprecht*. Aimants et décharges électriques, VII, 89.

Électro-optique. — *Willard Gibbs*. Théories élastique et électrique de la lumière, VIII, 147. — *Wien*. Transparence des métaux, VIII, 593. — *Righi*. Lu-

mière réfléchie par un aimant, VII, 381: polarisation rotatoire magnétique, VII, 585. — *Du Bois*. Constante de Verdet, VIII, 606. — *Joubin*. Dispersion rotatoire magnétique, VIII, 53. — *Blondlot*. Double réfraction électrique, VII, 91. — *Arrhenius*. Conductibilité de l'air éclairé, VII, 445. — *Wiedemann* et *Ebert*. Gaz et flammes, VIII, 599. — *Kalischer*. Lumière et sélénium, VII, 441. — *Righi*. *Id.*, VIII, 611. — *Korda*. *Id.*, VIII, 540. — *Bichat*. Phénomènes actino-électriques, VIII, 245. — *Righi*. *Id.*, VIII, 613. — *Borgman*. *Id.*, VIII, 540.

Électrocapillarité. — *Krouchkoll*. Corps solides, VIII, 472.

Applications de l'Électricité. — *Michelson*. Électro-aréomètre, VIII, 50. — *Bouty*. Application de l'électromètre à l'étude des équilibres chimiques, VII, 370. — *Foussereau*. Pression et chlorures, VII, 25; décompositions réversibles. VII, 30. — *Gray*. Application de l'électrolyse des sels de cuivre, VII, 209. — *Cornu*. Synchronisation des horloges, VII, 234; VIII, 101. — *Witz*. Inversions des séries dynamo, VIII, 581.

Météorologie. — Physique du globe.

Météorologie. — *Kammermann*. Thermomètre-fronde, VIII, 589. — *Chidlowsky*. Humidité de l'air, VII, 223. — *Dufour*. Hygromètre, VIII, 74. — *Broounoff*. Comparaison de baromètres, VIII, 538. — *Schwedoff*. Hydrodynamique et cyclones, VII, 228. — *Mascart*. Expériences de Weyher. VIII, 557. — *Soret*. Paranthélies, VII, 384; polarisation atmosphérique, VIII, 384. — *Boitel*. Arc-en-ciel, VIII, 276. — *Crova*. Enregistrement de la radiation solaire, VIII, 379, 385.

Physique terrestre. — *Edlund*. Électricité atmosphérique, VII, 380. — *Palmieri*. Électricité et brouillard, pluies, etc., VII, 589; VIII, 611. — *Weber*. Inclinaison, VIII, 337. — *Piltschikoff*. Anomalies magnétiques, VII, 437. — *Battelli*. Courants telluriques, VIII, 610. — *Woeikoff*. Température des eaux, VIII, 539. — *Fol* et *Sarasin*. Pénétration de la lumière dans les eaux, VIII, 589.

Physique céleste. — *Crew*. Période de la rotation solaire, VIII, 142. — *Langley*. Spectre invisible du Soleil et de la Lune, VIII, 193; éclipse solaire du 19 août 1887, VIII, 541. — *Trowbridge* et *Hutchins*. Oxygène dans le Soleil, VII, 547; carbone dans le Soleil, VII, 547.

Histoire de la Physique.

Gay. Histoire de la pile, VIII, 527.

FIN DE LA TABLE ANALYTIQUE.

15931 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

